

射流場におかれた円柱周辺の流れの解析

FLOW AROUND A CIRCULAR CYLINDER IN A SUPERCRITICAL FLOW

中山恵介¹・堀川康志²・三上卓哉³

Keisuke NAKAYAMA, Yasushi HORIKAWA and Takuya MIKAMI

¹正会員 工博 北海道大学大学院助手 工学研究科 (〒060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)²正会員 パシフィックコンサルタンツ(株) (〒060 札幌市北区北7条西1丁目2番地6NSS・ニューステージ 札幌)³学生員 北海道大学 工学部 (〒060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

Supercritical flows sometimes occur during floods and shock waves can be easily found on the both sides of the pier. In order to know the influences of this type flow toward a pier, it is necessary to study on a flow around a circular cylinder in a supercritical flow. In this study we carried out experiments on a flow around a circular cylinder with the Froude number of 1.98 and 2.06. Numerical simulations also were performed by using a shallow water flow equation in which the SGS effect is taken into account. As a result, the results of the numerical simulations agreed with those of the experiments, for example, Mach angle of shock waves and the intensified velocities behind shock waves.

Key Words : shock wave, CIP method, Large Eddy Simulation, SGS, shallow water flow

1. はじめに

複断面形状である日本の河川において, 近年, 高水敷における植樹が増えている. これは環境考慮の点から, 必要なことであると考えられる. 平水時にはそれらの木が流れおよび河床に影響を及ぼすことはないが, 洪水が発生すると, 流れが高水敷にまで及び, 射流が部分的に発生し, その流れにより木周辺の洗掘等が助長される可能性がある. 例えば, 射流であるために発生する木後方における, 運動エネルギーの集中した衝撃波周辺での, 木前方より大きな流速による洗掘等が考えられる. このように, 射流場に置かれた鈍い物体周りは, 常流, 射流が混在し, さらにそれによる衝撃波の発生が起こるため, その影響域は常流での流れに比べ大きい. さらに, 都市部に存在する河床勾配の大きな中流河川では, 洪水時には射流状態が生じ, ピア周りでの大きな洗掘が発生することが考えられ, 射流場での円柱周りの流速の検討が, このことから必要であることが分かる.

これまでの鈍い物体周りの洗掘を考慮した研究は, 橋梁のピア周りの流れ, 河床変動と流体力の研究¹⁾に代表されるように, 常流における流れ場の解析が多い. 常流中に物体がおかれた場合には, 物体が流れに及ぼ

す影響は物体周辺に集中し, その流れは3次元的になり, 洗掘も3次元的に生じることが報告されている. このことは, 常流, 射流を問わず, 物体周りでは3次元的な流れが卓越していることを示している. しかし一方, 主流からの横流出の研究²⁾において, ポテンシャルの考えから流れ場を解析し, 横流出流量が実験と精度よく一致することが示されている. これは, 射流である場合には, その流れを浅水流近似でもある程度精度よく流れを再現できることを示している. 以上のことは, 鈍い物体を射流場においた場合には, 物体前面での碎波やその物体による影響により, 物体近傍での流れ場は浅水流近似では再現性が悪いが, その後方における衝撃波を含む流れ場の再現には, 浅水流近似が適用できることを示す.

そこで本論文は, 射流場に円柱がおかれた場合の, その円柱周辺における流れ場の実験と, 浅水流近似を用いた数値計算による流れ場の再現を行うことを目的とする. 数値計算において, 常流, 射流が混在することが考えられるため, CIP(cubic-polynomial interpolation)法を用いた, 著者により開発されたアルゴリズム³⁾を用いることにする. さらに, 差分化したために生じる空間平均レイノルズ応力を考慮した方程

