

# 連続蛇行水路の高速流の基本的特性

Fundamental Properties of High Velocity Flows in a Continuously Meandering Channel

細田 尚  
Takashi HOSODA

正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

Fundamental properties of high velocity flows in a continuously meandering channel are studied analytically and experimentally. The linearized equations of the depth averaged flow model with the inertia term of momentum equation in the transverse direction, which is equivalent to Hasegawa's equation, is derived by use of the power series expansion of transverse coordinate. Through the examination of the fundamental characteristics of the solution, it is shown that the resonance between the free surface variations and the channel meandering occurs with the increase of Froude number. The laboratory tests are carried out to verify the existence of resonance relation, changing the bottom slope of a channel. The comparisons of the analytical solution with the experimental results indicate that the resonance can be observed at the Froude number predicted by the theory and the amplitude of free surface variations in the experiments depends on the amplitude of the channel meandering.

**Key Words :** resonance relation, meandering channel, high velocity flows, water surface profile analysis

## 1. はじめに

本研究は、開水路流れの一般的かつ基本的特性を解明することを目的として、側壁が波状境界である連続蛇行水路の高速流をとりあげ、水路蛇行と水面変動の応答について実験的、解析的に考察したものである。連続蛇行水路の流れに関しては、従来、河床変動を予測するための基礎として多くの研究が行われてきた。

解析的研究としては、水深積分された通常の平面2次元流れの基礎式を用いて、流速および水深分布の線形解または摂動解が導かれ<sup>1,2,3)</sup>、実験結果との比較から、フルード数が小さい領域ではその妥当性が検証されている。この際、長谷川<sup>3)</sup>は、横断方向の運動方程式の慣性項と摩擦項を保った線形化方程式の近似解をガラーキン法で求めている。また、池内・玉井<sup>2)</sup>はEngelund<sup>1)</sup>の解を拡張し、横断方向の運動方程式の慣性項を2次の摂動方程式（1次が線形化方程式に対応）で考慮して、横断座標のべき乗展開を用いて摂動解を導いている。これらの解は、後述するようにフルード数が小さい領域ではほとんど同一であるが、フルード数が大きくなり高速流の領域になると特性が大きく異なるようになる。

そこで本研究では、まず横断方向の運動方程式の

慣性項と摩擦項を保った線形化方程式を、横断方向座標の1乗と3乗を考慮したべき乗展開で水理量を表すことで解き、長谷川のガラーキン法による解より表示が若干簡潔な解を導く。さらに水面の振幅を表す式の中に、水面が水路蛇行に対して共鳴する共鳴関係式と、振幅がゼロになるゼロ振幅の関係式が含まれることを示す。後で考察するように、長谷川の解には共鳴関係式のみ存在する。（上記の共鳴関係は、Blondeaux・Seminara<sup>4)</sup>が指摘した蛇行と路床変動の共鳴とは関係がない。）

さらに、連続蛇行水路を用いた基礎水理実験により、蛇行と水面の共鳴現象が実際に生じることを検証するとともに、実験結果と解析結果を比較することにより応答特性を考察する。

## 2. べき乗展開による線形解

### (1) 基礎式

横断方向の運動方程式の慣性項と摩擦項を保った線形化方程式を、横断座標を用いたべき乗展開により解き、その解の特性を考察する。基礎式は慣用の直交曲線座標系の下での平面2次元流れの基礎式であり、図-1の記号を用いて示せば(1)～(3)式のようになる。

[連続式]

$$\frac{r_0}{r_0+n} \frac{\partial u_s}{\partial s} + \frac{\partial u_n}{\partial n} + \frac{h u_n}{r_0+n} = 0 \quad (1)$$

[運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{r_0}{r_0+n} u_s \frac{\partial u_s}{\partial s} + u_n \frac{\partial u_s}{\partial n} + \frac{u_s u_n}{r_0+n} = \\ \frac{r_0}{r_0+n} \left( -g \frac{\partial \xi}{\partial s} + g \frac{\partial z_b}{\partial s} \right) - \frac{\tau_s}{\rho h} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{r_0}{r_0+n} u_s \frac{\partial u_n}{\partial s} + u_n \frac{\partial u_n}{\partial n} - \frac{u_s^2}{r_0+n} = -\frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{\tau_n}{\rho h} \quad (3)$$

