

DNSを用いた開水路キャビティ流れの乱れの生成機構とその輸送過程の解析

ANALYSIS OF THE PROCESSES OF PRODUCTION AND TRANSPORTATION OF TURBULENCE IN CAVITY OPEN-CHANNEL FLOWS BY DNS

榑津家久¹・山本義暢²

Iehisa NEZU and Yoshinobu YAMAMOTO

¹正会員 工博 京都大学大学院教授 環境地球工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²学生員 京都大学大学院生 工学研究科環境地球工学専攻

The processes of the production of turbulence statistics in cavity open-channel flows are investigated using the numerical flow field which is computed by Direct Numerical Simulation(DNS). The reliability of the results of DNS is confirmed by comparison which the results of turbulence measurements conducted by making use of a two component fiber-optic Laser Doppler Anemometer(LDA). The results indicate that turbulence structures in cavity open-channel flows are classified into six regions and these structures can not be reproduced by standard $k-\epsilon$ turbulence model, but Reynolds Stress Model(RSM) has the ability to do them.

Key Words : Cavity flow, DNS, Turbulence structure, Turbulent-energy budget, Numerical calculations, RSM

1. はじめに

開水路キャビティ流れは、上流側の段落ち部と下流部の段上がり部の二つの不連続な境界を有する基本的な複合流れであるが、剥離せん断層の発達、組織渦の発生・発達・崩壊、あるいは逆流域、死水域の存在といったような複雑な乱流場を形成し、非常に興味深い局所流となる。

このようなキャビティ流れに対して藤田ら¹⁾は、PIV(Particle Image Velocimetry)およびLES(Large Eddy Simulation)を適用し、その有効性を明らかにするとともに、大規模渦構造に関しても言及している。また榑津・山本²⁾はキャビティのアスペクト比 L/H (ここに L はキャビティ長さ、 H はキャビティ高さを示す)及び水理条件を系統的に変化させてLDA(Laser Doppler Anemometer)、PIV及びLESによる解析を行った。その結果、水理条件が一定の下では、キャビティのアスペクト比の変化により乱流構造が大きく変化し、あるアスペクト比の場合にレイノルズ応力及び乱れエネルギーの乱流統計量が最大値をとり、さらにこの現象が、キャビティ流れ独自の、大規模な組織渦構造の影響を大きく受

けていることを明らかにしている。また、これらの現象は標準型の $k-\epsilon$ モデルでは再現できず、より高次のモデルを用いる必要性も指摘している。

一方、キャビティ流れにおいて、工学的によく用いられるRANS(Reynolds-averaged Navier-Stokes Equations)を適用して、数値解析を行う際の問題点及びその評価は未だ定かではなく、そもそも乱流統計量の輸送過程に関する解析すら行われていないのが現状である。しかし、これらを、実験的に求めるのはほとんど不可能であり、DNS(Direct Numerical Simulation)あるいはLESといった非定常数値シミュレーションの手法を用いる必要性が生じる。ところが、大岡ら³⁾が指摘するように、乱流エネルギーの収支の解析にLESを用いた場合、圧力・歪相関項においてDNSの結果と明らかな差が生じるなどサブグリッドスケールの取り扱いに起因する不確かさが残る。

以上より、本研究では、キャビティ流れにおける乱流統計量の生成機構及びその輸送過程を明らかにするために、DNSを用いて解析を行う。またその結果に基づき、実際に代表的な応力方程式モデルであるLRR⁴⁾モデルを適用した数値計算を行う。

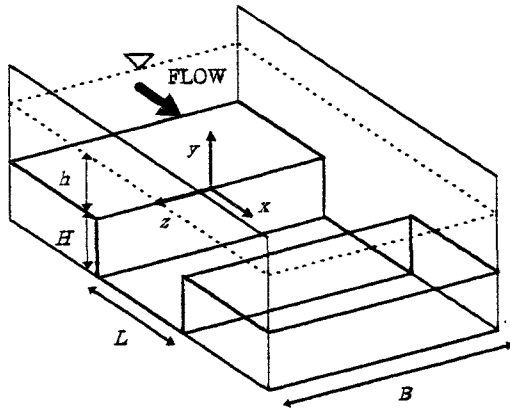


図-1 キャビティー形状と座標系

表-1 水理条件

CASE	$h(\text{cm})$	$L(\text{cm})$	L/H	Re	Fr
V30	6.6	19.8	3.0	6300	0.12

2. 数値解析

(1) 基礎方程式

本研究における基礎方程式は以下のように表せる。

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t} + u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} = \Omega_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

