

3次元複雑形状領域内における固気混相流中の 固体粒子のラグランジュ的解析法

LAGRANGIAN APPROACH FOR SOLID-PARTICLES IN GAS-SOLID FLOWS IN A 3D
COMPLICATED-SHAPED DOMAIN

牛島 省¹・田中伸和¹・米山 望²

Satoru USHIJIMA, Nobukazu TANAKA and Nozomu YONEYAMA

¹ 正会員 工博 (財) 電力中央研究所 水理部 (〒 270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646 番地)

² 正会員 工修 (財) 電力中央研究所 水理部 (〒 270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646 番地)

A three-dimensional numerical technique is developed for gas-solid flows within a complicated-shaped domain using curvilinear coordinates. Since the present technique is based on the discrete element method, it can predict individual solid particle motion and particle-particle and particle-wall interactions. In particular, the conversion from a physical space into a mapped space enables us to evaluate efficiently particle-particle contacts and gas vorticity and velocity at the particle position. The present method is applied to gas-solid flows in a horizontal straight pipe and a horizontal curved pipe. As a result, it has been shown that the predicted flow characteristics reasonably agree with the experimental results.

KeyWords : *discrete element method, body-fitted coordinates, gas-solid flow*

1. はじめに

固気二相流や固液二相流などに含まれる固体粒子の挙動を正確に把握するためには、個々の粒子に対する支配方程式を解析するとともに、粒子間や粒子と境界面との接触などを適切に扱うことが必要である。混相流中の粒子に作用する力のうち、特に粒子間あるいは粒子と境界面との接触により発生する接触力は、粒子を剛体と考えると計算上の取り扱いが繁雑となる。このため、Cundall and Strack¹⁾は、粒子を弾性体とするモデルを提案し、接触する粒子群の直接計算を可能にした。この計算方法は離散要素法ともいわれ、現在では粒子を含んだ各種の多相流に適用されつつある。

しかしながら、これまでに行われた離散要素法による流体中の固体粒子の計算は、単純な形状の境界面に囲まれた領域を対象とし、流動場は指数則を与えたり、簡略な解析が適用されることが多かった。本研究では、実際の工学的な問題に現れるような、複雑な形状の領域内における粒子運動を数値計算により評価するため、著者らがこれまでに開発した3次元境界適合座標系を用いた流体計算手法²⁾を利用する解析手法を提案する。さらに、本計算手法を、円管および水平バンド管内の固気二相流現象へ適用し、実験結果との比較を通

じて計算手法の適用性が良好であることを示す。

2. 数値解析手法

(1) 座標生成と流体の計算

本計算手法では、3次元境界適合座標系を生成することにより、複雑な形状を有する境界面を表現する。座標生成と流体の乱流計算は、既報³⁾と同様である。流体計算の支配方程式は、座標生成に用いたポアソン方程式に基づいて写像空間中へ変換されて離散化される。この写像空間中では、格子点は間隔が一定な規則的配置となり、全体の計算領域は直方体の形状として表されるので、支配方程式の離散化や境界の取り扱いが極めて容易となる。流体計算の支配方程式は、写像空間中において27個の計算点から構成される領域を最小の計算単位(単位計算領域)として変数が離散化される。

離散要素法では、後述するように粒子個々の運動方程式が解析され、流体中の粒子の移動や衝突などが逐次計算されるが、本研究では粒子位置も写像空間中に変換され、計算領域中のどの単位計算領域に含まれるかが常に把握される。このように、離散要素法において写像空間への変換を利用することにより、次のような利点が生ずる。

- ・粒子の接触判定を行う際に、接触判定用のセル分割（単位計算領域とは異なるセル分割）を行うが、写像空間中では計算領域が単純な形状となるのでそれが容易に行える。
- ・粒子が流体から受ける力を算出するためには、粒子が存在する位置での流体の流速や渦度を求める必要があるが、写像空間中で流体速度の反変成分の空間内挿を行うことにより、その算出が精度良くかつ容易に行える。

(2) 固体粒子の運動方程式

固体粒子の運動方程式は、3次元空間中の並進運動と回転運動に対するものから構成される。粒子の位置ベクトルを \mathbf{x} 、質量を m とすれば、並進運動の運動方程式は、一般に次のように表される。

$$m \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C \quad (1)$$

ここに、 \mathbf{F}_L 、 \mathbf{F}_B および \mathbf{F}_C は、それぞれ周囲の流体から受ける力、重力などの外力、そして壁面や他の粒子と接触することにより発生する接触力である。