ここに、 $(u_s, u_n)$ : 水深平均流速ベクトルの成分、 $h$ : 水深、 $\xi$ : 基準水平面からの水位、 $z_b$ : 基準水平面からの路床高さ、 $(\tau_s, \tau_n)$ : 底面せん断応力ベクトルの成分、 $(s, n)$ : 空間座標、 $r_0$ : 水路中心線の曲率半径。

水路蛇行形状を sine-generated curve とすると、水路中心線の曲率半径は次式で表される。

$$\frac{1}{r_0} = \frac{1}{R} \cos \left( \frac{2\pi s}{L} \right) = \frac{1}{R} \cos ks \quad (4)$$

ここに、 $R$ : 曲頂部の最小曲率半径。また、底面せん断応力は摩擦係数を用いて次式で評価する。

$$\frac{\tau_s}{\rho} = c_f \sqrt{u_s^2 + u_n^2} u_s, \quad \frac{\tau_n}{\rho} = c_f \sqrt{u_s^2 + u_n^2} u_n \quad (5)$$

## (2) 基礎式の無次元化と線形化方程式

水路中心線の路床勾配 $(-\partial z_b / \partial s = I_0)$ を用いて、次式で定義される等流流速 $U$ を導入する。

$$gI_0 = c_f \frac{U^2}{h_0} \quad (6)$$

次式で定義される無次元量を導入して基礎式を無次元化した後、線形化方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} u_s' &= \frac{u_s}{U}, \quad u_n' = \frac{u_n}{U}, \quad h' = \frac{h}{h_0}, \quad \xi' = \frac{\xi}{h_0}, \quad \eta' = \frac{z_b}{h_0}, \\ s' &= \frac{s}{h_0}, \quad n' = \frac{n}{h_0}, \quad \nu = \frac{h_0}{R}, \quad \lambda = \frac{2\pi h_0}{L} \end{aligned}$$

ここに、 $\nu, \lambda$ は次式で定義される無次元パラメータ。(以後、無次元量を表す'を省略する。)

$\nu$ を摂動のパラメータとして、 $u_s, u_n, h$ を次式のように表示する。

$$\begin{aligned} u_s &= 1 + \nu u_1 + \nu^2 u_2 + \dots \\ u_n &= \nu v_1 + \nu^2 v_2 + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

$$h = 1 + \nu(\xi_1 + \eta_1) + \nu^2(\xi_2 + \eta_2) + \dots$$

(7)式を(1)~(3)式に代入すると、 $\nu$ の1次である線形化方程式(8)~(10)が得られる。

$$\frac{\partial u_1}{\partial s} + \frac{\partial(\xi_1 + \eta_1)}{\partial s} + \frac{\partial v_1}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial s} + \frac{1}{Fr_0^2} \frac{\partial \xi_1}{\partial s} + c_f \{2u_1 - (\xi_1 + \eta_1)\} = -c_f n \cos \lambda s \quad (9)$$

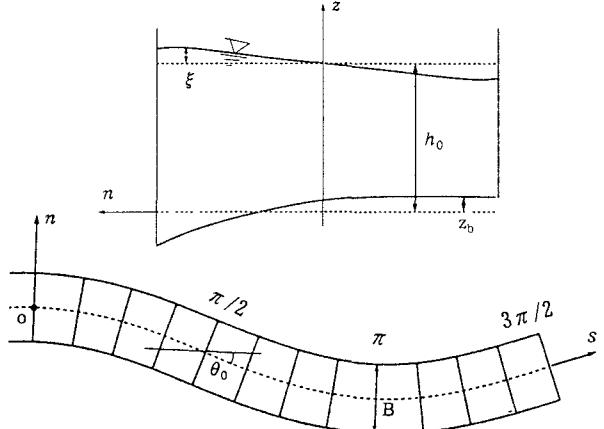


図-1 座標系と記号の説明

$$\frac{\partial v_1}{\partial s} + \frac{1}{Fr_0^2} \frac{\partial \xi_1}{\partial n} + c_f v_1 = \cos \lambda s \quad (10)$$

## (3) べき乗展開による線形解

(8)~(10)式の解に関して、(10)式の左辺第1項と第3項を無視した場合(運動方程式の横断方向成分の慣性項と摩擦項を無視することに対応)の解をEngelund<sup>1)</sup>が導いている。Ikeda・Parker・Sawai<sup>5)</sup>の蛇行理論はこの線形解に基づいている。また、池内・玉井<sup>2)</sup>は2次までの摂動解を求めている。