$$\Omega_i = (g \sin \theta, -g \cos \theta, 0)$$

ここで u_i^* は i 方向の速度成分 ($i=1,2,3$)、 $x_1(x)$ は流下方向、 $x_2(y)$ は水路床に直角上向き方向、 $x_3(z)$ は横断方向、 p は圧力、 ρ は密度、 g は重力加速度、 $\sin \theta$ は河床勾配、 ν は動粘性係数をそれぞれ示し、繰り返し添え字は縮約規約に従うものとする。式(1)は連続式、式(2)は運動方程式である。

(2) 数値解析手法

本研究では、空間差分に関してはコンシステントスキーム^{5), 6)}を用い、時間進行はFractional Step法により、対流項には2次精度のAdams-Bashforth法、粘性項にはCrank-Nicholson法を用いた。メッシュ系はスタガードグリッドを適用し、境界条件は流入、流出面において主流、横断方向に周期境界条件、壁面においてはno-slip条件、水面においては、 y 方向の流速を0、その他に対称条件を用いた。

(3) 計算条件

計算条件は、瀬津・山本²⁾の解析結果により、水理条件一定のもとで、キャビティーのアスペクト比の変化により乱流統計量がピーク値をとり、最も複雑で特徴的な組織構造が見られたアスペクト比3.0のケースをDNSによる解析対象とした。図-1にキャビティー形状及び座標系を示す。また水理条件を表-1に示す。ここに h は水深、 $Re = U_m h / \nu$ はレイノルズ数、 U_m は断面平均流速、 $Fr = U_m / \sqrt{gh}$ はフルード

数である。格子分割は x, y, z 方向について $180 \times 87 \times 70$ とした。よって、キャビティー上流部における摩擦速度による内部変数表示で、各格子間隔は、 $\Delta x^+ \approx 2.7-11.6$ 、 $\Delta y^+ \approx 1.7-11.6$ 、 $\Delta z^+ \approx 11.6$ である。初期条件はLESデータを補間して与えた。流れ場の時間平均値および乱流統計量は、DNSによる計算開始から15万ステップ経過後、流れが、ほぼ安定に達していることを確認したので、その後の1万5000ステップの間の、アンサンブル平均により算出された値である。なお内部変数表示による時間刻みは $\Delta t^+ = 0.125$ である。

3. 解析結果

(1) DNSデータの実験値との比較

図-2, 3は平均流速及びレイノルズ応力のコンターであり、 $x/L=0.0$ における最大流速 $U_{\max 0}$ で無次元化されている。LDAによる実測値との対応は極めて良好であり、本研究におけるDNSによる計算結果は、信頼できるデータであることがわかる。よって、このDNSの結果に基づいて、乱流統計量に関する輸送過程の解析及び応力方程式モデルの評価を行う。

(2) 乱流統計量の輸送過程

式(3)に時間平均によるレイノルズ応力の輸送方程式を示す。この式の収支を算出する際には、2次元乱流場を仮定し、空間に対して、拡散項以外にはコンシステントスキームを用いた。

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} = C_{ij} + D_{ij} + P_{ij} + \phi_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (3)$$

$$C_{ij} = -\overline{U_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}$$

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[-\overline{u_l u_j u_i} - \frac{p}{\rho} (\delta_{jl} u_i + \delta_{il} u_j) + \nu \frac{\partial \overline{u_i u_l}}{\partial x_l} \right]$$

$$P_{ij} = - \left(\overline{u_i u_l} \frac{\partial U_j}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \right)$$

$$\phi_{ij} = \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right)$$

$$\epsilon_{ij} = -2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_l} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_l}$$

ここで U_i, u_i は i 方向の時間平均流速及び時間平均からの乱れ成分 ($i=1,2,3$)、 $\overline{\quad}$ は時間平均を施した値、 p は圧力の乱れ成分をそれぞれ示し、式(3)の右辺第1項は対流項、第2項は拡散項、第3項は生成項(発生項)、第4項は圧力・歪相関項、そして第5項は散逸項である。

