

杭群のある場における非定常自由表面流の 数値シミュレーション

NUMERICAL SIMULATION FOR TRANSIENT FREE SURFACE FLOWS IN A
FIELD WITH EQUI-SPACED RIGID CYLINDERS

秋山 壽一郎¹・浦 勝²・重枝 未玲³・有田 由高³

Juichiro AKIYAMA, Masaru URA, Mirei SHIGEEDA and Yoshitaka ARITA

¹正会員 Ph.D. 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (同上)

³学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

A highly accurate numerical model for unsteady free surface flows, based on spatially averaged two-dimensional shallow water equations, is constructed. TVD-MacCormack scheme equipped with 4-step algorithm is employed as a numerical method. The capability of the model is tested against several exacting hydraulic problems that include the Stoker's analytical solution for a one-dimensional dam-break problem and the one-dimensional and two-dimensional experimental results for flood waves, propagating in a horizontal channel where equi-spaced solid cylinders are placed over full or half width of the channel, are initiated by instantaneous collapse of a dam.

Key Words : *unsteady free surface flow, numerical model, TVD-MacCormack scheme, dam-break flow*

1. はじめに

ここ数年、わが国をはじめ世界各地において集中豪雨による氾濫洪水が多数発生している。最近の異常気象を考えると、今後さらに大きな水害が発生する危険性は否定できない。特にわが国では都市河川流域に人口や資産が集中してきており、ひとたび大規模な破堤氾濫が発生するとその被害は計り知れない。こうした大水害に対処するためには、従来から実施されている治水施設の整備や総合治水に加え、信頼性のある洪水ハザードマップや効果的な避難体制などの危機管理対策の強化がますます必要とされている。

このような危機管理対策を策定する上で不可欠な手段が氾濫シミュレーションモデルである¹⁾²⁾³⁾⁴⁾。岩佐¹⁾によって開発され、高橋・中川²⁾によって市街地を想定した洪水氾濫などについて用いられているモデルは、数値振動を抑えるためであると思われるが、時・空間的に平均化された *diffusive* なスキームであり、このモデルで洪水到達時間を適正に予測することは困難であると推察される。末次・栗城³⁾ は、建物の占有率や水深を考慮するために合成粗度係数を用いた氾濫モデルを提案し実問題

に適用している。しかし、用いられた人工粘性の根拠が明確でないことに加え、計算精度に関する基本的な検証が全く行われておらず、モデルの純粋な予測精度については全く不明である。福岡⁴⁾ のシミュレーションモデルでは、道路線形を適切に表現するために一般曲線座標系を採用するとともに、家屋等の構造物に作用する流体力を適正に算定する手段として物体前後の水深を用いるなど、氾濫シミュレーションモデルに固有の問題を解決するための工夫がなされている。また、実問題を単純化した状況で得られた実験値を用い、計算精度の検証も行われている。しかし、シミュレーションモデルのベースとなる計算スキームについては、厳しい条件下でスキーム自体の性能が調べられているわけではないので、その基本的な性能は不明である。いずれにせよ、氾濫流の到達時間を正確に予測できることが有効な避難計画を立案する上で最も重要な要素であることは疑問の余地はなく、そのためには高精度なシミュレーションモデルが必要となる。

さて、上記のような氾濫シミュレーションモデルが既に存在する一方、CFDの分野では双曲型のオイラー方程式を高精度で解くための様々な高精度計算スキームが提案されている⁵⁾。氾濫シミュレーションモデルのベース

となる 2次元浅水流方程式も双曲型の偏微分方程式に他ならず、高精度スキームを用いることによって、より予測精度の高い氾濫シミュレーションモデルを構築できると予想される。例えば、Fraccarollo & Toro⁶⁾の研究などはその可能性を示唆したものである。しかし、浅水流方程式には河床勾配などのオイラー方程式には存在しない項が含まれており、これらの項を高精度計算スキームに組み込む必要がある。さらに、氾濫シミュレーションでは道路網や水路網などを含む複雑な地形や家屋等の構造物を考慮しなければならず、これらを高精度計算スキームのフレームワークの中で適正に評価する必要がある。このように、高精度計算スキームをベースとした氾濫シミュレーションモデルを構築するためには解決すべき多くの問題が残されている。

