

# 開水路流れ計算のための 水面変動を考慮した乱流モデル

TURBULENCE MODEL WITH FREE-SURFACE FLUCTUATION EFFECTS  
FOR THE CALCULATION OF OPEN-CHANNEL FLOWS

中山昭彦<sup>1</sup>・横嶋哲<sup>2</sup>

Akihiko NAKAYAMA and Satoshi YOKOJIMA

<sup>1</sup>正会員 Ph.D. 神戸大学大学院 自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

<sup>2</sup>学生会員 神戸大学大学院 自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

A new method of modeling free-surface effects for the calculation of open-channel flows has been developed and validation calculation has been performed. The new model is built around the well proven  $k-\omega$  Low-Reynolds number turbulence model with an explicit treatment of the free-surface fluctuation and the intermittency of the large-eddy structure interacting with the free surface. Also the equations for the mean free-surface position and the fluctuation of the free surface are derived and modeled. The results are seen to agree very well with recent direct numerical simulation results as well as experimental data of higher Reynolds and Froude numbers.

**Key Words:** Open-channel turbulence, 2-equation model, free surface effects, eddy structure

## 1. はじめに

水工学で扱わなければならない流れの多くは流れ領域が固定されていない開水路流である。領域は固定されていない代わりに、圧力とせん断応力が規定されるので、開水路乱流では平均流、乱流諸量とも閉管路流とは異なる。しかし、予測計算に用いられる乱流モデルは閉管路内部流あるいは境界のない外部流の予測に用いられるモデルをそのまま応用したものが殆どである<sup>1)</sup>。フルード数が小さい場合、水面は水平に近くスリップ境界で近似出来る。しかし一般的な場合の平均水面、水面変動に関するデータは充分でなく、如何にモデルに水面変動の影響を入れるべきかについての定説はない。

開水路流の予測計算に用いられる運動方程式が閉管路流のそれと異なるのは重力の項がある事のみである。しかし密度一定の非圧縮流の場合、重力項はたとえ乱流内でも一定であるので、基礎運動方程式にはその効果は直接表れない。水面の影響は、運動方程式に重力項があることより、未知の水面で圧力が規定されるという点である。従ってこれまでのモデルでは境界条件に水面効果を入れるか、モデル式に人為的操作を加えるのが一般的である<sup>2-5)</sup>。乱流には基礎式に直接入っていない効果が他にも多くある<sup>6)</sup>。流線の曲率の影響や自由せん断流の間欠

性などがそれであるが、これらをモデルに反映するには乱流エネルギー輸送式にその効果を導入するのが一般的である。 $k-\epsilon$ モデルなどの2方程式モデルの殆ど全てのモデルに乱流エネルギーの式が用いられるのは、乱流エネルギーの輸送、生成、散逸などが物理的に理解し易くモデル化し易い、しかも生成項はモデル化なしに評価出来、単純せん断以外の付加的な歪による"extra-effects"が陽に表わし易いことがある。

本研究では、水面変動の影響をなるべく直接表わせるモデルを2方程式モデルの枠内で追求する。水面位置の変動を乱流量の一つとして扱い、自由水面近傍で重力の影響を瞬時の境界条件に織り込んで、水面の位置と、水面変動及び乱流エネルギー輸送の基礎式の再導出を行い、そのモデルの構築と検証を試みる。またモデルに、レイノルズ応力の生成に重要な大規模渦構造とその自由水面の干渉との間欠性を取り入れる。モデル構築、検証には実験結果の他に、最近発表されている直接シミュレーション(DNS)結果を用いる。

## 2. 2次元開水路乱流の基礎式

### (1) 運動方程式

2次元開水路流で $x_1$ を流下方向、 $x_2$ を鉛直上向きの座標にとり、これらの方向の平均速度成分を $U_1$ 、 $U_2$ 、 $P$ を

平均圧力とすると、レイノルズ平均運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( v \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

である。ここで平均は全てアンサンブル平均で、 $\rho$ 、 $v$ はそれぞれ水の密度、動粘性係数、 $g_i$ は重力加速度の $x_i$ 方向成分で、 $\theta$ を路床勾配とすると  $g_1 = g \cos \theta$ ,  $g_2 = g \sin \theta$ ,  $-\bar{u}_i \bar{u}_j$  はレイノルズ応力である。