一方、長谷川は、(10)式の各項を無視せずに、解の形を三角関数で近似しガラーキン法による近似解を導いた。

本研究では、高フルード数の流れを対象とするため、横断方向運動方程式の慣性項を無視せずに、任意の路床横断形状をある程度表現できるべき乗展開を用いた解を求める。(ただし、本研究では線形方程式の解のみ考察している。)

路床の形 $\eta_1$ と未知数 $\xi_1, u_1, v_1$ を次のようにべき乗展開で表現する。

$$\begin{aligned} \xi_1 &= Fr_0^2 n \cos \lambda s + \xi_{11} n \cos(\lambda s + \phi_{\xi_{11}}) + \xi_{13} n^3 \cos(\lambda s + \phi_{\xi_{13}}) \\ \eta_1 &= \eta_{11} n \cos(\lambda s + \phi_{\eta_{11}}) + \eta_{13} n^3 \cos(\lambda s + \phi_{\eta_{13}}) \\ u_1 &= u_{11} n \cos(\lambda s + \phi_{u_{11}}) + u_{13} n^3 \cos(\lambda s + \phi_{u_{13}}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$v_1 = v_{10} \left( 1 - \frac{n^2}{\varepsilon^2} \right) \cos(\lambda s + \phi_{v_{10}}), \quad \varepsilon \equiv \frac{B}{2h_0}$$

ここに、 $\varepsilon$ は上式で定義される形状比を表す。 $\eta_1, \xi_1$ はそれぞれ平均路床からのずれで0次の項は0である。

(11)式の表示は、路床形状 $\eta_1$ を $n$ の奇数べき乗で表した場合の表示であり、 $\eta_1$ に $n$ の偶数べき乗が含まれる場合は、 $\xi_1, u_1$ に関して偶数、 $v_1$ に関して奇数のべき乗展開が加えられる。本研究では、平坦な固定床( $\eta_1=0$ )を考えているので、 $\eta_1$ に $n$ の偶数

のべき乗が含まれる場合は示していない。

次式で定義される  $\hat{a} \sim \hat{n}$  を導入する。

$$\begin{aligned}\hat{a} &= \xi_{11} \cos \phi_{\xi_{11}}, \hat{b} = \xi_{11} \sin \phi_{\xi_{11}}, \hat{c} = \xi_{13} \cos \phi_{\xi_{13}}, \\ \hat{d} &= \xi_{13} \sin \phi_{\xi_{13}}, \hat{e} = u_{11} \cos \phi_{u_{11}}, \hat{f} = u_{11} \sin \phi_{u_{11}}, \\ \hat{g} &= u_{13} \cos \phi_{u_{13}}, \hat{h} = u_{13} \sin \phi_{u_{13}}, \hat{i} = v_{10} \cos \phi_{v_{10}}, \\ \hat{j} &= v_{10} \sin \phi_{v_{10}}, \hat{k} = \eta_{11} \cos \phi_{\eta_{11}}, \hat{l} = \eta_{11} \sin \phi_{\eta_{11}}, \\ \hat{m} &= \eta_{13} \cos \phi_{\eta_{13}}, \hat{n} = \eta_{13} \sin \phi_{\eta_{13}}\end{aligned}$$

(11)式を(8)~(10)式に代入し,  $\sin \lambda s$  および  $\cos \lambda s$  の係数を0とおけば  $\hat{a} \sim \hat{n}$  に関する10の連立方程式が得られる。(紙面の都合により詳細は省略する。)

路床形状を表す  $\hat{k}, \hat{l}, \hat{m}, \hat{n}$  は既知(平坦な場合はすべて0)であり, 導かれた連立方程式の解  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}, \hat{f}, \hat{g}, \hat{h}, \hat{i}, \hat{j}$  を示せば以下のようになる。

まず,  $\hat{a}, \hat{b}$  は(12)式で表される。

$$\hat{a} = \frac{QS - PR}{P^2 + Q^2}, \hat{b} = \frac{QR + PS}{P^2 + Q^2} \quad (12)$$