本研究は、高精度氾濫シミュレーションモデルの基礎となる高精度の平面 2次元非定常数値モデルを構築することを研究目的としている。基礎方程式として計算格子以下のスケールを有する透過性水制、樹林帯、家屋などの物体が流体運動に及ぼす影響を考慮するために空間平均化操作を施した 2次元浅水流方程式を用い、差分の方向性の偏りを無くすための 4ステップアルゴリズムを組み込んだ修正流束タイプのTVDスキームであるTVD-MacCormack法に基づく2次元平面数値モデルを提案する。さらに、透過性水制や家屋などを表現する最も単純な物体として杭群を設置した水路内でダム破壊流れを発生させ、極めて厳しい計算条件の下で本モデルの基本的な性能について定量的に検証する。

2. 数値モデル

(1) 基礎方程式

計算格子以下の物体のために生じる流体力項を方程式に組み込むために、Raupach & Shaw⁷⁾と同様な方法で空間平均化操作を施した式(1)の2次元浅水流方程式を基礎方程式とする。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{S}_x + \mathbf{S}_y = \mathbf{0} \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{S}_x$ 、 $\mathbf{S}_y$ はそれぞれ以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= (h, uh, vh)^T \\ \mathbf{E} &= \left(uh, u^2 h + \frac{1}{2} gh^2, uvh \right)^T \\ \mathbf{F} &= \left(vh, uvh, v^2 h + \frac{1}{2} gh^2 \right)^T \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mathbf{S}_x = (0, -gh(S_{ox} - S_{fx}) + F_x, 0)^T$$

$$\mathbf{S}_y = (0, 0, -gh(S_{oy} - S_{fy}) + F_y)^T$$

ここに、 x 、 y は流下方向、横断方向の距離、 h は水深、 u 、 v は x 、 y 方向の流速、 g は重力加速度、 S_{ox} 、 S_{oy} は x 、 y 方向の河床勾配、 S_{fx} 、 S_{fy} は x 、 y 方向の摩擦勾配、 F_x 、 F_y は x 、 y 方向の流体抵抗力である。 S_{ox} 、 S_{oy} はそれぞれ(3)式で与えられる。

$$S_{ox} = -\frac{\partial z_b}{\partial x}; S_{oy} = -\frac{\partial z_b}{\partial y} \quad (3)$$

S_{fx} 、 S_{fy} はManningの公式を用いて、それぞれ式(4)で与えられる。

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}}; S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (4)$$

ここに、 n はManningの粗度係数である。

また、 F_x 、 F_y は抵抗係数 C_d を用いて、式(5)のように表現される。

$$F_x = \frac{1}{2} \lambda C_d u h \sqrt{u^2 + v^2}; F_y = \frac{1}{2} \lambda C_d v h \sqrt{u^2 + v^2} \quad (5)$$

式(5)中の λ は式(6)で表わされる。

$$\lambda = \frac{\lambda' A'}{A} \quad (6)$$

ここで、 A は抗力の作用する計算格子の面積、 A' は抗力を生じさせる物体が格子内に存在する範囲の面積である。また、 λ' は抗力を生じさせる物体の配列を考慮した密度で、式(7)で表わされる⁸⁾。

$$\lambda' = \frac{d}{a I_x I_y} \quad (7)$$

ここで、 d は物体の主流方向に対する投影幅、 I_x 、 I_y はそれぞれ x 、 y 方向の配列間隔、 a は配列によって決まる係数で、正方配列の場合 $a=1$ 、千鳥配列の場合 $a=2$ となる。

行列 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{F}$ の流速ヤコビアン $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ は以下のように表わされる。

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -u^2 + gh & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{pmatrix} \quad (8.a)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -uv & v & u \\ -v^2 + gh & 0 & 2v \end{pmatrix} \quad (8.b)$$

このヤコビアン A の正負の符号は流れの方向性を表わすが、その固有値と固有ベクトルはそれぞれ次のようである。

ヤコビアン A の固有値 λ と固有ベクトル e ;

$$\begin{aligned}\lambda^1 &= u, \lambda^2 = u + c, \lambda^3 = u - c \\ e^1 &= (0 \quad 0 \quad 1)^T \\ e^2 &= (1 \quad u + c \quad v)^T \\ e^3 &= (1 \quad u - c \quad v)^T\end{aligned}\quad (9.a)$$