## (2) 平均水面の基礎式

碎波や跳水など水深が水平位置の一価関数で定義できない場合を除くと、位置 $(x_1, x_3)$ での瞬時の水面は、水深を表わす関数を用い

$$x_2 = \tilde{h}(x_1, x_3, t) \quad (3)$$

と書ける。 $\tilde{h}$ の方程式は

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} + \tilde{u}_1 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_1} + \tilde{u}_3 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} = \tilde{u}_2 \quad (4)$$

である。ここで $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ は瞬時水面での $x_1, x_2, x_3$ 方向速度成分の瞬時値であるが、これを微小振幅波の近似に従い水面の平均位置 $x_2 = H(x_1, t)$ での速度で近似し、

$$\tilde{u}_1(x_1, \tilde{h}(x_1, x_3, t), x_3, t) \approx \tilde{u}_1(x_1, H(x_1, t), x_3, t)$$

などとし、(4)式中の瞬時値をその平均と変動で置き直した後平均をとると

$$\frac{\partial H}{\partial t} + U_1 \frac{\partial H}{\partial x_1} = U_2 - \frac{\partial}{\partial x_1} \bar{u}_1 h - \frac{\partial}{\partial x_2} \bar{u}_2 h \quad (5)$$

となり平均水深の式を得る。ここで $U_1, U_2$ は変動速度成分、 $h$ は変動水深で、全ての項は平均水面の位置で評価したものである。この式は瞬時水面の式(4)の瞬時値に平均値を入れたものであるが、付加項として変動速度と水面変動の相関項があるので、水面の平均位置は必ずしも平均運動の境界面と一致しない事を意味する。櫛津・中山<sup>7)</sup>の実験によれば $U_1$ と $h$ は負の相関が強く、逆に $U_2$ と $h$ の相関はほぼゼロかやや正になっているのでこれらの項は相殺する傾向にある。

## (3) 水面変動の基礎式

上記のように水面変動を乱流量と捉えると、その変動幅の支配方程式が必要となる。瞬時の水面の方程式(4)の変動部に $h$ を掛け平均すると次のような水面変動 $\bar{h}^2$ の式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{h}^2}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \bar{h}^2}{\partial x_1} &= \\ -2\bar{u}_1 \bar{h} \frac{\partial H}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_1} \bar{u}_1 \bar{h}^2 + h^2 &\left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \bar{u}_2 \bar{h} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、全ての相関項は平均水面の位置で評価したものである。右辺第1項は平均水面の勾配による水面動搖の生成、第2項は拡散と解釈出来る。第3項は水面変動と歪みの相関、第4項は鉛直変動速度と水面変動との相関である。 $H$ の式には2次相関項があり、2次相関である $\bar{h}^2$ の式には3次の相関が現われるという乱流の完結の問題になる。完全発達した平坦開水路の等流の場合、最後の2項以外はゼロで、この2項のみでバランスすることになる。流れ方向に変化のある場合この2項は等流値に戻そうとする効果がある。

完全発達した平坦開水路の等流の場合 $\bar{h}^2$ は次のように推定できる。すなわち、水面での変動流速は小さく $u_1, u_2, u_3 \ll U_1$ で、変動圧は $p/\rho = gh$ で近似出来るとすると、非粘性ベルヌイ式の変動部は

$$U_1 u_1 + gh = 0 \quad (7)$$

となる。これより $U_1$ の平均水面での値を $U_{1S}$ 、断面平均流速を $U_m$ 、 $Fr$ を $U_m / \sqrt{gh}$ で定義される $Fr$ 数とすると

$$\frac{\bar{h}^2}{H^2} = \bar{u}_1^2 \frac{U_{1S}^2}{g^2 H^2} = Fr^4 \frac{\bar{u}_1^2}{U_m^2} \frac{U_{1S}^2}{U_m^2} \quad (8)$$

という関係が得られる。これは櫛津・中山<sup>7)</sup>の実験の常流のケースの結果と良く合っている。

次にこれらの項とレイノルズ平均式に現われるレイノルズ応力のモデル化を考える。

## 3. 水面乱れを考慮した2方程式乱流モデル

### (1) 水面の効果

自由水面の乱流に及ぼす影響は櫛津・中山<sup>7)</sup>、河原・常山<sup>4)</sup>、Sugiyama et al.<sup>5)</sup>、などに詳しく説明されている。すなわち、水面は i) 亂れを抑制する効果がある、ii) 水面垂直方向の乱れが抑制、平行方向は増幅され、非等方性を強める効果がある、iii) 長さスケールが短くなる、などである。これらの効果を予測計算法に取り入れるため、櫛津・中川<sup>2)</sup>は水面での $k$ をある割合で減少させる方法を提案し、Naot & Rodi<sup>8)</sup>は $k$ を間接的に抑えるため $\epsilon$ を大きめに指定する方法を提案している。ところが近年のDNS結果によれば、水面垂直方向の乱れ速度は減少するものの $\epsilon$ は必ずしも減少しておらず、水面で勾配はほぼゼロになっている。また $\epsilon$ もほぼ勾配ゼロで、Naot & Rodi<sup>8)</sup>の条件を課した場合のように水面で増加しない。筆者らは $k, \epsilon$ の条件は対称とするが、 $v_t$ に水面減衰関数を導入する方法を提案している<sup>9)</sup>。