まず、図-4に平均流速のベクトル、図-5に主流方向及び鉛直方向の垂直応力 $\overline{u_1 u_1} / U_{\max 0}^2$ 、 $\overline{u_2 u_2} / U_{\max 0}^2$ のコンターを示す。キャビティー界面付近のピークの位置が流下方向にずれており、また主流方向の垂直応力はキャビティー中央部の底面付近にも極大値があることがわかる。

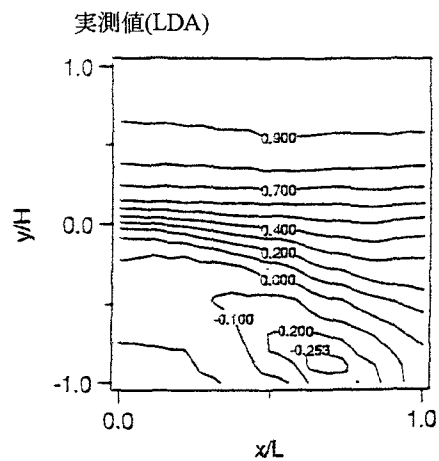
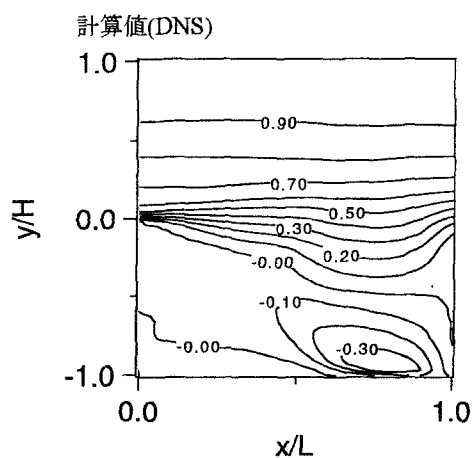


図-2 平均主流速 $U_1/U_{\max 0}$ のコンター

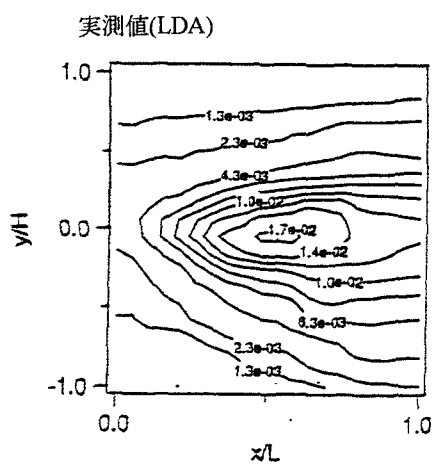
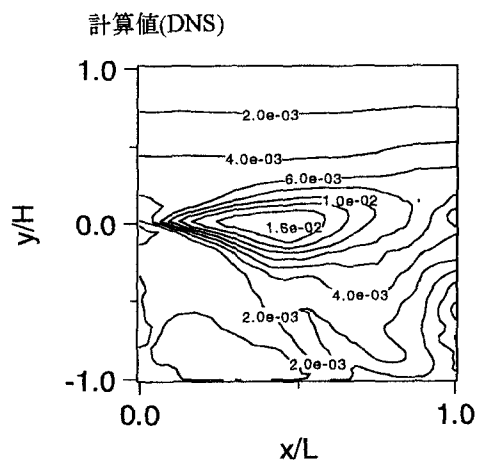


図-3 レイノルズ応力 $-\overline{u_1 u_2} / U_{\max 0}^2$ のコンター

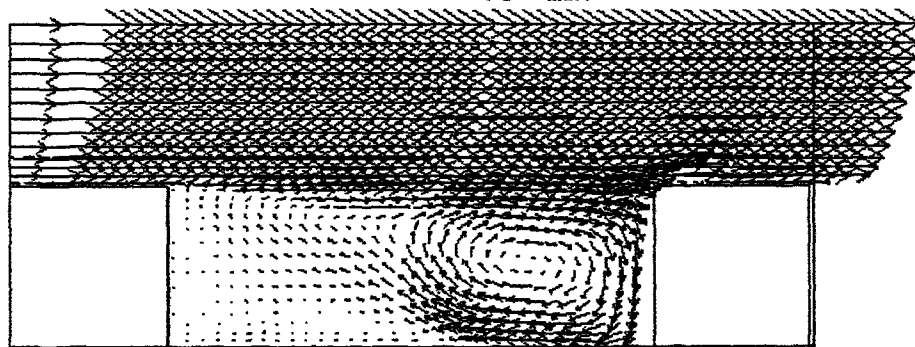


図-4 平均流速のベクトル 計算値(DNS)