ヤコビアン B の固有値 ω と固有ベクトル f ;

$$\begin{aligned}\omega^1 &= v, \omega^2 = v + c, \omega^3 = v - c \\ f^1 &= (0 \quad 1 \quad 0)^T \\ f^2 &= (1 \quad u \quad v + c)^T \\ f^3 &= (1 \quad u \quad v - c)^T\end{aligned}\quad (9.b)$$

(2) TVD-MacCormack Scheme

基礎方程式(1)は発生項を含んでいるので、ここではその取り扱いが比較的簡単で時間・空間ともに2次精度のMacCormack法を基礎とするTVD-MacCormack法を高精度計算スキームとして採用する。時間分割法を用いて方程式(1)を次のように局所的に1次元に分割する。

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + S_x &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial y} + S_y &= 0\end{aligned}\quad (10)$$

また、オペレーター分割は以下のように行う。

$$U_{i,j}^{t+\Delta t} = L_x \left(\frac{\Delta t}{2} \right) L_y \left(\frac{\Delta t}{2} \right) L_y \left(\frac{\Delta t}{2} \right) L_x \left(\frac{\Delta t}{2} \right) U_{i,j}^t \quad (11)$$

ただし、 $L_x(p \Delta t)$ は x 方向に $p \Delta t$ だけ積分することを示す。これにより x 、 y 方向を同じように計算することができるので、以下では x 方向の場合について説明する。

MacCormack法の予測子、修正子の2段階ステップは次のようになる。

予測子ステップ;

$$\begin{aligned}U_{i,j}^p &= U_{i,j}^t - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ (1 - \theta_x) E_{i+1,j}^t - (1 - 2\theta_x) E_{i,j}^t - \theta_x E_{i-1,j}^t \right\} \\ &\quad - \Delta t S_{x,i,j}^t\end{aligned}\quad (12.a)$$

修正子ステップ;

$$\begin{aligned}U_{i,j}^c &= U_{i,j}^p - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ (1 - \theta_x) E_{i+1,j}^p - (1 - 2\theta_x) E_{i,j}^p - \theta_x E_{i-1,j}^p \right\} \\ &\quad - \Delta t S_{x,i,j}^p\end{aligned}\quad (12.b)$$

次の時間ステップの計算値は式(12.c)となる。

$$U_{i,j}^{t+\Delta t} = \frac{1}{2} (U_{i,j}^t + U_{i,j}^c) \quad (12.c)$$

ここに、 Δt は時間の刻み幅、 Δx は x 方向の刻み幅であり、添字 p と c はそれぞれ予測子、修正子を意味する。また、 θ_x は差分の方向を決めるパラメーターであり、MacCormack法の有する差分方向による誤差を取り除くための処置である⁹⁾。更に、式(13)がTVD条件を満たすように操作を加える。これによって、時間・空間ともに2次精度を保ちつつ数値振動を抑えることができる。また同時に、波が伝搬する方向性も考慮されるので、常・射混在流を精度良く再現することができる。式(12.c)は式(13)のように補正される。

$$U_{i,j}^{t+\Delta t} = \frac{1}{2} (U_{i,j}^t + U_{i,j}^c) + G_{x,i+1/2,j} - G_{x,i-1/2,j} \quad (13)$$

ここで、式中の G_x は、式(14)のように表わされる。

$$\begin{aligned}G_{x,i+1/2,j} &= \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \sum_{k=1}^3 \left[\alpha_{i+1/2,j}^k \Psi(\tilde{\lambda}_{i+1/2,j}^k) \right. \\ &\quad \left. - \alpha_{i+1/2,j}^k \left| \tilde{\lambda}_{i+1/2,j}^k \right| \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \left| \tilde{\lambda}_{i+1/2,j}^k \right| \right) \right] \\ &\quad \left[1 - \phi(r_{x,i+1/2,j}^k) \right] \tilde{e}_{i+1/2,j}^k\end{aligned}\quad (14)$$