一方、粒子の回転運動に関する方程式は次のように記述される。

$$I \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \mathbf{T}_L + \mathbf{T}_C \quad (2)$$

ここで I は粒子の慣性モーメント、 $\boldsymbol{\omega}_p$ は粒子の角速度ベクトルであり、 \mathbf{T}_L 、 \mathbf{T}_C は、それぞれ周囲の流体から受けるモーメント、壁面や他の粒子と接触することにより発生するモーメントを表す。

(3) 固体粒子が流体より受ける力とモーメント

固体粒子の並進運動を表す方程式中において、粒子が周囲の流体から受ける力は、一般的に以下のように表される。

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_{LR} + \mathbf{f}_{LS} + \mathbf{f}_{PG} + \mathbf{f}_{AM} + \mathbf{f}_{BT} \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{f}_D は抗力、 \mathbf{f}_{LR} は粒子の回転により生ずる揚力 (Magnus 力)、 \mathbf{f}_{LS} は流体の速度勾配に起因する揚力 (Saffman 力)、 \mathbf{f}_{PG} は流体の加速度に起因する圧力勾配力、 \mathbf{f}_{AM} は付加質量力、 \mathbf{f}_{BT} はバセット項である。これらのうち、最後の3つに関しては、流体の密度が粒子の密度と同等以上になった場合にのみ重要となる⁴⁾。このため、本報では、これらの項と、既往研究中では必ずしも取り扱われない Saffman 力を考慮しないこととした。

本報で扱う流体力のうち、抗力 \mathbf{f}_D は、以下のように表される。

$$\mathbf{f}_D = \frac{\pi d^2 \rho_f C_D}{8} \mathbf{u}_r |\mathbf{u}_r| \quad (4)$$

ここに d は固体粒子の粒径、 ρ_f は周囲の流体の密度であり、 \mathbf{u}_r は、次式で示される粒子に対する流体の相対速度ベクトルである。

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{u}_f と \mathbf{u}_p は、それぞれ流体と粒子の流速ベクトルである。(4) 式の C_D は抵抗係数であり、以下の経験式が提案されている⁵⁾。

$$C_D = \begin{cases} 24(1 + 0.15 R_{vr}^{0.687}) / R_{vr} & [R_{vr} \leq 10^3] \\ 0.43 & [R_{vr} > 10^3] \end{cases} \quad (6)$$

ここで粒子の相対速度レイノルズ数 R_{vr} は次式で定義される。

$$R_{vr} = \frac{d |\mathbf{u}_r|}{\nu} \quad (7)$$

ν は流体の動粘性係数である。

次に、粒子の回転に起因する揚力 \mathbf{f}_{LR} は、次式で与えられる。

$$\mathbf{f}_{LR} = -\frac{\pi d^2 \rho_f C_L}{8} |\mathbf{u}_r| \frac{\mathbf{u}_r \times \boldsymbol{\omega}_r}{|\boldsymbol{\omega}_r|} \quad (8)$$

ここで、係数 C_L は、Matsumoto and Saito⁶⁾ により提案された以下の関係式で与えるものとした。

$$C_L = \min \left\{ 0.5, 0.5 \frac{d |\boldsymbol{\omega}_r|}{|\mathbf{u}_r|} \right\} \quad (9)$$

また、 $\boldsymbol{\omega}_r$ は粒子の角速度を基準とした、流体の相対角速度ベクトルであり、流体の渦度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_f$ を用いて次式で定義される。

$$\boldsymbol{\omega}_r = \boldsymbol{\omega}_f - \boldsymbol{\omega}_p \quad (10)$$

ここで、 $\boldsymbol{\omega}_p$ は固体粒子の角速度ベクトルである。

次に、粒子の回転運動に対しては、周囲の流体の粘性効果が作用する。この回転運動の粘性減衰に関しては、以下のような近似式が提案されている⁷⁾。

$$\mathbf{T}_L = -\frac{1}{2} \left(6.45 R_{ar}^{-1/2} + 32.1 R_{ar}^{-1} \right) \cdot \rho_f \left(\frac{d}{2} \right)^5 |\boldsymbol{\omega}_r| \boldsymbol{\omega}_r \quad (11)$$