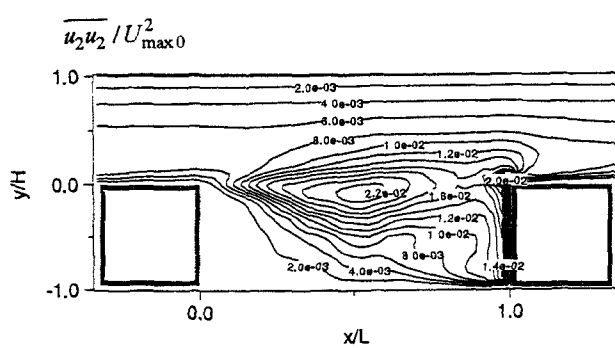
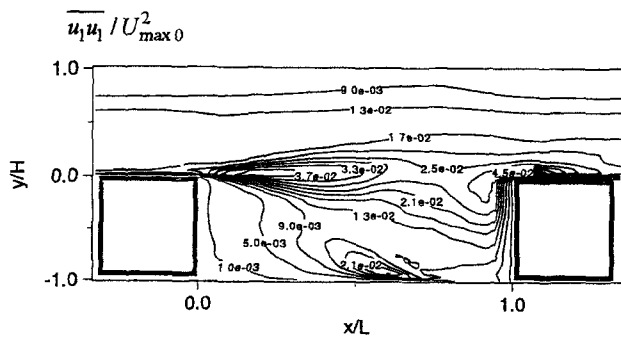


図-5 乱れ強度のコンター 計算値(DNS)

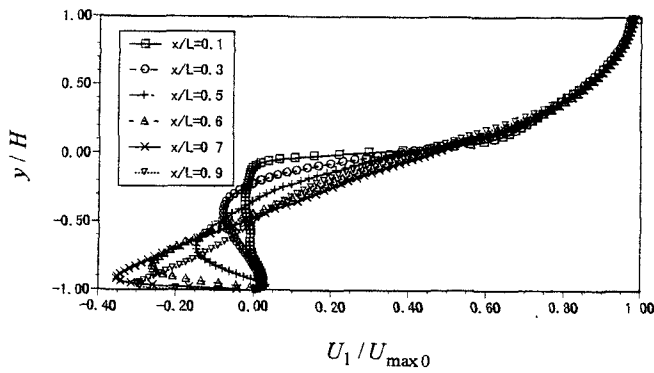


図-6 主流速の流下方向変化 計算値(DNS)

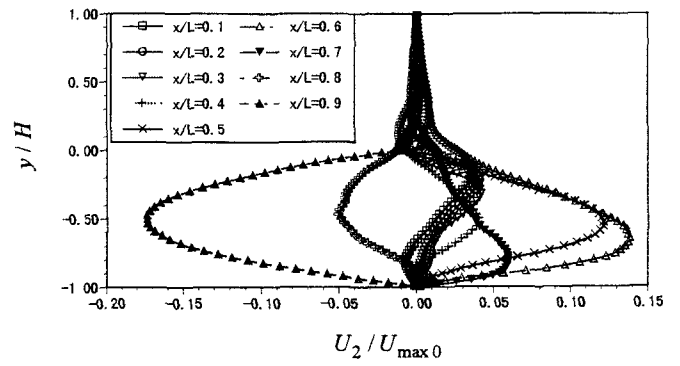


図-7 鉛直方向流速の流下方向変化 計算値(DNS)

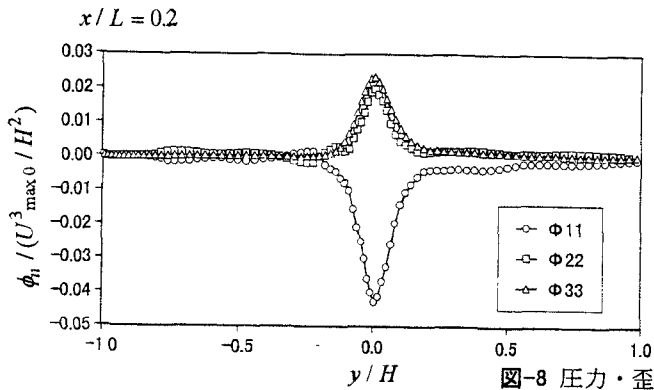


図-8 圧力・歪相関項の分布 計算値(DNS)