ただし、 $\tilde{\lambda}$ 、 $\tilde{e}$ はRoeの平均によって評価される固有値と固有ベクトルである。Roeの平均は以下のように表わされる。

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{i+1/2,j} &= \frac{\sqrt{h_{i+1,j}} u_{i+1,j} + \sqrt{h_{i,j}} u_{i,j}}{\sqrt{h_{i+1,j}} + \sqrt{h_{i,j}}} \\ \tilde{v}_{i+1/2,j} &= \frac{\sqrt{h_{i+1,j}} v_{i+1,j} + \sqrt{h_{i,j}} v_{i,j}}{\sqrt{h_{i+1,j}} + \sqrt{h_{i,j}}} \\ \tilde{c}_{i+1/2,j} &= \sqrt{\frac{g(h_{i+1,j} + h_{i,j})}{2}}\end{aligned}\quad (15)$$

式(14)中の α は次式で表わされ、格子点 i と $i+1$ 間の物理量の跳びを表わす。

$$\begin{aligned}\alpha_{i+1/2,j}^1 &= -\tilde{v}_{i+1/2,j} (h_{i+1,j} - h_{i,j}) + (v_{i+1,j} h_{i+1,j} - v_{i,j} h_{i,j}) \\ \alpha_{i+1/2,j}^2 &= -\frac{1}{2\tilde{c}_{i+1/2,j}} \left\{ (\tilde{u}_{i+1/2,j} - \tilde{c}_{i+1/2,j}) (h_{i+1,j} - h_{i,j}) \right. \\ &\quad \left. - (u_{i+1,j} h_{i+1,j} - u_{i,j} h_{i,j}) \right\}\end{aligned}$$

$$\alpha_{i+1/2,j}^3 = \frac{1}{2\tilde{c}_{i+1/2,j}} \left\{ (\tilde{u}_{i+1/2,j} + \tilde{c}_{i+1/2,j}) (h_{i+1,j} - h_{i,j}) \right. \\ \left. - (u_{i+1,j} h_{i+1,j} - u_{i,j} h_{i,j}) \right\} \quad (16)$$

ここで、式(14)中の関数 Ψ は非物理的な解を避けるためのエントロピー補正量である¹⁰⁾。

$$\Psi(\tilde{\lambda}_{i\pm l/2,j}^k) = \max \left(\delta_{i\pm l/2,j}, |\tilde{\lambda}_{i\pm l/2,j}^k| \right)$$

$$\delta_{i+l/2,j} = \max \left[0, \lambda(U_{i,j}, U_{i+l,j}) - \lambda(U_{i,j}), \lambda(U_{i+l,j}) - \lambda(U_{i,j}, U_{i+l,j}) \right] \quad (17)$$

$$\delta_{i-l/2,j} = \max \left[0, \lambda(U_{i-l,j}, U_{i,j}) - \lambda(U_{i-l,j}), \lambda(U_{i,j}) - \lambda(U_{i-l,j}, U_{i,j}) \right]$$

制限関数としては、Van Leer limiter¹¹⁾を用いる。

$$\phi(r) = \frac{|r| + r}{1 + |r|} \quad (18)$$

ここに、制限関数は次のような r_x の関数である。

$$r_x^k = \frac{\alpha_{i+l/2-j}^k}{\alpha_{i+l/2,j}^k}, \quad s_x = \text{sign}(\lambda_{i+l/2,j}^k) \quad (19)$$

3. モデルの検証

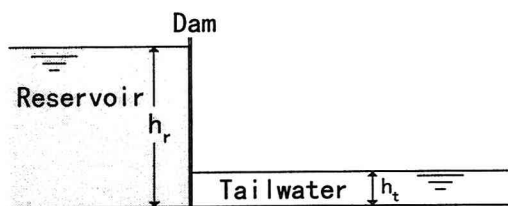


図-1 ダム破壊流れの定義図

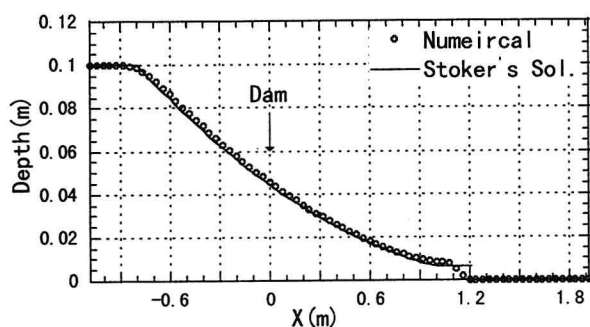


図-2a 理論値と計算値との比較(水深)