ここで、 $\boldsymbol{\omega}_r$ は (10) 式で定義される相対角速度ベクトルであり、 R_{ar} はこの相対角速度を用いて定義される次式のレイノルズ数である。

$$R_{ar} = \frac{d^2 |\boldsymbol{\omega}_r|}{4\nu} \quad (12)$$

(4) 粒子間および粒子と境界面の接触力の扱い

本研究では、Cundall and Strack¹⁾と同様に、粒子間あるいは粒子と壁面の間に作用する接触力として、図-1に模式的に示すような成分を考慮している。すなわち、粒子中心に向かう方向である、法線方向の変位に対しては、変位量に比例するバネの力と、変位速度に比例するダッシュポットの力を考慮する。一方、粒子表面の接線方向に向かう、接線方向の接触力としては、法線方向と同様にバネとダッシュポット、そして接線方向に作用する力がある値以上になると滑りを生ずる摩擦スライダによって発生する力を考慮するものとしている。

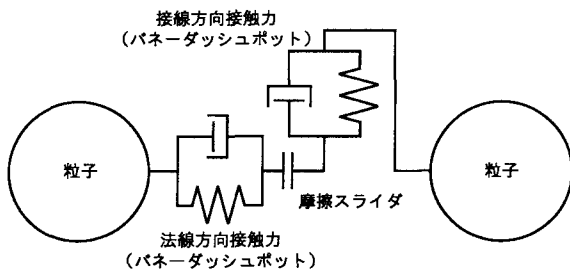


図-1 接触力のモデル

粒子間、あるいは粒子と壁面との接触力を求めるための手順は以下のように表される。

a) 写像空間中におけるセル分割

粒子間の接触力を計算するに先立ち、まず接触している粒子を特定することが必要になる。計算領域内に含まれる粒子数が多くなると、接触判定に計算時間がかかるため、田中ら⁸⁾と同様に、計算領域をセル分割し、対象とする粒子が含まれるセルを取り囲むセル内の粒子が接触しているかどうかを調べるものとした。本研究では、計算領域が物理空間中で複雑な境界形状を有しているため、セル分割は写像空間中で行うものとしている。

b) 粒子の接触判定

着目する粒子の周囲にあるセル内に含まれる粒子を対象として、粒子間の接触判定を行う。接触判定は、対象とする2つの粒子の中心間距離が粒子の直径より小さいかどうかを基準とする。一方、粒子と壁面との接触判定は、粒子の中心点を含む単位計算領域において、壁面と粒子中心の距離 L を求め、その距離を粒子半径と比較することにより行う。

c) 法線方向接触力の算定

他の粒子あるいは壁面と接触していると判定された粒子に対して、まず法線方向接触力の算出が行われる。図-1に示したように、法線方向にはバネとダッシュポッ

トから発生する次式の力 F_{Cn} が作用する。

$$F_{Cn} = -k_n d_n - \eta_n v_{nr} \quad (13)$$

ここで、 k_n と η_n は、それぞれ法線方向接触力に関係するバネ定数とダッシュポット定数であり、 d_n と v_{nr} はそれぞれ法線方向の変位量を成分とする変位ベクトル、粒子間あるいは粒子と壁面との法線方向の相対速度ベクトルである。

法線方向接触力に微小な不規則反発を考慮するため⁹⁾、乱数を利用して最大±1度の範囲に含まれる角度を求め、 d_n の方向を変化させる。この不規則反発の具体的な効果については、後述の円管内の固気混相流への適用において述べる。