水面近傍の乱流モデル構築のために開水路乱流を、大

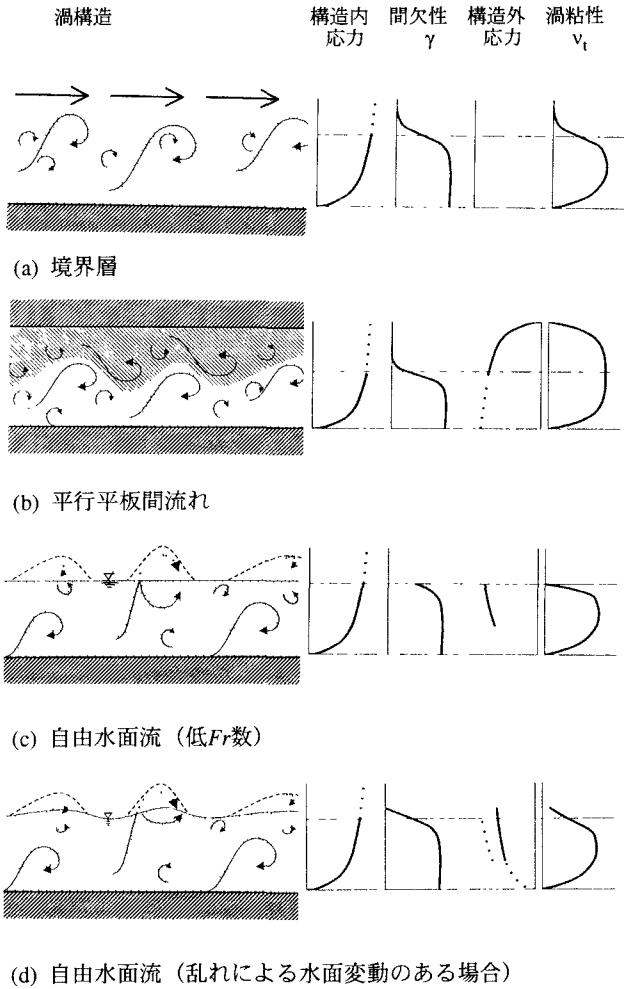


図-1 開水路流と他のせん断流の乱流構造.

規模渦とその間欠性に注目して、他のせん断乱流と比較し、その特徴を捉えてみる。図-1(a)に下端にのみ壁がある境界層流れ、図-1(b)に2つの壁に挟まれた平行平板間流れ、図-1(c),(d)に下側が壁、上端が自由水面である開水路流れでの、レイノルズ応力生成に大きく影響を及ぼす大規模渦の構造の概要とそれによる乱流応力、渦粘性係数の分布特性を表わしてある。境界層の外層(図-1(a))では乱流応力を持った大規模渦が、乱れの殆どない外部流に侵入する。従って渦粘性は間欠関数 $\gamma$ が減少するように減少する。実際伴流の計算では $\gamma$ をパラメタに加えた $k-\epsilon-\gamma$ モデルが成功している<sup>10)</sup>。平行平板間流れの中心部では片方の壁に発する大規模渦が反対のせん断応力をもつ領域に侵入し、2種の構造がタイムシェアする形になる(図-1(b))。中心線近傍では双方からの構造の重ね合わせで、渦粘性としては対称になる。これに対し、Komori et al.<sup>11)</sup>やRashidi<sup>12)</sup>の可視化実験からも分かるように、自由水面近傍では大規模渦が水面に衝突すると反射される。 $Fr$ 数が小さい場合(図-1(c))鏡面反射に近く、水面ではほぼ相殺され、 $v_t$ はゼロになる。 $Fr$ 数が大きいと水面波と干渉し(図-1(d))、反射された渦構造は弱められ完全に相殺しない。干渉の強度は水面変動幅に関係があると考えられ、渦粘性係数は図のよう