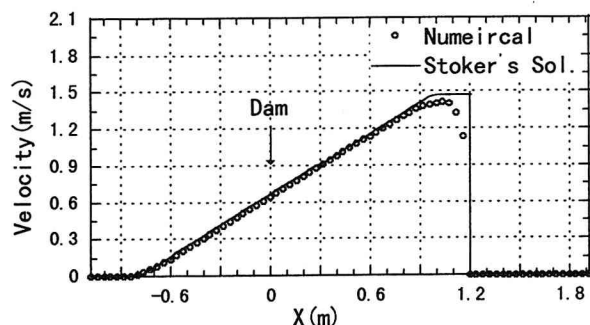


図-2b 理論値と計算値との比較(流速)

(1) 杭群の無い場合の比較

まず、モデルの基本的な検証を行う目的で、杭群が設置されていない場合の1次元ダム破壊流れに本2次元数値モデルを適用する。その際、計算は2次元で行い、得られた2次元数値解を Stoker の理論解¹²⁾ と比較した。ダム破壊流れの概要を図1に示す。計算条件は、格子間隔 $\Delta x = \Delta y = 0.04\text{m}$ 、Reservoir 水深 $h_r = 0.1\text{m}$ 、上下流水深比 $(=h_t/h_r) = 0.001$ である。また、クーラン数は $C_r = 0.8$ である。ダム破壊後0.8秒経過した時点での計算結果と Stoker の理論解とを比較したものが図2である。これより、計算が極めて厳しい条件であるにもかかわらず、やや拡散しているフロント部を除き計算値は理論値を全体的に良好に再現していることが確認できる。

(2) 杭群がある場合の比較

実験装置は図3に示す幅0.4m、全長3.5mの水平水路にダム下流の $x=0.2\text{m}$ を始点とし円柱群を並べたもので、次のような3通りの実験を行った。同図に示すように、CASE1とCASE2はそれぞれ直径 $d=0.01\text{m}$ のアクリル円柱

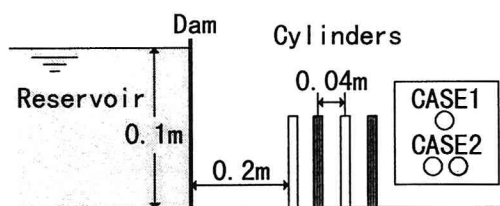


図-3a 実験の概要図(側面図)

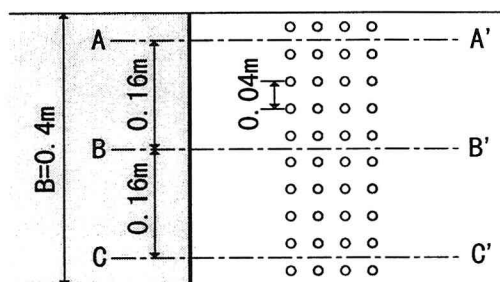


図-3b 実験の概要図(平面図)

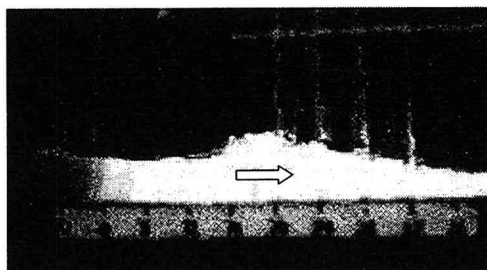


図-4 流況の一例(CASE2, $t=1.3\text{sec}$)

を水路の全幅にわたって流下方向に2列と4列に並べたものである。CASE3はCASE2の配列で水路半幅にわたって並べたものである。Reservoir水深 h_r はいずれも0.1mで、ダム下流側はドライベッド状態である。