d) 接線方向接触力の算定

法線方向接触力の算出と同時に、接線方向の接触力の算出が行われる。接線方向の接触力は、粒子間あるいは粒子と壁面の間ですべりが生じているかどうかにより異なる。

最初に、図-1に模式的に示したように、接線方向に作用するバネとダッシュポットから生ずる、次の接触力 F_{Ct} が計算される。

$$F_{Ct} = -k_t d_t - \eta_t v_{tr} \quad (14)$$

ここで、 k_t と η_t は、それぞれ接線方向接触力に関係するバネ定数とダッシュポット定数であり、 d_t と v_{tr} はそれぞれ接線方向に向かい、接線方向の変位量を成分とするベクトルと接線方向の相対速度ベクトルである。接線方向の相対速度 v_{tr} としては、粒子の並進速度成分に加えて、粒子の回転に起因する相対速度をも考慮する。そして、接線方向変位ベクトル d_t は、接触時間が長くなると変位量が蓄積されてゆく場合があるため、接触期間中は前ステップの変位ベクトルに加算し、これを保存して必要であれば次の計算ステップで使用する。一方、上記c)で求められる法線方向接触力 F_{Cn} に動摩擦係数 μ_t を乗じて摩擦力が算出されるが、この値より(14)式の接線方向接触力 F_{Ct} が大きくなった場合、すなわち、

$$|F_{Ct}| > \mu_t |F_{Cn}| \quad (15)$$

が成り立つ場合には、すべりが生じると判断される。この場合には、(15)式右辺の摩擦力が接線方向接触力となる。一方、上式が成り立たない場合にはすべりは発生せず、(14)式で計算される接線方向接触力が作用する。

e) 粒子に作用する全接触力の算出

上記のような手順で、着目する粒子に作用する全ての粒子間、また粒子と壁面間の接触力ベクトルが求め

られ、各成分ごとにすべてが加算される。得られた法線方向接触力は粒子の並進運動に対する運動方程式である(1)式中の接触力 F_C となる。また、接線方向の接触力は、接触力ベクトルと、大きさが粒子半径と等しい粒子中心に向かうベクトルとの外積をとることでモーメントに換算され、粒子の回転運動に関する運動方程式である(2)式中の T_C として計算に用いられる。

3. 解析手法の適用性

(1) 円管内の固気2相流

ここでは、壁面における不規則反発の効果などを確認するために、最初に本計算手法を単純な円管における固気混相流へ適用する。鉛直下方 ($-z$ 方向) に作用する重力に対して、円管は水平に置かれ、 x 方向に流れる気体流により粒子が輸送される。円管の直径 D は 42mm である。計算上は円管長さを $5D$ とし、粒子の初期位置は、円管上流端断面内にランダムに配置し、速度は 0 とした。また、円管上・下流端で周期境界条件を適用して、下流端を通過した粒子が同一速度、同一 y, z 座標を保持して上流端から再び入り込むものとした。円管内を流れる気体の平均流速は、7, 10, 20m/s の3ケースを計算対象とした。気体流は十分発達していると仮定し、ここでは半径方向の流速分布を $1/7$ 乗則により与えた。

固体粒子は、粒径 d が 1.1mm、密度 ρ_p が 923kg/m^3 である。計算と比較する固気混相流実験では、粒子数が少なかったことから、計算で扱う粒子数は 20 個とした。粒子の反発係数 e と動摩擦係数 μ_t は、辻ら¹⁰⁾ の検討結果にならない、それぞれ 0.875, 0.4 とし、バネ定数は k_n および k_t とともに $1.0 \times 10^3\text{N/m}$ 、ダッシュポット定数は反発係数 e を用いて定めるものとした¹¹⁾。計算は、粒子が $400D$ 輸送されるまで続け、粒子のトレースラインや分布状況を求めた。

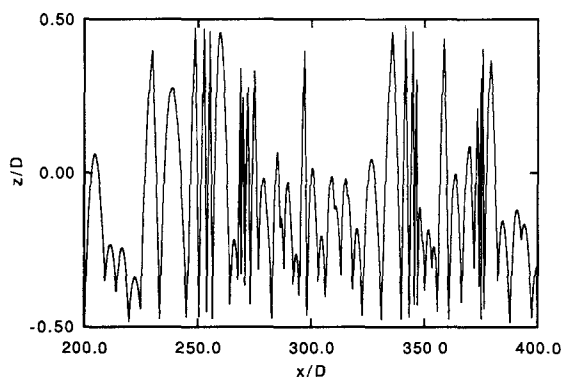


図-2 粒子の鉛直断面内の軌跡 (不規則反発モデル, $U = 7(\text{m/s})$)

不規則反発の効果を確認するため、まず反発が完全に規則的である条件で粒子の輸送状況を計算した。その結果、約 $25D$ の流下距離において粒子が反発なくなり、円管底部を転動しながら移動していくものとなった。