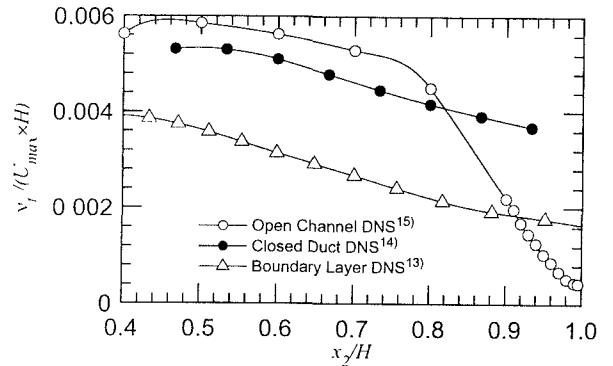


図-2 閉管路流と開水路流のDNS結果の $v_t$

な分布となると考えられる。

図-2にこれらに対応するDNSデータを示す。境界層流れはSpalart<sup>13)</sup>のデータより、平行平板間内流れはKuroda et al.<sup>14)</sup>、自由水面流はNagaosa & Saito<sup>15)</sup>の計算結果より計算したものである。これによると平行平板間流れ、開水路流れとも $v_t$ の値は $x_2/H=0.7$ 辺りまで同様の傾向を示すが、開水路の場合そこから水面にかけて大きく落ち込み、分子粘性値に漸近している。これは櫛津・中川<sup>2)</sup>の実験結果でも顕著に見られる現象である。次にこれらの特性のモデルへの組み込み法を検討する。

## (2) 水面効果を取り入れた改良 $k-\omega$ 2方程式モデル

ここでは前節で考察したような渦粘性の特性を2方程式モデルの枠内で反映させる方法を考える。2方程式モデルは、その欠点は指摘されながらも総合的には良い評価をされ、成功していると言える。本研究では2方程式モデルでも広い範囲に渡り高い予測性能を示すとされている $k$ と単位エネルギー当たり散逸 $\omega$ をモデルパラメータとする低レイノルズ数 $k-\omega$ モデル<sup>13)</sup>の修正、応用を考える。これは等方渦粘性モデルを仮定し、レイノルズ応力の非等方部は

$$-(\bar{u}_i \bar{u}_j - \frac{2}{3} k \delta_{ij}) = v_t (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) \quad (9)$$

で表わされる。これを右辺を歪み速度による応力の生成と考えると、水面近傍ではこれに反射の影響を重ね合わせたものになる。 $k$ と $\omega$ をモデルパラメータとする場合、 $v_t$ は $k/\omega$ に比例するが、上記渦構造は間欠性のあるものと捉えその修正型として

$$v_t = f_S \alpha^* \frac{k}{\omega} = (1-f_h f_r) \alpha^* \frac{k}{\omega} \quad (10)$$

と置く。ここで $\alpha^*$ は低 $Re$ 領域での減衰関数、 $f_S$ は渦構造の反射効果と干渉を表わす水面減衰関数で、

$$f_h = \exp\left(-\frac{h'}{L_S}\right), \quad f_r = \exp\left(-\frac{H-x_2}{L_S}\right) \quad (11)$$

である。ここで、 $L_S$ は水面近傍での乱れ長さスケール

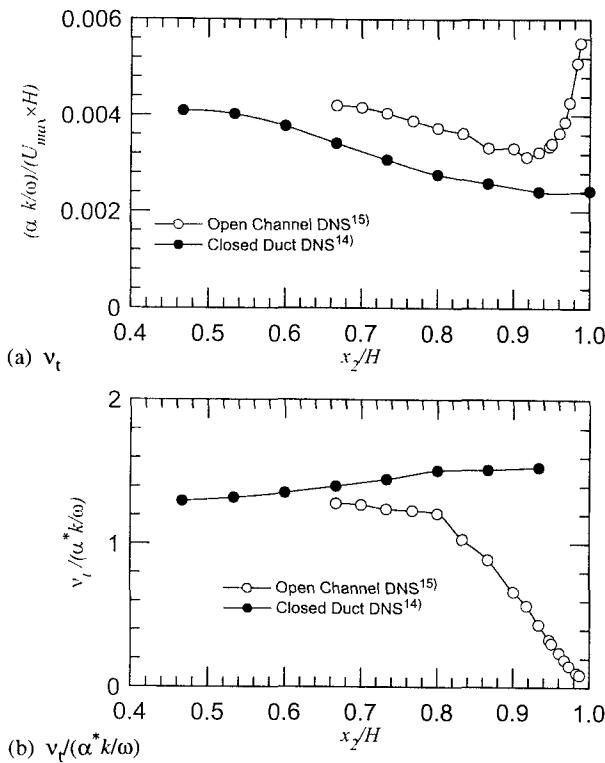


図-3 閉管路流と開水路流のDNSデータ

で、水面での $k, \omega$ の値を用いると $L_S = 1.5k_S^{1/2}/\omega_S$ ,  $h'$ は水面変動幅である。水面変動の小さい場合 $f_h \approx 1$ となる。