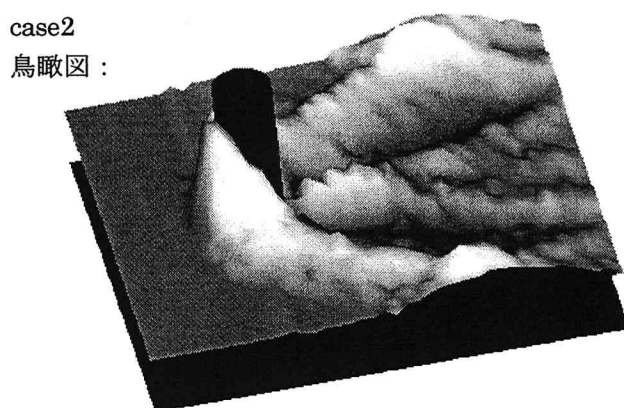
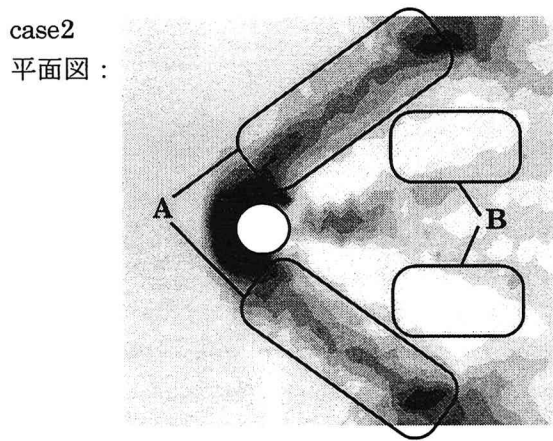
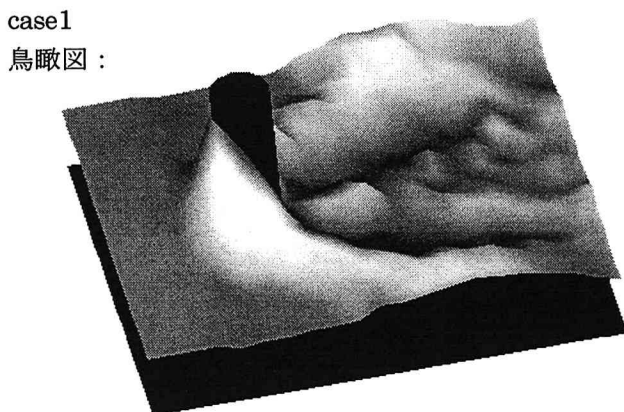
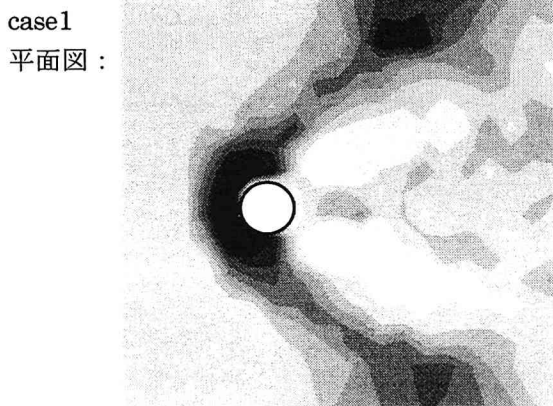


図-1 case1, case2における水深の平面図および鳥瞰図

式を構築し、考慮しない場合との実験との比較検討を行う。

2. 実験結果

幅0.8m, 全長15.0mの開水路を用いて実験を行った。円柱は直径0.10mのものを用い、上流端から10.0m, 水路幅中央に設置した。表-1にcase1, case2における実験条件を示す。測定は、水深が非常に小さいため水深測定のみを行い、流速測定は行わなかった。水深はポイントゲージで測定され、ポイントゲージの

先端に水面が触れる時間とそうでない時間が等しくなる点を水深とした。水深測定範囲は、円柱の上流側の端から0.20mの地点から流下方向に0.80m, 全幅とし、case1では0.04m間隔、case2では0.02m間隔で計測が行われた。