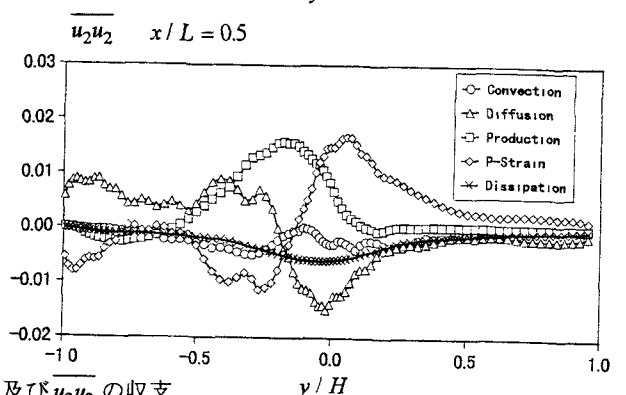
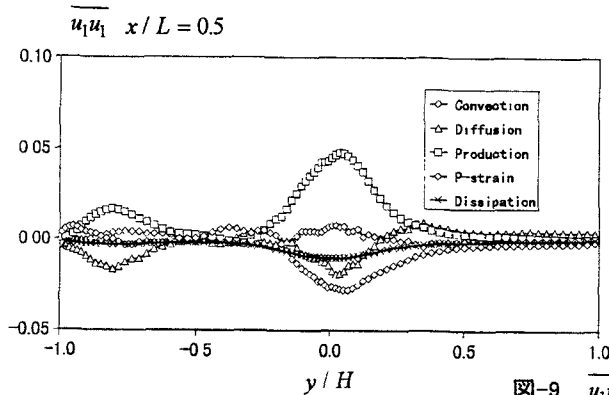
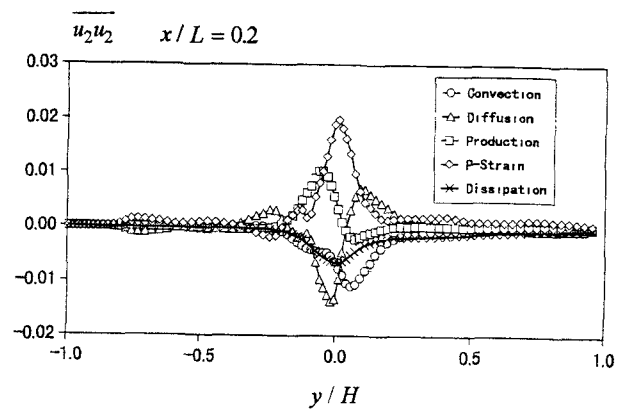
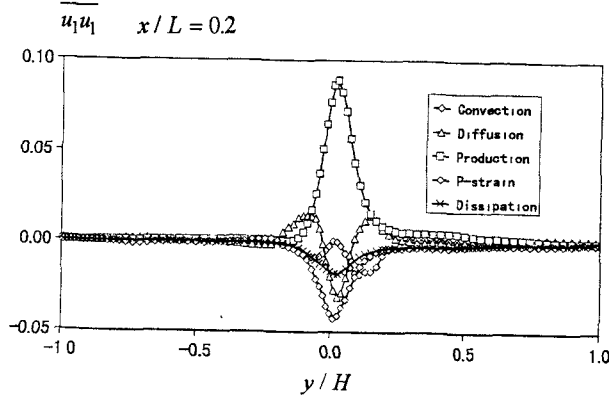
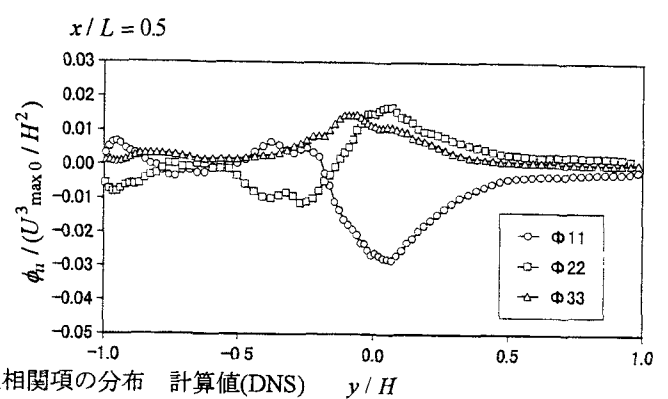