上の減衰関数の値の推定のため、DNSデータを調べてみる。図-3(a)はDNSで計算された $k$ と $\epsilon$ の結果より求めた $\alpha^* k / \omega$ の値である。通常のモデルでは渦粘性はこれに比例するとする。平行平板間流れのDNSでは $v_t$ と同じような分布でほぼ比例している。しかし開水路DNSの場合、水面近傍で $\alpha^* k / \omega$ は増加気味で、 $v_t$ とは全く異なる傾向を示している。 $v_t$ と $k / \omega$ の比が図-3(b)にプロットされているが、平行平板間流れではほぼ一定であるのに対し、開水路の場合 $x_2 / H = 0.8$ 辺りから減少し水面ではほぼゼロになっている。本モデルの減衰関数はこの水面近傍での減衰と水面変動を同時に考慮したものである。

開水路での $k$ 輸送方程式は重力項が無い場合と同じで、自由水面の影響は直接表れない。応力方程式のモデル化では人為的に水面効果の項を導入することは提案されている<sup>4)</sup>が、輸送式に元々あるものではない。水面の影響を陽に表わすには、 $k$ 方程式を導く時に変動圧力を水面の動揺によるもの $\rho gh$ と水の運動によるもの $p$ の和に分解すれば、重力の項が陽に現われる。結果は

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{2} \overline{u_i u_j} \overline{u_j} + \frac{\overline{u_i p}}{\rho} + g \overline{u_i h} \right) - \epsilon \quad (12)$$

である。ここで、 $P_k$ は生成、 $\epsilon$ は散逸である。拡散項の第3項目は水面変動に伴う水圧変動効果である。この形では $Fr$ 数の2乗に反比例する形に見えるが相関 $\overline{u_i h}$ は $Fr$ 数と伴に増加する傾向がある<sup>7)</sup>。従って水面変動によ

り乱流エネルギーの生成は直接影響されないが、拡散が増加することになる。散逸に関してはあるいは $\omega$ の厳密式の詳細を考察しなければならないが、複雑であり項の物理的解釈も明確ではないので現段階では両式とも経験的モデル式として扱われている。従って、通常のものと同じものにする

$$\frac{D\omega}{Dt} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k + \frac{\beta}{\beta^*} \frac{\omega}{k} \epsilon + D_\omega \quad (13)$$

である。ここで $D_\omega$ は $\omega$ の拡散項で勾配型モデルでは

$$D_\omega = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{v_t}{\sigma_\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (14)$$

で、 $\alpha, \beta, \beta^*$ はモデル定数でWilcox<sup>13)</sup>の提唱する値を用いるとそれぞれ5/9, 3/40, 9/100である。水面での境界条件は、DNS結果は $k, \epsilon$ とも勾配はゼロに近いので計算でも勾配ゼロとする。

### (3) 水面変動を含む相関項

以上のモデルで、モデル化されなければならない水面変動を含む相関項は

$$\overline{u_1 h}, \quad \overline{u_2 h}, \quad \overline{u_1 h^2}, \quad h^2 \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right)$$

の4項である。これらの項のモデル化には幾通りかの方法が考えられる。輸送式を立てそれを解く方法は複雑すぎるるので簡単な渦拡散モデルを考える。 $u_1$ を含む相関項は勾配輸送、拡散の概念でモデル化できる。すなわち

$$-\overline{u_1 h} = \frac{v_t}{\sigma_H} \frac{\partial H}{\partial x_1} \quad (15)$$

$$-\overline{u_1 h^2} = \frac{v_t}{\sigma_h} \frac{\partial \overline{h^2}}{\partial x_1} \quad (16)$$

と書ける。ここで $\sigma_H, \sigma_h$ は拡散のモデル定数である。拡散係数はDNS、実験値等を基に決定すべきであるが、オーダーは1であるので、運動量拡散係数である $v_t$ と同じ値にとる。