ここに,  $P, Q, R, S$  は次式で定義される。

$$\begin{aligned}P &= \lambda c_f A_1 + \frac{2}{\varepsilon^2 \lambda} \frac{A_3}{c_f^2 + \lambda^2} \frac{c_f}{Fr_0^2}, \\ Q &= A_2 + A_3 - \frac{2}{\varepsilon^2} \frac{A_3}{c_f^2 + \lambda^2} \frac{1}{Fr_0^2}, \\ R &= -(A_3 + 2c_f^2)\hat{a} + \lambda c_f (1 - \hat{k} + Fr_0^2), \\ S &= -A_3(\hat{k} + Fr_0^2) - \lambda c_f \hat{l} + \lambda^2 + 2c_f^2(1 + \hat{k} - Fr_0^2)\end{aligned}$$

上式中,  $A_1, A_2, A_3$  は次式で定義される。

$$A_1 = \frac{2}{Fr_0^2} + 1, \quad A_2 = 2c_f^2 - \frac{\lambda^2}{Fr_0^2}, \quad A_3 = 4c_f^2 + \lambda^2$$

以下, 順に解を示せば以下のようになる。

$$\hat{i} = \frac{-c_f \hat{a} - \lambda \hat{b}}{Fr_0^2(c_f^2 + \lambda^2)}, \quad \hat{j} = \frac{\lambda \hat{a} - c_f \hat{b}}{Fr_0^2(c_f^2 + \lambda^2)} \quad (13)$$

$$\hat{e} = -\hat{a} - (\hat{k} + Fr_0^2) + \frac{2}{\varepsilon^2 \lambda} \hat{j}, \quad \hat{f} = -\hat{b} - \hat{l} - \frac{2}{\varepsilon^2 \lambda} \hat{i} \quad (14)$$

$$\hat{c} = \frac{Fr_0^2}{3\varepsilon^2} (c_f \hat{i} - \lambda \hat{j}), \quad \hat{d} = \frac{Fr_0^2}{3\varepsilon^2} (\lambda \hat{i} + c_f \hat{j}) \quad (15)$$

$$\begin{aligned}\hat{g} &= \frac{1}{4c_f^2 + \lambda^2} \left[ \left( 2c_f^2 - \frac{\lambda^2}{Fr_0^2} \right) \hat{c} \right. \\ &\quad \left. + \lambda c_f \left( 1 + \frac{2}{Fr_0^2} \right) \hat{d} + \lambda c_f \hat{n} + 2c_f^2 \hat{m} \right] \quad (16)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{h} &= \frac{1}{4c_f^2 + \lambda^2} \left[ - \left( 2 \frac{\lambda c_f}{Fr_0^2} + \lambda c_f \right) \hat{c} \right. \\ &\quad \left. + \left( 2c_f^2 - \frac{\lambda^2}{Fr_0^2} \right) \hat{d} + 2c_f^2 \hat{n} - \lambda c_f \hat{m} \right] \quad (17)\end{aligned}$$

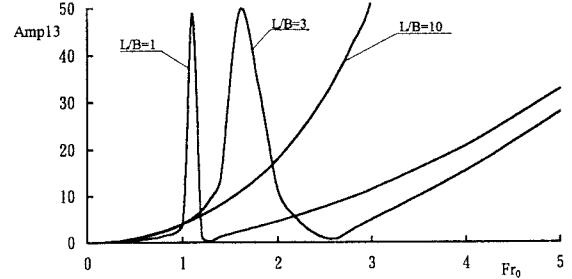


図-2 水面変動の振幅Amp13とフルード数の関係

### 3. 線形解の特性

線形解の特性として, まず水路左右岸の水深変動に及ぼす無次元パラメータの影響を考察する。無次元パラメータは上述のように  $v, \varepsilon, \lambda, Fr_0$  の4通りである。

$$\nu = \frac{h_0}{R}, \varepsilon = \frac{B}{2h_0}, \lambda = 2\pi \frac{h_0}{L}, Fr_0 = \frac{U}{\sqrt{gh_0}}$$

ここでは, 同一の水路平面形状を用いて通水し水深を変化させたとき変化する無次元パラメータの数を減ずるため,  $\lambda$  の代わりに  $L/B$  を用いる。