図-9 $\overline{u_1 u_1}$ 及び $\overline{u_2 u_2}$ の収支

図-6に、主流速 $U_1/U_{\max 0}$ の流下方向変化を示す。キャビティー上流側の界面付近において速度勾配 $\partial U_1 / \partial x_2$ による $\overline{u_1 u_1}$ 及 $-\overline{u_1 u_2}$ の生成が行われていることがわかる。また、速度勾配 $\partial U_1 / \partial x_1$ によりキャビティー上流端から中央部にかけて界面付近において負の生成、キャビティー中央部の底面付近において

正の生成が見られる。

図-7に、鉛直方向の平均流速 $U_2/U_{\max 0}$ の流下方向変化を示す。キャビティー上流側及びキャビティー中央部の界面付近よりややキャビティー内部側、そしてキャビティー下流端の底面付近において速度勾配 $\partial U_2 / \partial x_2$ による $\overline{u_2 u_2}$ 及び $-\overline{u_1 u_2}$ の生成が行

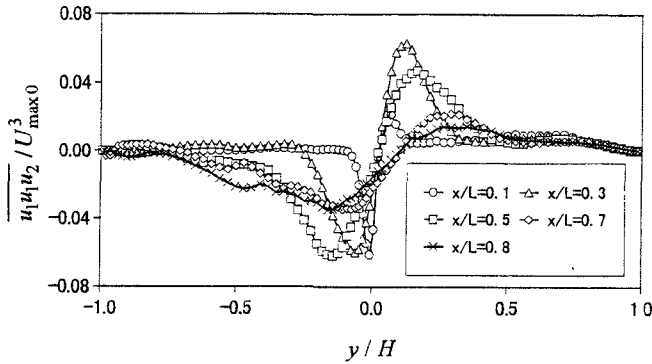


図-10 $\overline{u_1 u_2} / U_{\max 0}^3$ の流下方向変化

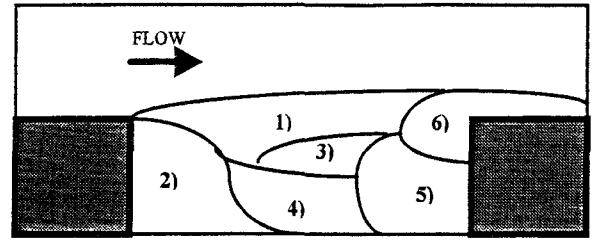


図-11 キャビティー流れにおける乱流構造

われていることがわかる。

図-8にキャビティー上流側及びキャビティー中央部における圧力・歪相関項を示す。キャビティー上流端から中央部にかけての界面付近においては主流速による乱れエネルギーが、圧力・歪相関項を通して再配分されていることがわかる。

図-9にキャビティー上流部及びキャビティー中央部における $\overline{u_1 u_1}$ 及び $\overline{u_2 u_2}$ の収支を示す。これらによっても上記の特徴が再確認できる。

図-10に三重相関項の流下方向変化を示す。キャビティー中央部からキャビティー下流端にかけての逆流による大規模な循環渦が存在する領域で大きな値を取っていることがわかる。

以上の結果と、紙面の都合上明示していない領域も考慮すると、キャビティー流れにおける乱流構造は、図-11に示すように、大きく分けて次の6つの領域に分類できる。

- 1) [キャビティー上流部の界面付近の領域]
 ∂_1 / ∂_2 による $\overline{u_1 u_1}$ 及び $-\overline{u_1 u_2}$ の生成が支配的でその再配分が $\overline{u_2 u_2}$ と $\overline{u_3 u_3}$ に生じる。そして、そのややキャビティー内部側で ∂_2 / ∂_2 による $\overline{u_2 u_2}$ の生成が見られる。また同様の傾向が森西・小林⁷⁾のバックステップ流れにおいても存在し、キャビティー上流部の混合層の特徴が現れていると考えられる。
- 2) [キャビティー上流端の底面付近]
 ほぼ死水域の状態となっており、レイノルズ応力 $-\overline{u_1 u_2}$ に小さい負の値が生じる。
- 3) [キャビティー中央部のややキャビティー内部側の領域]
 キャビティー下流端の存在によって生じる逆流による循環渦の速度勾配 ∂_2 / ∂_2 による $\overline{u_2 u_2}$ の生成が支配的で、この効果により、このケースにおいては、乱れエネルギーおよびレイノルズ応力がキャビティー中央部付近でピークをとる。
- 4) [キャビティー上流側の側壁上部からキャビ