図-1に、case1, case2における水深測定結果を、平面図および鳥瞰図にて示す。平面図における水深コンタは0.5cm間隔である。円柱の前面で跳水が発生し、円柱の影響により発生した、円柱横から下流側へと続く衝撃波がみられる。その衝撃波の角度であるマッハ角をcase1とcase2で比較すると、それぞれ 0.687π と 0.624π であった。鳥瞰図において分かりやすい、円柱後方での回り込みによる水深の増大がみられた。さらに、側壁からの衝撃波が、円柱による衝撃波の側壁への衝突により発生し、その重なり合った領域で共振現象を起こし、水深をより増大させていた。

円柱後方および周辺における流れは、水深分布図から分かる通り、水深方向に流速の変化する非常に3次元性の強い流れであることが分かる。しかし、射流で物体周りの流れ場でない場合には、浅水流近似がある程度流れ場に適用できるという研究成果²⁾から考えられるように、衝撃波周辺の流れは浅水流近似できるもの

表-1 実験条件

| | case1 | case2 |
|-------|-------------------------|-------------------------|
| 水路幅 | 0.8m | 0.8m |
| 水路長 | 15.0m | 150.0m |
| 円柱直径 | 0.10m | 0.10m |
| 流量 | 0.0345m ³ /s | 0.0342m ³ /s |
| 平均水深 | 0.0365m | 0.0353m |
| 平均流速 | 1.18m/s | 1.21m/s |
| フルード数 | 1.98 | 2.06 |
| 河床勾配 | 1 / 90.1 | 1/82.0 |

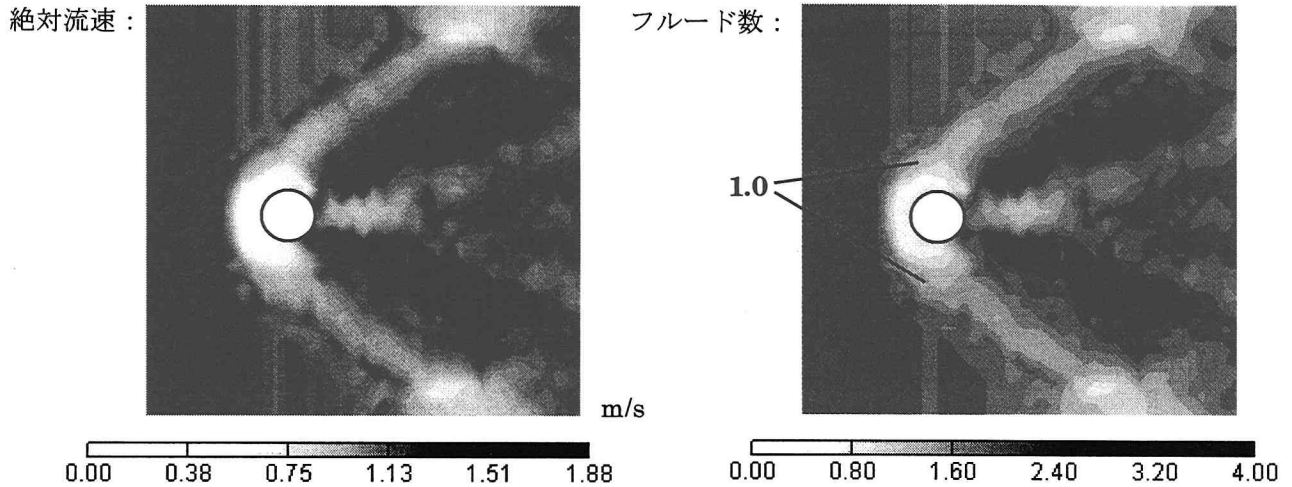


図-2 case2における絶対流速およびフルード数

と思われる。

なお、後述の数値計算結果との比較、および実験における流速の推定において、紙面の都合上、測定点の多かったにcase2についてのみ議論する。

流速の測定は、水面の揺らぎ、水深の浅さから困難であり、行うことが出来なかったため、流速の推定を行い、検討を行うこととする。衝撃波前後における連続は満たされているものとし、衝撃波が円柱の影響により発生している(図-1の領域Aの四角で囲まれた部分)ことから、衝撃波内の流速は、円柱の断面積分だけ横断方向に減じられたものとして、単位幅流量を各点に与え、水深で除することで絶対流速(= $(u^2+v^2)^{1/2}$)を計算することとした。