ダムを瞬間的に引き上げることによりダム破壊流れを発生させ、レーザースリット光で可視化した流れをCCDカメラで撮影し、コンピュータに取り込んだ画像を解析することにより水深 h を求めた。また、データの信頼性を高めるために同一条件下で5回の繰り返し実験を行った。ダム引き上げに要した時間は約0.025sであった。図4に実験で得られた流況の一例を示す。計算条件は、格子間隔 $\Delta x = \Delta y = 0.04\text{m}$ 、Reservoir水深 $h_r = 0.1\text{m}$ 、上下流水深比 $h_t/h_r = 0.001$ である。また、クーラン数 $C_r = 0.8$ である。

図5は1次元の場合であるCASE1、図6はCASE2の計算と実験結果との比較の一例である。図中の塗りつぶした所は杭群の存在範囲を示す。また、○印は5回の実験結果の平均値でエラーバーは実験結果の標準偏差を表わしている。全体的にデータのちらばりが少ないことから実験の再現性は良好であることが確認できる。また、側壁付近と水路中央では水面形状に傾向的な差異は認められ

なかった。計算値は実験値に比べ杭群内の水深をやや低めに、杭群下流側では逆にやや高めに評価しているが、全体的な傾向を良好に再現している。このような実験値と計算値に違いが生じた理由としては、計算では抵抗係数 C_d として定常状態の円柱の C_d 値(=1.2)を採用していること、TVD項に発生項の影響を考慮していないこと、計算はドライベットではないこと、実験では流れが杭群に衝突した際の水の飛び散りがあること、ダム破壊による貯留水の解放が瞬間的でないこと、水深の決定法に若干の曖昧さがあること、などが考えられる。

図7は2次元の場合であるCASE3の計算結果と実験結果との比較の一例である。ここでは、図3bのA-A'、B-B'およびC-C'断面での結果について検討する。図中の記号はCASE1と2と同じである。この場合もデータのちらばりが少ないことから実験の再現性が高いことが確認できる。計算値は実験値に比べ杭群上流側の水深をやや低めに、杭群下流側では逆にやや高めに評価しているが、全体的な傾向を良好に再現している。実験値と計算値に違いが生じた理由としては、CASE1と2と同様なことが考えられる。それに加え、今回行った実験は乱流拡散の

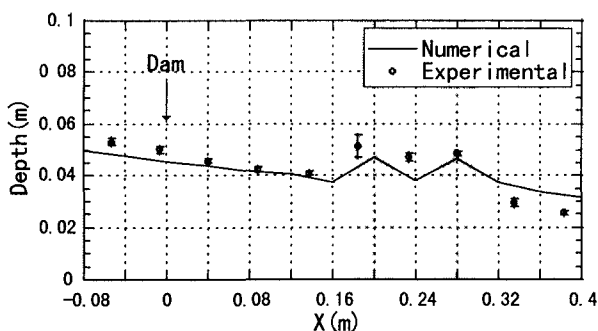


図-5a CASE1の実験値との比較 (0.9sec)

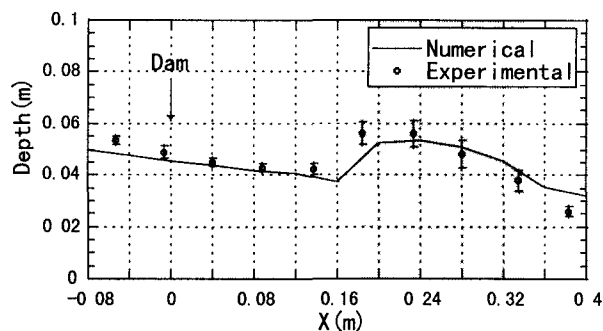


図-6a CASE2の実験値との比較 (0.9sec)

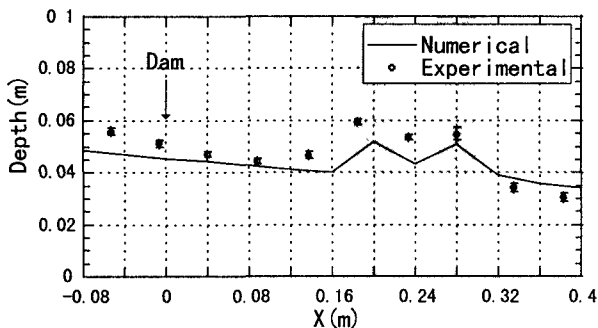


図-5b CASE1の実験値との比較 (1.1sec)