水面変動と歪みの相関の項と $\overline{u_2 h}$ の和は2章で説明したように等流値へ戻す役割があるので、緩和時間の概念を用い

$$h^2 \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \overline{u_2 h} = - \frac{C_S}{\tau_S} \left( \overline{h^2} - Fr^4 \frac{k^2 U_{1S}^2}{U_m^4} H^2 \right) \quad (17)$$

とモデル化する。ここで $C_S$ はモデル定数、 $\tau_S$ は水面での時間スケールで、 $1/\omega_S$ である。

### 4. 平坦開水路流

本モデルの適用例としてまず完全発達した平坦開水路流を取り上げる。計算は $Fr$ 数が実質ゼロであるNagaosa &

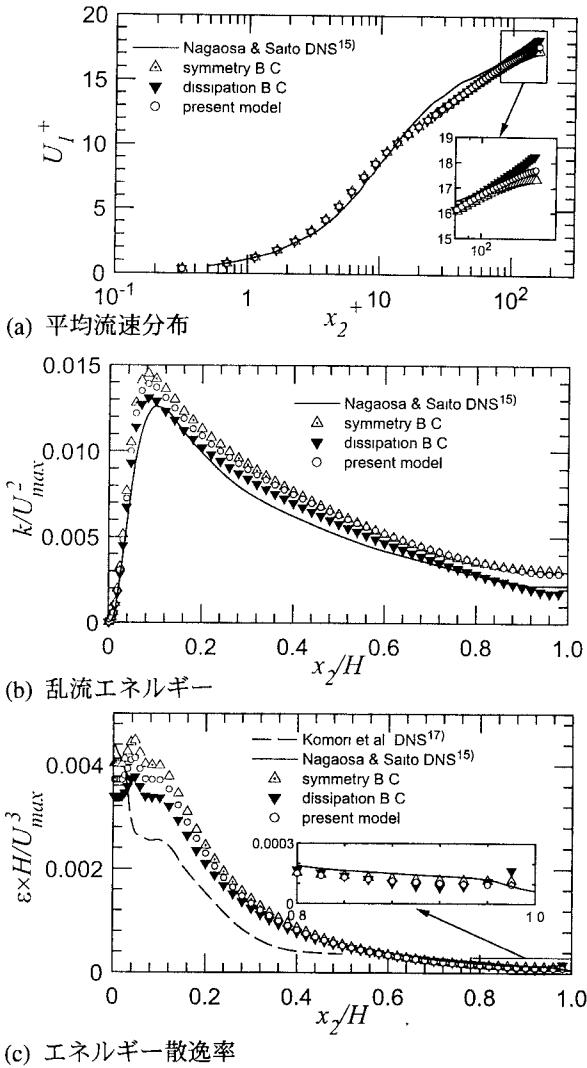


図-4 平坦開水路流の計算結果とDNSの比較.

SaitoのDNS<sup>15)</sup>のケースとFr=0.23の櫛津・中山の実験<sup>7)</sup>のケースについて行った。計算結果とDNSとの比較が図-4である。この場合のDNSは水面を固定すべり面と仮定しているので $h'=0$ とした。Nagaosa & Saito<sup>15)</sup>の $\epsilon$ の結果は水面近傍でしか発表されていないので、同様の計算であるKomori et al.<sup>17)</sup>の結果も併せて示してある。比較として、水面効果を直接入れない閉管路中心線の同一の対称条件で計算したものと、Naot & Rodi<sup>8)</sup>の散逸条件を用いたものと比較してある。対称条件を用いたものは平行平板間流れ同様速度勾配がゼロになり、水面近傍まで対数則に沿っているDNS結果からずれている。散逸境界条件を課したものは水面付近で過剰に増加している。これに対し本モデルはDNS結果と良く合っている。また散逸境界条件を用いたものは水面近傍では減少、 $\epsilon$ は過剰に増加している。それに対し本モデルによる結果は $\epsilon$ の床面近傍以外、 $k$ 、 $\epsilon$ とも良好である。

$Fr$ 数がやや高い0.23の櫛津・中山<sup>7)</sup>の実験のケースの結果は図-5に示してある。水面変動は実験値の $h'/H=0.004$ を仮定した。この実験によると $Re$ 数が高くなれば水面近傍で後流成分が増え平均流速は対数則から上にず