図-2に、case2において推定された絶対流速分布とそれを利用したフルード数を示す。絶対流速コンタは0.05m/s毎、フルード数コンタは0.25毎とした。絶対流速は、衝撃波後方において増大し、最大で1.5m/s強にまで達しており、実験において、円柱後方の乱れと性質の異なる、図-1の領域Bで示される衝撃波による水深の低下も確認されている。このことから、衝撃波の直前、直後において連続の関係が成り立っているとすると、水深の低下にともない、流速が増大するものと考えられる。フルード数について、円柱前方において跳水の発生に伴う常流域が発生している他、衝撃波内ではフルード数1.0以上が維持されているのが分かる。

3. SGS効果を考慮した浅水流方程式

再現計算には、上述の通り浅水流方程式を用いる。その際、射流であり速度が大きいため、非線型項である対流項による差分化による空間レイノルズ応力が、常流の場合より大きく影響を及ぼすことが考えられる。そこで、本章ではフィルタリングによる効果を考

慮した浅水流方程式の導出を行う。ちなみに、1方程式モデルによる検討が、植生が存在する場での浮遊砂輸送の検討⁹⁾に用いられているが、本論文では簡便さから0方程式による浅水流方程式を用いることとする。式(1)-式(3)に、浅水流方程式を示す。

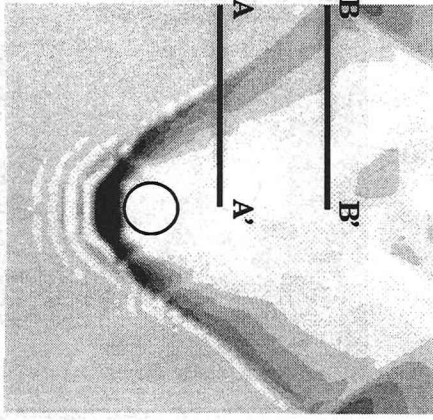
$$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial vM}{\partial y} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x} + \nu h \nabla^2 u \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - f u \sqrt{u^2 + v^2} - gh \frac{\partial Z}{\partial x} \quad (1) \\ \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial uN}{\partial x} + \frac{\partial vN}{\partial y} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial y} + \nu h \nabla^2 v \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - f v \sqrt{u^2 + v^2} - gh \frac{\partial Z}{\partial y} \quad (2) \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (3) \end{cases}$$

ここで、 $M=uh$ 、 $N=vh$ 、 u, v : x 方向、 y 方向流速、 h : 水深、 g : 重力加速度、 ν : 動粘性係数、 f : 摩擦抵抗係数、 Z : 基準面からの河床までの高さである。

それぞれ、式(1)、式(2)は x 方向、 y 方向運動方程式を、式(3)は連続の式を示す。式(1)-式(3)に、差分化によるフィルタリングを操作することにより、式(4)-式(6)を得ることが出来る。

$$\begin{cases} \frac{\partial M^r}{\partial t} + \frac{\partial u^r M^r}{\partial x} + \frac{\partial v^r M^r}{\partial y} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^{r2}}{\partial x} + \nu h \nabla^2 u^r \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - f u^r \sqrt{u^{r2} + v^{r2}} - gh^r \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{uu}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{uv}}{\partial y} \quad (4) \\ \frac{\partial N^r}{\partial t} + \frac{\partial u^r N^r}{\partial x} + \frac{\partial v^r N^r}{\partial y} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^{r2}}{\partial y} + \nu h \nabla^2 v^r \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - f v^r \sqrt{u^{r2} + v^{r2}} - gh^r \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{vu}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{vv}}{\partial y} \quad (5) \\ \frac{\partial h^r}{\partial t} + \frac{\partial M^r}{\partial x} + \frac{\partial N^r}{\partial y} = 0 \quad (6) \end{cases}$$