ティー中央部の底面付近の領域]

これも逆流の影響と思われる ∂_1 / ∂_1 による $\overline{u_1 u_1}$ の生成が行われ、弱いピークが存在する。

- 5) [キャビティー下流端の側壁下部付近の領域]
 速度勾配 ∂_2 / ∂_2 による $\overline{u_2 u_2}$ の正の生成、 ∂_1 / ∂_1 による $\overline{u_1 u_1}$ の負の生成が行われ、 $\overline{u_2 u_2}$ からの再配分が行われる。また、循環渦の中心部では拡散項が支配的となり、大規模な渦構造の存在が確認できる。この現象も森西・小林⁷⁾のバックステップ流れにおいて、再付着点近傍の渦構造と類似した傾向が存在するが、キャビティー流れでは、下流端の側壁の影響により、より強い渦構造が存在する。
- 6) [キャビティー下流端の側壁上部付近の領域]
 鋭い角の衝突端特有の特徴が現れ、速度勾配 ∂_1 / ∂_1 及び ∂_1 / ∂_2 により $\overline{u_1 u_1}$ の強い生成が行われている。

(3) $k-\varepsilon$ モデルの評価と問題点

$k-\varepsilon$ モデルではレイノルズ応力は、

$$-\overline{u_1 u_2} = \nu_T \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \right) \quad (4)$$

と表され、歪速度テンソルの垂直成分は評価されない。例え、流速分布をある程度再現できたとしてもキャビティー中央部での速度勾配 ∂_2 / ∂_2 に起因するピークを再現できず、過小評価を行ってしまうものと考えられる。同様に、この領域では、圧力・歪相関項により主流速による乱れ成分から他の成分へのエネルギーの再配分が行われており、乱れの非等方性が見られる。従って、乱れエネルギーに関しては、Kato-Launder⁸⁾の指摘のように、乱れエネルギーの過大評価を行う可能性が高いと考えられる。以上より、キャビティー流れにおいては、乱れの非等方性を考慮できるモデルを適用することが望ましいことがわかる。さらに大規模な組織渦により拡散効果も大きいことより、定量的な再現性を必要とする場合には、再配分項を有する応力方程式モデルを用いる必要があると思われる。

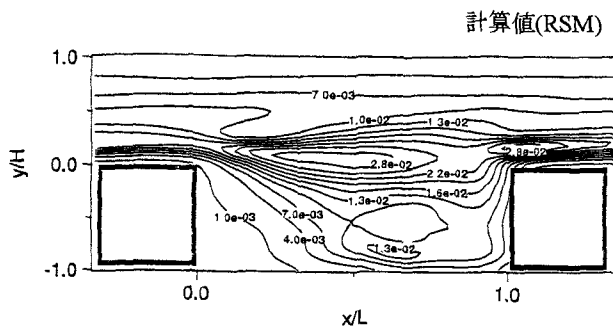
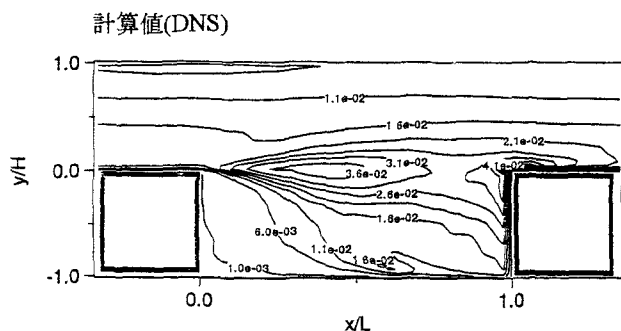


図-12 乱れエネルギー $1/2(\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2}) / U_{\max 0}^2$ のコンター