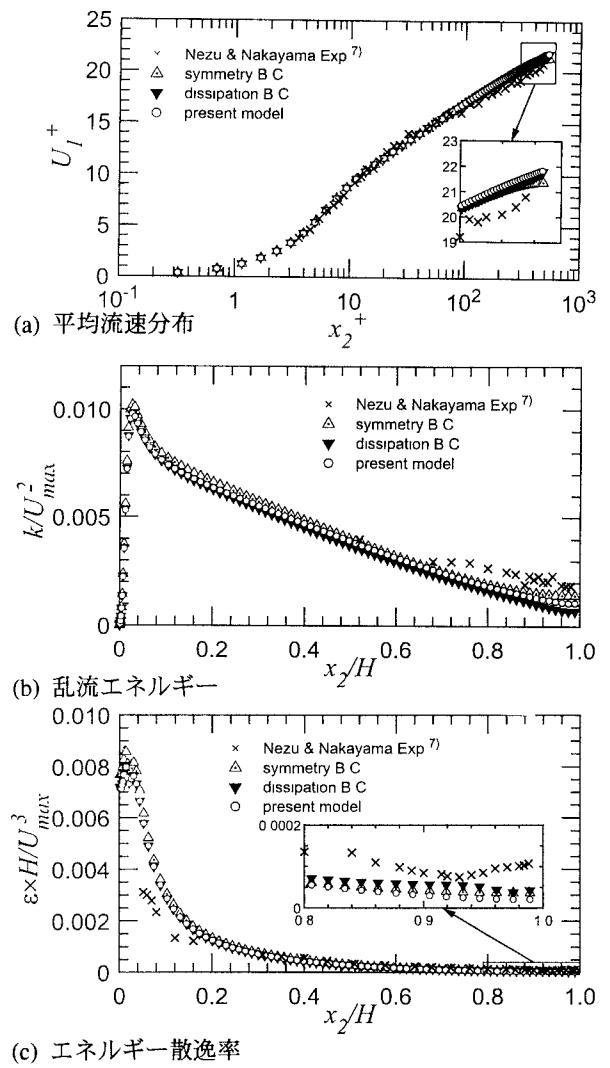


図-5 平坦開水路流の計算結果と実験の比較.

れ、水面での速度勾配はやや下がる。本計算結果では後流成分ははっきり認められないが、水面での勾配が下がる傾向は捉えられている。乱流エネルギー、散逸に関しては実験の精度に限りがあるが、良く予測されていると言える。

## 5. 水面変化を伴う段落ち流れの計算例

水面の変化及びその変動を伴う例として、富永ら<sup>18)</sup>の段落ち流れの実験及び計算のケースを取上げた。本モデルでは跳水のある流れの予測は出来ないので、跳水は起きないが、水面変化、変動の激しいケースの計算を行った。従って水面形及び水面変動も計算している。図-6にその結果をまとめてある。実験結果は水面形と再付着点のおよその位置しか分からぬが、双方とも概ね実験結果と良く合っている。水面変動幅、流速分布などの量のデータはないので判断は出来ないが、妥当な結果となっている。