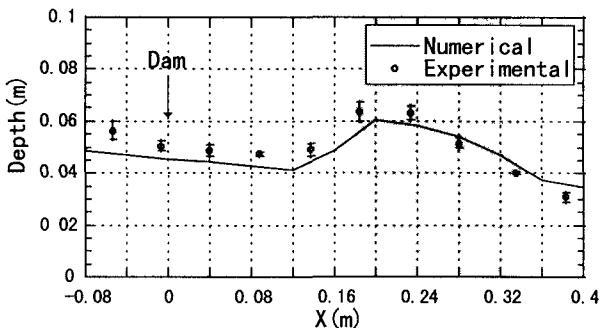


図-6b CASE2の実験値との比較 (1.1sec)

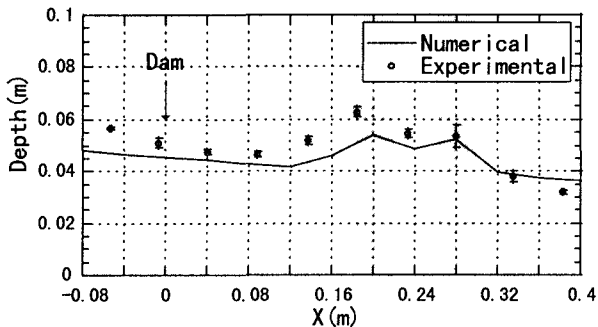


図-5c CASE1の実験値との比較 (1.3sec)

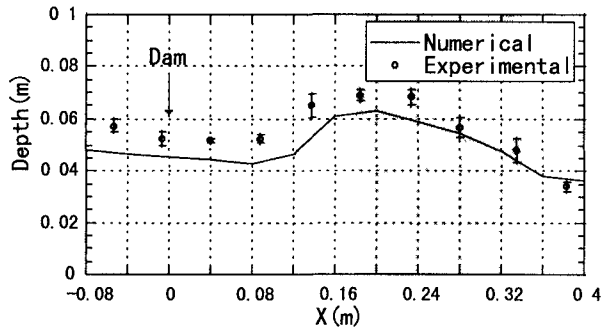


図-6c CASE2の実験値との比較 (1.3sec)

影響が大きい非定常性の強い現象ではあるが、CASE3では相対的にCASE1と2に比べ乱流拡散の影響が強いことも理由と推察される。

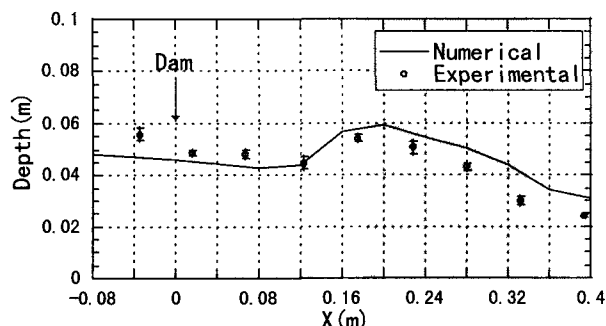


図-7a CASE3(A-A'断面)の実験値との比較 (1.3sec)

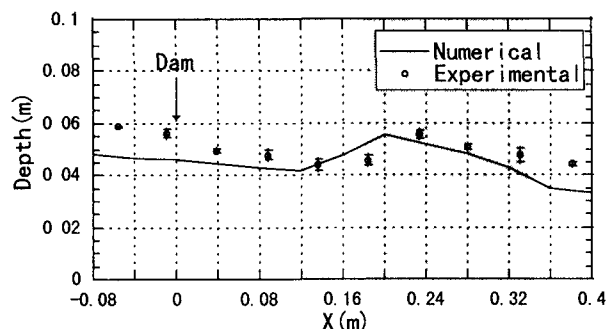


図-7b CASE3(B-B'断面)の実験値との比較 (1.3sec)