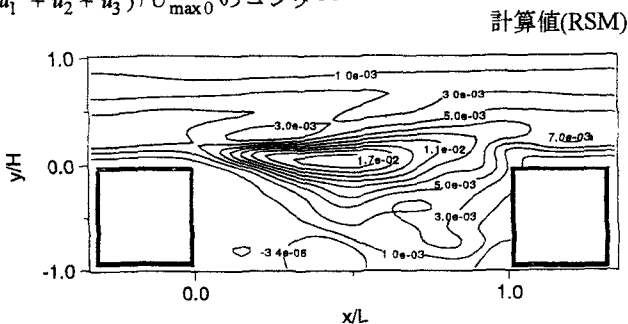
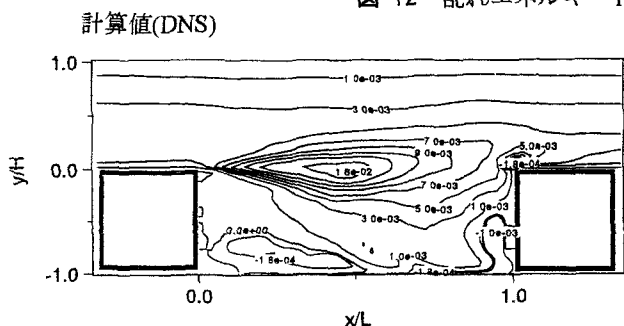


図-13 レイノルズ応力 $-\overline{u_1 u_2} / U_{\max 0}^2$ のコンター

4. 応力方程式モデルによる数値計算

以上のように、キャビティー内部の乱流構造について、DNSのデータを用いて解析を行った結果、キャビティー流れをRANS系のモデルで解析するには、応力方程式モデルの適用が必要であることが判明した。そこで、本研究では代表的な応力方程式モデルであるLRR⁴⁾モデルを適用し、その精度を確認する。

(1) 計算手法等

応力方程式モデルは、2次元のLRR⁴⁾モデルを適用し、差分アルゴリズムとしてSMAC法を用いた。時間進行は2次精度のAdams-Bashforth法により、空間差分は対流項にQUICKスキーム、その他に2次精度の中心差分を用いた。格子分割は主流、鉛直方向に対し、 150×50 とした。境界条件は、主流方向に周期境界条件、壁面で壁関数を用い、再配分率はLESの値²⁾を使用し、水面でy方向の流速を0、その他に対称条件を用いた。

(2) 計算結果

図-12に乱れエネルギーのコンターを示す。ピークの値がDNSより小さい値となっており、これは、圧力・歪相関項の再現性にやや問題があるためと思われる。また、図-13にレイノルズ応力のコンターを示す。下流端付近で大規模な渦構造により拡散項が支配的な領域や上流側でのレイノルズ応力が負の値をとる領域でやや再現性が悪いことが伺え、低レイノルズ数効果を組み込む必要性等が伺えるが、全体的には、キャビティー中央部でピークをとる傾向が再現できているなど全体的な傾向はよく一致している。

5. おわりに

本研究では、開水路キャビティー流れにおける乱れの生成機構とその輸送過程をDNSデータを用いて解明するとともに、RANS系の代表的なモデルであるk-εモデルの評価及びその問題点を指摘した。さらに、その結果に基づき、応力方程式モデルを適用しその有用性を示した。

参考文献

- 1) 藤田一郎・神田徹・門脇正夫・森田卓光：開水路凹部流れのPIV及びLESによる解析，土木学会論文集 No. 539/II-35, pp.79-88, 1996.
- 2) 柳津家久・山本義暢：開水路キャビティー流れの乱流構造に関する研究，土木学会論文集(投稿中).
- 3) 大岡龍三・村上周三・持田灯：LESによるコロケーショングリッドのエネルギー非保存性の検討，生産研究，49巻1号，pp.19-26, 1997.
- 4) Launder, B. E., Reece, G.J. and Rodi, W.: Progress in the development of Reynolds stress turbulence closure. *J.Fluid. Mech.*, 68, pp.537-566, 1975.
- 5) Kawamura, H.: Direct Numerical Simulation of Turbulence by Finite Difference Scheme, *The Recent Developments in Turbulence Research*, pp.54-60, International Academic Publishers, 1995.
- 6) 梶島岳夫：対流項の差分形式とその保存性，日本機械学会論文集(B編)，60-574, pp.2058-2063, 1994.
- 7) 森西洋平・小林敏雄：バックステップ流れにおけるはく離域の乱流構造，日本機械学会論文集(B編)，92-0167, pp.2730-2735, 1992.
- 8) Kato, M. and Launder, B.E.: The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinder. *Proc. 9th Symp. Turbulent Shear Flows*, Paper, No.10-4, pp.1-6, 1993.

(1998. 9.30受付)