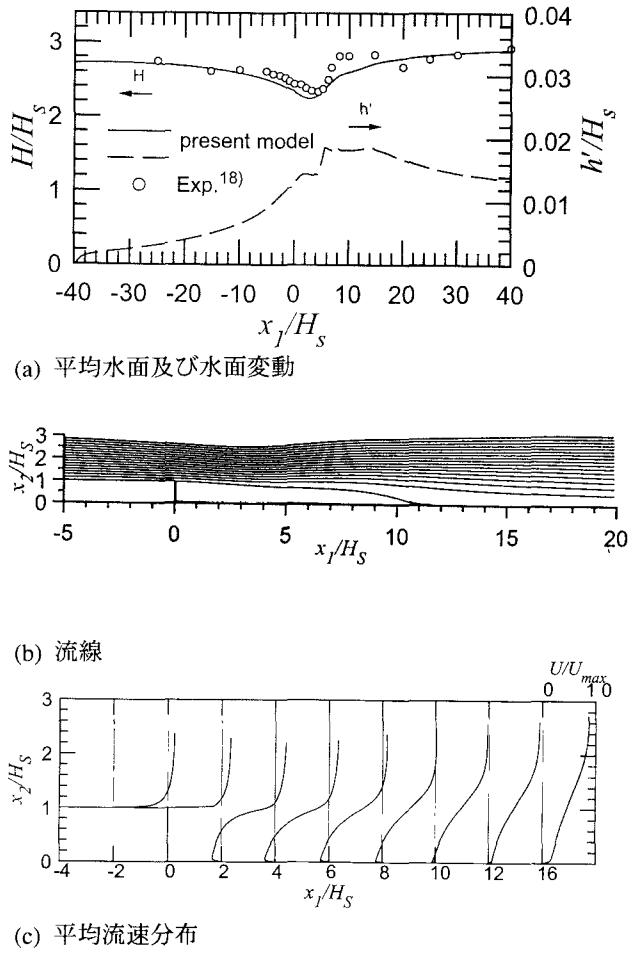


図-6 段落ち流れの計算結果と実験の比較

## 6. 結論

自由水面を持つ開水路乱流の予測計算法に水面の効果として、乱流応力の生成に重要な乱流渦構造の水面での反射・干渉を入れ、水面変動を乱流量として直接取り扱う方法を提案し、検証した。モデルは他の応用で予測精度が良いと評価されている $k-\omega$ 2方程式モデルの枠内で構築した。渦構造特性には間欠性の概念を用い減衰関数を導入した。平均水面と水面変動の影響はこれらの支配式を導出し、モデル化した。計算法は平坦開水路流のDNS、実験及び段落ち流れの実験と比較する事により検証した。平坦開水路流の計算では従来のモデルに比べ水面近傍の予測性が向上し、DNS結果及び実験結果とも良く合うことが確認された。水面変動の大きい段落ち流れでは、これまでのモデルでは困難であった水面形、水面変動の予測について本モデルにより良好な計算結果が得られた。水面変動と乱流諸量の相互関係の詳しいデータが得られれば更に精密なモデル調節が出来るであろう。

## 参考文献

- 1) Rodi, W.:Turbulent Models and Their Application in Hydraulics - A State of the Art Review -, IAHR, Delft, The Netherlands, 1980.
- 2) 櫻津家久、中川博次：一般開水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究、土木学会論文集、369/II-5, pp.89-98, 1986.
- 3) 櫻津家久、中川博次：修正 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる開水路乱流の数値計算、土木学会論文集、387/II-8, pp.125-134, 1987.
- 4) 河原能久、常山修治：応力方程式モデルによる十分発達した開水路乱流の解析、第7回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp. 299-302, 1993.
- 5) Sugiyama, H., Akiyama, M., Matsubara, T. and Hirata, M.:Numerical Analysis of Three-Dimensional Turbulent Structures in Open Channel Flow, *Comp. Fluid Dynamics J.* Vol.4, pp.239-262, 1995.
- 6) Bradshaw, P.:Complex Turbulent Flows, *J. Fluids Eng.*, Vol.97, pp.146-154, 1975.
- 7) 櫻津家久、中山忠暢：自由水面近傍の乱流構造と水面変動との関連性に関する研究、土木学会論文集、593/II-43, pp.69-78, 1998.
- 8) Naot, D. and Rodi, W.:Calculation of Secondary Currents in Channel Flow, *J. Hydraulics Div.*, ASCE, Vol.108, HY-8, pp.948-968, 1982.
- 9) 中山昭彦、福知正高、横嶋哲：低レイノルズ数乱流モデルを用いた自由水面流の計算、第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.213-214, 1997.
- 10) Cho, J.R. and Chung, M.K.:A  $k-\epsilon-\gamma$  equation turbulence model, *J. Fluid Mech.* Vol.237, pp.301-322, 1992.
- 11) Komori, S., Ueda, H., Ogino, F. and Mizushima, T.:Turbulence structure in stably stratified open-channel flow, *J. Fluid Mech.* Vol.130, pp.13-26, 1983.
- 12) Rashidi, M.:Burst-interface interaction in free surface turbulent flows, *Phys. Fluids*, Vol.9, pp.3485-3501, 1997.
- 13) Spalart, P.H.:Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $Re=1410$ , *J. Fluid Mech.* Vol.187, pp.61-98, 1988.
- 14) Kuroda, A., Kasagi, N. and Hirata, M.:Direct numerical simulation of turbulent plane Couette-Poiseuille flows," Proc. 9th Symp. on Turbulent Shear Flows, pp.8.4.1-8.4.6, 1993.
- 15) Nagaosa, R. and Saito, T.:Turbulence structure and scalar transfer in stratified free-surface flows, *AIChE J.*, Vol.43, pp.2393-2404, 1997.
- 16) Wilcox, D.C.:Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, Inc. La Canada, 1993.
- 17) Komori, S., Nagaosa, R., Murakami, Y., Chiba, S., Ishii, K. and Kuwahara, K.:Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface, *Phys. Fluids A*, 5, pp.115-125, 1993.
- 18) 富永晃宏、櫻津家久、劉建、神谷昌文：水面変化を考慮した河床状態急変を伴う開水路乱流の数値計算、第8回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp. 337-340, 1994.

(1998. 9.30受付)