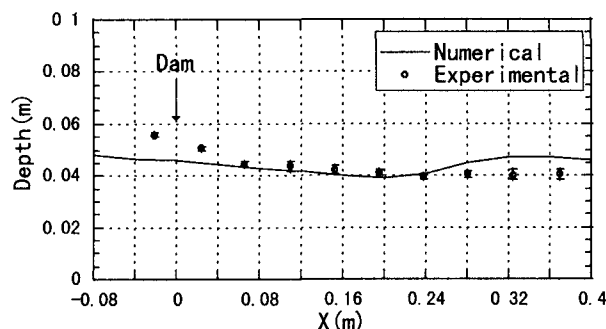


図-7c CASE3(C-C'断面)の実験値との比較 (1.3sec)

4. 結論

研究では、高精度氾濫シミュレーションの基礎となる数値モデルとして、TVD-MacCormack法を用いた平面2次元非定常数値モデルを構築した。空間平均操作を施した浅水流方程式を基礎方程式として用い、計算格子以下のスケールを有する物体が流体運動に及ぼす影響を考慮した。まず、1次元ダム破壊流れについて、Stokerの理論解と比較し、数値モデルの基本的な性能の検証を行った。その結果、計算条件が厳しいにもかかわらず本モデルは理論解をほぼ再現できることが確認できた。さらに、杭群が配列された水路におけるダム破壊流れの計算値と実験値との比較を行い、本モデルが物体の流体運動に及ぼす影響をどの程度再現できるかについて調べた。その結

果、本モデルは、全体的な流れの傾向を良好に再現できることが確認された。以上より、本モデルは高精度氾濫シミュレーションモデルの基礎モデルとしての高い性能を有していることが実証された。しかし、氾濫シミュレーションモデルでは杭群で表わされるような透過性水制、橋脚、樹林帯などだけではなく、道路・水路網や家屋群⁹⁾さらには地形形状、などの複雑な条件を適正に考慮する必要がある。今後、これらの諸条件について検討を加え、高精度氾濫シミュレーションモデルの構築を目指したい。

謝辞: 本研究の遂行にあたって抜井崇介君の援助を得た。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 岩佐義郎・井上和也・水鳥雅文: 氾濫水の水利の数値解析法, 京都大学防災研究所年報, 第23号B-2, pp.305-317, 1980.
- 2) 高橋保・中川一: 市街地における洪水氾濫水の挙動に関する研究, 京都大学防災研究所, 第26号B-2, pp.245-259, 1983.
- 3) 末次忠司・栗城稔: 改良した氾濫モデルによる氾濫流の再現と防災への応用に関する研究, 土木学会論文集, No.593/II-43, pp.41-50, 1998.
- 4) 福岡捷二・川島幹男・横山洋・水口雅教: 密集市街地の氾濫シミュレーションモデルの開発と洪水被害軽減対策の研究, 土木学会論文集, No.600/II-44, pp.23-36, 1998.
- 5) 例えば, 藤井孝藏: 流体力学の数値計算法, 東京大学出版会, pp.234, 1994.
- 6) Fraccarollo, L. and Toro, E.F.: Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.33, No.6, pp.843-864, 1995.
- 7) Raupach, M.R. and Shaw, R.H.: Averaging procedures for flow within vegetation canopies, *Boundary-Layer Meteorology*, Vol.22 pp.79-90, 1982.
- 8) 池田駿介・空閑健・陳飛勇: 両岸に植生帯を有する開水路流れに発生する大規模水平渦の安定性と運動量輸送, 土木学会論文集, No.551/II-37, pp.63-73, 1996.
- 9) 秋山壽一郎・浦勝・山口学・重枝末玲: MacCormack法を用いた平面2次元数値モデルの浅水流への適用性について, 水工学論文集, 第42巻, pp.679-684, 1998.
- 10) Harten, A. and Hyman, J.M.: Self-adjusting grid method for one-dimensional hyperbolic conservation laws, *Journal of Computational Physics*, Vol.50, pp.235-269, 1983.
- 11) Sweby, P.K.: High resolution schemes sin flux limiters for hyperbolic conservation laws, *SIAM J. Numerical Analysis*, Vol.21 (5), pp.995-1011, 1984.
- 12) Stoker, J.J.: *Water Waves*, Interscience Publishers, Inc., Wiley and Sons, New York, pp.567, 1957.

(1998. 9. 30受付)