com1
平面図：



com2
平面図：

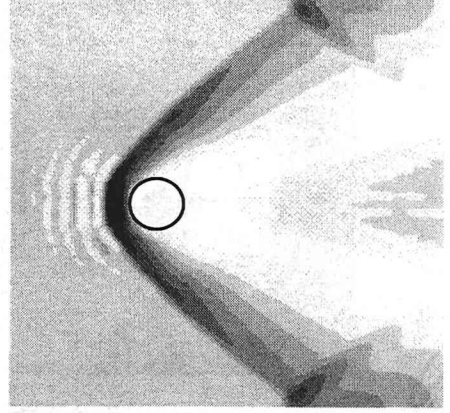


図-3 case2に対応した、SGS効果を考慮しない場合(左図)と考慮した場合(右図)における差分計算結果の水深コンタ平面図

$$f^r = G^* \{f\} \quad (7)$$

ここで、 $\tau_{uu}, \tau_{uv}, \tau_{vu}, \tau_{vv}$ ：空間平均レイノルズ応力，上添字 r の付いた値は式(7)のフィルタリングにより得られた値を示す。SGS効果は式(4)，式(5)における右辺第5項，6項である。

空間偏差をダッシュを付けて示し，水深積分乱流エネルギーを式(9)のように定義すると，式(8)が乱流エネルギー方程式として得られる。空間平均レイノルズ応力を，Deardorff³⁾と同様に式(10)-式(12)のように定義し，水深平均された乱流エネルギーにテイラー評価を用いることで，式(13)，式(14)を導くことが出来る。

$$\begin{aligned} h^r \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{K^r}{h^r} \right) + M^r \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{K^r}{h^r} \right) + N^r \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{K^r}{h^r} \right) = \\ - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} G^* \{h^r (u'^3 + u'v'^2)\} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} G^* \{h^r (u'^2 v' + v'^3)\} \\ - \tau_{uu} \frac{\partial u^r}{\partial x} - \tau_{uv} \frac{\partial u^r}{\partial y} - \tau_{vu} \frac{\partial v^r}{\partial x} - \tau_{vv} \frac{\partial v^r}{\partial y} + \varepsilon_v h^r \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_v h^r = v \frac{\partial}{\partial x} G^* \left\{ u' h^r \frac{\partial u'}{\partial x} + v' h^r \frac{\partial v'}{\partial x} \right\} \\ \quad + v \frac{\partial}{\partial y} G^* \left\{ u' h^r \frac{\partial u'}{\partial y} + v' h^r \frac{\partial v'}{\partial y} \right\} \\ -v G^* \left\{ \frac{\partial u' h^r}{\partial x} \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v' h^r}{\partial x} \frac{\partial v'}{\partial x} \right. \\ \quad \left. + \frac{\partial u' h^r}{\partial y} \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v' h^r}{\partial y} \frac{\partial v'}{\partial y} \right\} \\ K^r = G^* \left\{ \frac{1}{2} h^r (u'^2 + v'^2) \right\} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \tau_{uu} = -2\nu_{SG} h^r \frac{\partial u^r}{\partial x} + K^r \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \tau_{uv} = \tau_{vu} = -\nu_{SG} h^r \left(\frac{\partial u^r}{\partial y} + \frac{\partial v^r}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \tau_{vv} = -2\nu_{SG} h^r \frac{\partial v^r}{\partial y} + K^r \end{cases} \quad (12)$$

$$K^r = h^r \frac{\nu_{SG}^2}{(C_K \Delta)^2} \quad (13)$$

$$\nu_{SG} = (C_S \Delta)^2 \left\{ 2 \left(\frac{\partial u^r}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^r}{\partial y} + \frac{\partial v^r}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v^r}{\partial y} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (14)$$