一方、不規則反発を考慮した場合の同様の断面におけるトレースラインを図-2に示す。この結果に見られるように、粒子の反発運動は継続するものとなり、実際の観察結果と一致する。図-3は、 $y-z$ 断面内で、ある1個の粒子のトレースラインを見たものである。粒子は壁面に種々の角度で衝突し、反発を繰り返していることが確認できる。これらの計算結果は、辻ら¹⁰⁾ の計算結果とも良く一致する傾向を示している。

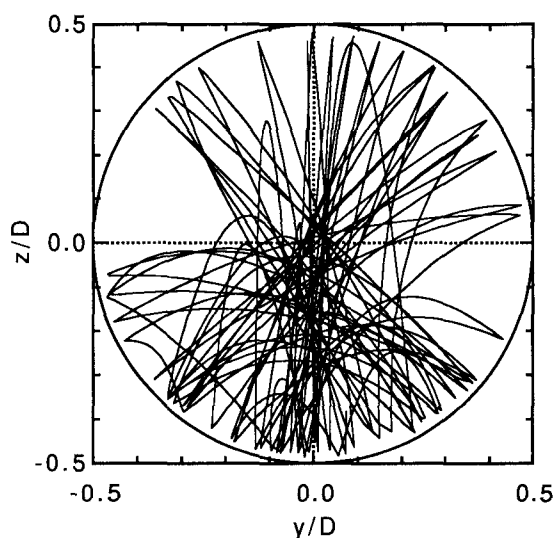


図-3 粒子の鉛直断面内の軌跡 (不規則反発モデル, $U = 7(\text{m/s})$, $x/D = 200 \sim 400$)

次に、粒子の平均的な高さの分布を実験結果¹⁰⁾と比較したものが、図-4である。縦軸の z_b は、円管底部からの高さを表している。実験結果では、気体流速が増加すると粒子の分布位置が円管中心に近くなる傾向が認められる。これは水平方向の運動量が不規則反発により鉛直方向のそれに変換されることが原因であると考えられる。計算結果でもわずかではあるが、同様の傾向が見られ、両者はおおよそ一致していることができる。

(2) 水平ベンド管内の固気2相流

直線的な円管とは異なり、ベンド部分を有する円管内においては、粒子と管壁との衝突が複雑となる。ここでは、 90° の曲がり角度を有する水平なベンド管内において、空気流により輸送される固体粒子の挙動を数値解析する。

計算対象領域となるベンド管の形状と座標系は図-5

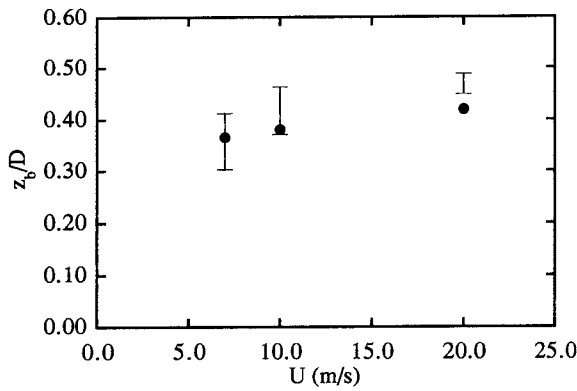


図-4 粒子の平均高さの比較 (エラーバーは実験結果, ●は解析結果)