ここで、 C_S ：スマゴリンスキー定数， Δ ：メッシュの代表スケールである。

4. 実験結果との比較

実験case2における結果の数値計算による再現を試みる。計算には，常流，射流を含んだ流れを再現できる，CIP法を対流項の計算にのみ用い，連続関係を陰的に解くアルゴリズム⁴⁾を利用した。なお，CIP法を用いた他のアルゴリズムの例としては，非圧縮性の計算例であるが，1方程式LES(large eddy simulation)モデルによる密度流の計算⁵⁾⁶⁾を参考にされたい。

図-3に，case2に対応した，河床勾配，河床抵抗を考慮して式(1)-式(3)を直接用い差分計算した結果(以下，com1とする)と，式(4)-式(6)を用いて差分計算した結果(以下，com2とする)における，水深分布の平面図を示す。コンタは図-1におけるものと同様なものを用いた。円柱前方における跳水の発生に伴う，水深の増大が現れており，円柱横からの衝撃波の発生が見られる。しかし，円柱後方では，実験では3次元

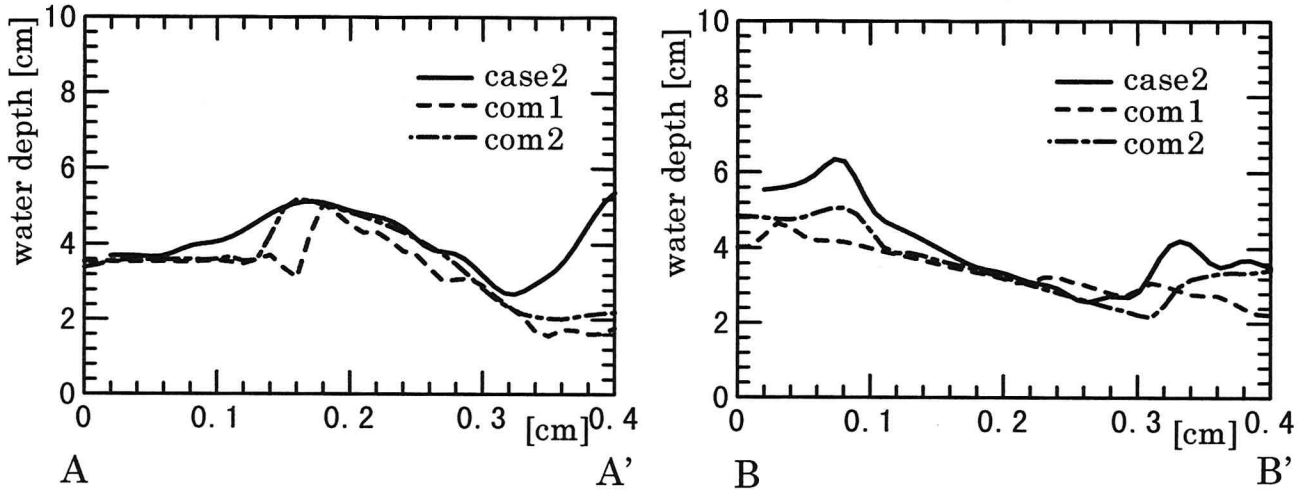


図-4 図-3のA-A'断面(左図)とB-B'断面(右図)における水深の実験と数値計算との比較

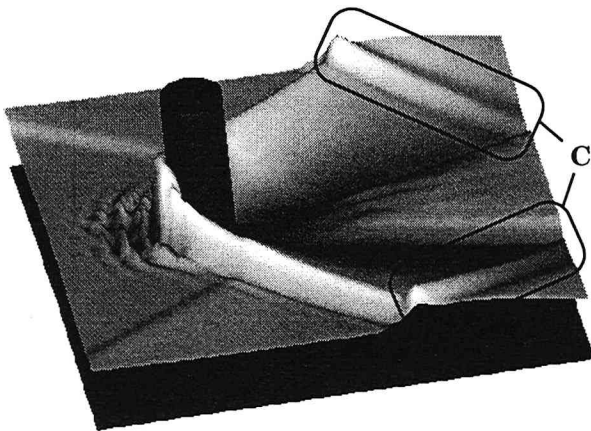


図-5 com2における水深分布の鳥瞰図

な振る舞いにより水深の増大が見られるが、計算では浅水流近似による円柱径規模の剥離域が円柱後方に生じ、流線の不連続を生じさせており、よい一致が見られなかった。

衝撃波について、マッハ角を計算するとcom1において 0.526π 、com2において 0.610π であり、case2の実験結果であるマッハ角 0.624π と、SGS効果を考慮したcom2の方が良い一致を示した。衝撃波が生じている領域の幅について、図からcom2の方がcom1より広く、実験結果に近い値を示しているのが分かる。さらに、円柱による衝撃波と、壁からの衝撃波による共振域について、com2の方がcom1より大きな共振による水深と領域を示しており、実験結果により近い結果となっている。このことから、SGS効果は粘性と同様な働きをし、水面形を滑らかに、計算を安定に行わせる効果を持つことが分かった。

図-4に、図-3中の線A-A'、線B-B'で示される衝撃波を含む領域、衝撃波の共振現象を含む領域における、実験case2と数値計算com1、com2との水深の比較

を行った図を示す。線A-A'について、全体として、数値計算が浅水流を仮定して行われたため、円柱後方における3次元的な流れの回り込みによる、水位の増大をどちらの計算結果も表現できていない。しかし、衝撃波による水深の増大は、com2によるものがcom1によるものに比べ、再現性がよいことが分かる。

線B-B'についても、線A-A'と同様にcom2の方が、実験で現れた衝撃波の共振による水深の増大をよりよく再現している。そこで今後、com2を実験case2の再現計算結果とし、解析を行う。

図-5に、円柱後方における回り込みの再現性の評価のために、図-1のcase2の鳥瞰図と同じ角度から見た、com2における水深分布の鳥瞰図を示す。なお、図-5における領域Cに、壁面からの衝撃波を示す。図-4の結果に示された衝撃波による水深の増大は、実験結果と似た傾向を示しているが、図-3のコンタに現れなかった円柱後方の水深の変化は、この図においても小さく、図-1と異なっているものと思われる。これは、前述の通り、3次元的な円柱後方の回り込みによる。しかし、衝撃波による水深の増大、壁面の影響の現われである共振現象については、非常により一致をしていることが分かる。

図-6に、com2における絶対流速の分布図を示す。円柱前面において、流速がゼロ近くなる跳水の域がみられ、衝撃波内では流速が主流流速より減少しているのが分かる。これは、衝撃波は圧縮波であることから、図-3(右図)または図-5に示される通り、水深の増大に伴い生じたものと思われる。そのため、衝撃波のマッハ角の理論解である式(15)に、円柱上流側で与えられるフルード数を与えると、過小なマッハ角を与えてしまい、実際には衝撃波による圧縮の影響を受けた流速、水深をもとにマッハ角を計算すべきであることが分かる。