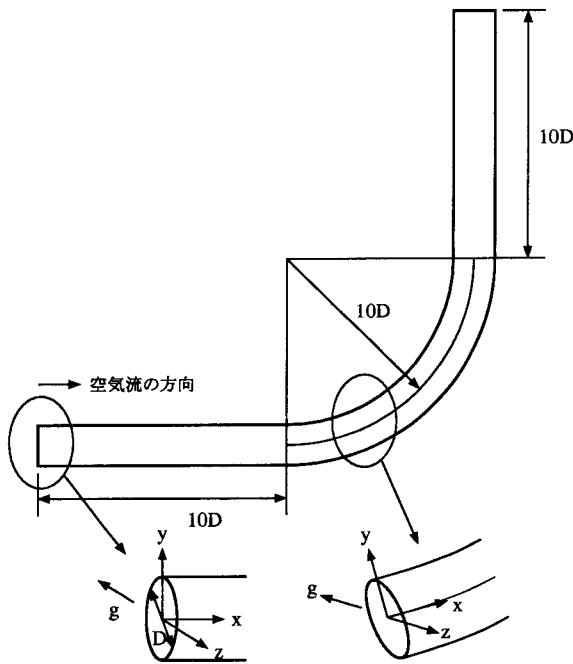
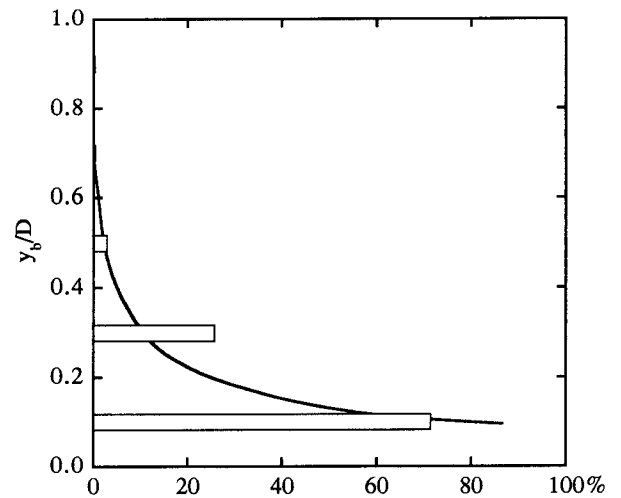


図-5 水平ベンド管の形状と座標系

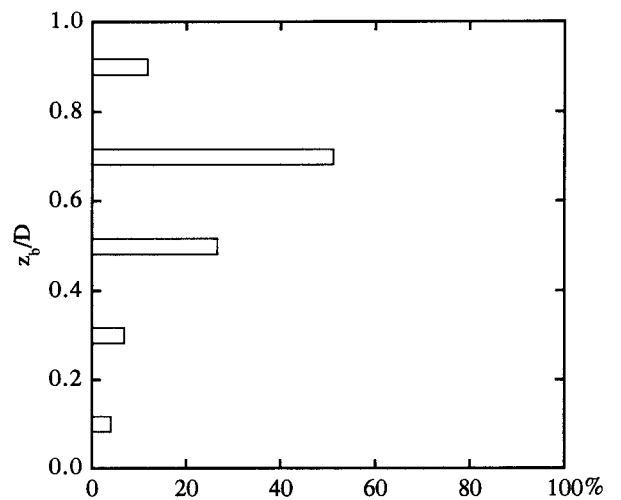
に示すとおりである。管の直径 D は 27.4mm であり、水平ベンド部分は $10D$ の曲がり半径を有する。座標系は管軸に沿って下流方向に x 軸をとり、ベンド部分の曲がり中心に向かう水平方向に y 軸、鉛直上方に z 軸をとる。計算では、ベンド部分の上流、下流側それぞれに $10D$ の長さを有する助走区間を設けた。

この水平ベンド管内を流れる空気平均流速は 20m/s である。固体粒子は、粒子径 d が 1.63mm、密度が $1.1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ である。粒子の反発係数 e は実験結果¹²⁾を参考として、0.875 とした。反発力の算定に関する他の定数は、3.1 の円管の計算で使用したものと同一とした。

気相の計算では、3次元境界適合座標系を用いて計算領域を表現し、上流端に $1/7$ 乗則に従う流速分布を与えて、2方程式乱流モデルを用いた3次元流体計算により定常な流況を求めた。



(a) y 方向の分布, ($x/D = 14$)



(b) z 方向の分布, ($x/D = 16$)

図-6 ベンド部における粒子の存在確率 (— = 実験結果, 棒グラフ = 解析結果)

得られた計算結果を用いて、粒子の輸送状況を解析した。上述した円管内の粒子輸送の結果を利用して、約 3,000 個の粒子の y および z 座標をファイルとして記録しておき、ベンド管上流部において乱数を利用してそのファイル内の 1 つの粒子位置を取り出し、計算を開始する粒子の (y, z) 座標を定めた。また、粒子の初期速度は 0 とした。下流端から粒子が計算領域外へ移動した場合には、新たに 1 つの粒子の輸送が上流端より開始される。そのときの (y, z) 座標は、上記の方法により求められる。このようにして継続的な粒子輸送の計算を行い、計算時間が約 10 秒となるまで、時間間隔 1.0×10^{-2} 秒ごとに粒子位置を出力した。なお、計算領域内に存在する粒子数は 20 個とした。