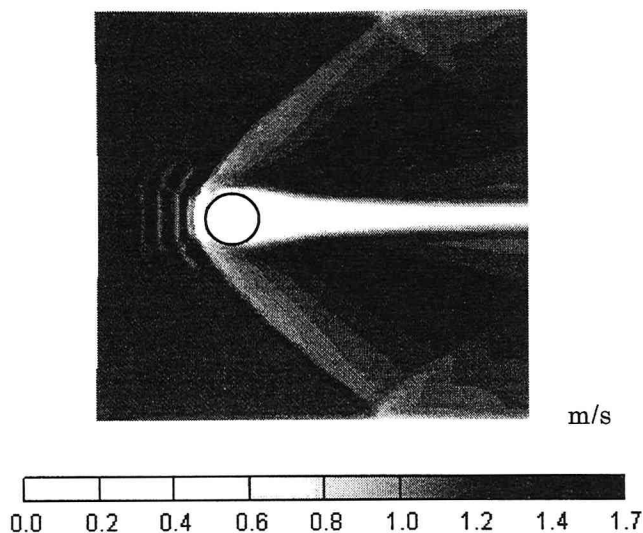


図-6 com2における流速分布平面図

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{F_r}\right), \quad F_r = \frac{u_s}{\sqrt{gh_s}} \quad (15)$$

ここで、 α : マッハ角, F_r : フルード数, u_s : 衝撃波前縁付近の流速, h_s : 衝撃波前縁付近の水深である。これをもとに、実験case2における、衝撃波を生じた付近でのフルード数の計算を行うと、マッハ角が 0.624π であることから、1.71であったことが分かる。これは、主流のフルード数が2.06であったことを考えると、圧縮波である衝撃波の特徴を示したものであることが分かる。

さらに、円柱後方では大きな剥離域を生じていた。この点は、今後、数値計算を行う上で、非静水圧分布を仮定して基礎方程式を導く等の改良を行うことにより、修正して行かなければならない問題である。

5. まとめ

射流場に円柱が存在する場合の実験を行い、SGS効果を考慮した浅水流方程式を提案し、数値計算を行うことにより、以下のことが本論文において分かった。

(1) フルード数1.83, 2.06である開水路の中央に円柱を配置することにより、衝撃波を伴う流れ場の再現実験を行った。その際、流速の測定が困難であったため、衝撃波前縁と後縁において連続関係が成り立ち、衝撃波が円柱による水路幅の減少により発生しているものとし、流速の推定を行い、衝撃波内におけるフルード数は1.0以上であることが確認された。

(2) 円柱による衝撃波と壁からの衝撃波による共振現象を示す、水深の増大が壁面付近で見られた。

(3) 円柱周りは、流れの3次元的な振る舞い(鉛直断面内での流速の変化)に伴い、浅水流で近似出来るものではなかったが、衝撃波周辺はフルード数が1.0以上で維持されていることから、浅水流近似が適用できることが分かった。

(4) 射流場における円柱周りの流れ場の計算を、浅水流近似を用いて行う際、フルード数が大きいために、差分法を用いたことによる対流項での計算誤差が大きくなることが予想される。そこで、Smagorinskyの考え方をもとに、SGS効果を考慮した浅水流方程式を提案した。

(5) SGS効果を考慮した浅水流方程式を用い、実験結果を再現し、SGS効果を考慮しない場合より、マッハ角、水面形において、よりよい実験値との一致がみられた。

参考文献

- (1) 福岡捷二, 宮川朝浩, 飛石勝: 円柱橋脚まわりの流れ, 河床変動と流体力, 水工学論文集第41巻, pp.729-734, 1997.
- (2) Deardorff, J.: The development of boundary-layer turbulence models for use in studying the severe storm environment, Proc. SESAME Meeting, Boulder, NOAA-ERL, pp. 251-264, 1975.
- (3) 山田正, 内島邦秀, 日比野忠史, 寺本康宏, 田辺光一: 山地部の急流河川における河床縦断形状, 抵抗則及び水面形に関する基礎的研究, 都市域急流河川の流れと河床変動の数値解析に関するシンポジウム, pp.159-169, 1993.
- (4) 中山恵介, 佐藤圭洋, 堀川康志: CIP法を用いた浅水流方程式の数値計算手法の開発, 水工学論文集第42巻, pp.1159-1164, 1998.
- (5) 中山恵介: 冷気密度流の形成流下とその前縁における雪雲発生, 北海道大学博士論文, 1998.
- (6) 中山恵介, 佐藤圭洋: LESモデルによる水平面上張り出しプルームの解析, 投降中, 1998.

(1998. 9.30受付)