図-6は、 y 方向 ($x/D = 14$) および z 方向 ($x/D = 16$) の粒子の存在割合を $0.2D$ の幅を有するゾーンごとに算出した結果である。ここで、 y_b および z_b は、それぞれ $y = -0.5D$ および $z = -0.5D$ から y, z 方向にとった座標である。 y 方向の分布を示す図-6(a) に描かれている曲線は、実験結果¹²⁾である。実験結果では、よりベンド領域の外側に粒子が存在する傾向となっているが、両者はほぼ同様の分布となっていると見られる。

一方、 z 方向の分布に関しては、実験結果がないため定量的な比較は行えないが、植松・森川¹²⁾らの可視化実験の結果を見ると、粒子の平均的な存在位置が中心軸よりわずかに上側付近にあり、計算結果と同様の結果となっている。この点に関しては、本研究の解析結果は、森川・辻¹³⁾が行った数値解析の結果と比較して、より実験結果に近いものとなっている。これは、森川・辻の計算では、ベンド部分を含めた全ての領域に円管内で成り立つ指数則流速分布を仮定していることなどが原因であると思われる。

4. おわりに

本研究では、3次元境界適合座標系を用いた流体解析手法を利用して、離散要素法により流体中の粒子運動をラグランジュ的に解析する手法を提案した。この計算手法では、境界適合座標系を生成することにより、複雑な形状の3次元領域を適切に表現することができ、計算領域内部の流動現象も数値シミュレーションにより予測することができる。得られた流動条件と計算領域形状のもとで、粒子のラグランジュ的な挙動を離散要素法により解析する。特に本計算手法では、写像空間中への変換を利用することにより、粒子の接触判定を行う際のセル分割や、粒子が存在する位置における流体の流速や渦度の算定を精度良くしかも容易に行うことが可能である。

このような離散要素法に基づく計算手法を、円管および水平ベンド管内の固気二相流現象へ適用し、実験結果との比較を通じて計算手法の適用性が良好であることを確認した。

参考文献

- 1) P. A. Cundall and O. D. L. Strack : a discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- 2) S. Ushijima : prediction of thermal stratification in a curved duct with 3D boundary-fitted

co-ordinates. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 19, pp. 647-665, 1994.

- 3) S. Ushijima : arbitrary Lagrangian-Eulerian numerical prediction for local scour caused by turbulent flows. *J. Computational Physics*, Vol. 125, pp. 71-82, 1996.
- 4) J. O. Hinze : *Turbulence*. McGraw-Hill, 1975.
- 5) L. Schiller and A. Nauman. *V. D. I. Zeits.*, Vol. 77, p. 318, 1933.
- 6) S. Matumoto and S. Saito : on the mechanism of suspension of particles in horizontal pneumatic conveying: monte carlo simulation based on the irregular bouncing model. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 3, No. 1, pp. 83-92, 1970.
- 7) S. R. C. Dennis, S. N. Singh and D. B. Ingham : the steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 101, pp. 257-279, 1980.
- 8) 田中敏嗣・門野啓一郎・辻裕 : 鉛直管内固気二相流の数値シミュレーション (粒子間衝突の影響について). *日本機械学会論文集 (B編)*, Vol. 56, No. 531, pp. 3210-3216, 1990.
- 9) 辻裕 : *空気輸送の基礎*. 養賢堂, 1984.
- 10) 辻裕・森川敬信・大嶋孝夫 : 空気輸送に対する数値実験 (水平管の場合). *日本機械学会論文集 (B編)*, Vol. 49, No. 445, pp. 1850-1858, 昭和58年.
- 11) 川口寿裕・田中敏嗣・辻裕 : 離散要素法による流動層の数値シミュレーション (噴流層の場合). *日本機械学会論文集 (B編)*, Vol. 58, No. 551, pp. 2119-2125, 1992.
- 12) 植松時雄・森川敬信 : 粒体の空気輸送における曲管部の圧力損失. *日本機械学会論文集 (第2部)*, pp. 1528-1535, 昭和35年.
- 13) 森川敬信・辻裕 : 空気輸送に対する数値実験 (ベンドを有する場合). *日本機械学会論文集 (第2部)*, pp. 4158-4167, 昭和51年.

(1998.9.30 受付)