#### (1) 共鳴関係式と振幅Oの関係式

水深  $h$  と水面変動  $\xi_1$  は次のようになる。

$$h = 1 + v \xi_1 \quad (18)$$

$$\begin{aligned}\xi_1 &= Fr_0^2 n \cos \lambda s + \xi_{11} n \cos(\lambda s + \phi_{\xi_{11}}) \\ &\quad + \xi_{13} n^3 \cos(\lambda s + \phi_{\xi_{13}}) \quad (19)\end{aligned}$$

$$= n(Fr_0^2 + \hat{a}) \cos \lambda s - n \hat{b} \sin \lambda s + n^3 (\hat{c} \cos \lambda s - \hat{d} \sin \lambda s)$$

(19)式から, 水路左右岸の水深変動は振幅  $A_{mp}(\xi_1)$  と位相差・ $\Phi(\xi_1)$  を用いて次のようになる。

$$\xi_1 = Amp(\xi_1) \cdot \cos(\lambda s + \Phi(\xi_1)) \quad (20)$$

$$Amp(\xi_1) = \varepsilon \sqrt{\left( (Fr_0^2 + \hat{a}) + \varepsilon^2 \hat{c} \right)^2 + \left( \hat{b} + \varepsilon^2 \hat{d} \right)^2}$$

$$\cos \Phi(\xi_1) = \frac{\varepsilon (Fr_0^2 + \hat{a}) + \varepsilon^3 \hat{c}}{Amp(\xi_1)}, \quad \sin \Phi(\xi_1) = \frac{\varepsilon \hat{b} + \varepsilon^2 \hat{d}}{Amp(\xi_1)}$$

$Amp(\xi_1)$  の内  $n^1$  の項のみ考慮した場合を  $Amp1$  と表示すると次のようになる。

$$Amp1 = \varepsilon \sqrt{(Fr_0^2 + \hat{a})^2 + (\hat{b})^2} \quad (21)$$

また, 区別するために  $Amp(\xi_1)$  を  $Amp13$  と表す。

図-2に,  $\varepsilon = 4$  とした場合の  $L/B = 1, 3, 10$  に対する水深変動の振幅とフルード数の関係を示した。フルード数の増加に伴い水面が共鳴する領域と振幅が0になる領域があることがわかる。共鳴関係式と振幅Oの関係式を簡潔に示すために,  $c_f^2$  の項を無視して  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$  を表すと次のようになる。

$$\hat{a} \equiv \frac{\lambda^2(1 - Fr_0^2)}{\lambda^2 - \frac{1}{Fr_0^2}\left(\lambda^2 + \frac{2}{\epsilon^2}\right)}, \quad \hat{c} = -\frac{\hat{a}}{3\epsilon^2},$$

$$\hat{b} \equiv \frac{\lambda c_f \left( \frac{\lambda^2}{Fr_0^2} - \frac{4}{\epsilon^2} - \lambda^2 \right)}{\left\{ \lambda^2 - \frac{1}{Fr_0^2} \left( \lambda^2 + \frac{2}{\epsilon^2} \right) \right\}^2}, \quad \hat{d} = -\frac{\hat{b}}{3\epsilon^2} \quad (22)$$

上式を用いて振幅を表せば(23)式のようになる。分母=0が共鳴関係式であり、分子=0が振幅0の関係式となる。

$$A_{mp}(\xi_1) = \epsilon \frac{\frac{1}{3} \lambda^2 Fr_0^2 - \frac{1}{3} \lambda^2 - \frac{2}{\epsilon^2}}{\lambda^2 - \frac{1}{Fr_0^2} \left( \lambda^2 + \frac{2}{\epsilon^2} \right)} \quad (23)$$

共鳴関係  $Fr_0 = \sqrt{1 + \frac{2}{\pi^2} \left( \frac{L}{B} \right)^2}$  (24)

振幅0の関係  $Fr_0 = \sqrt{1 + \frac{6}{\pi^2} \left( \frac{L}{B} \right)^2}$  (25)

共鳴関係式(24)と振幅0の関係式(25)を示せば図-3のようになる。

次に、(19)式の1乗のモード( $n^1$ の項)のみ(以後Amp1と略記)および1次と3次を合わせた場合の振幅(以後Amp13と略記)とフルード数の関係を比較したのが図-4である。Amp1には共鳴関係式は存在するが振幅0の関係は見られない。共鳴関係より大きいフルード数の領域で両者の差は大きくなる。

## (2) 水面変動の位相差と横断分布

$L/B = 3, \epsilon = 4$ として、水深変動Amp13の位相差を示したのが図-5である。共鳴関係と振幅0の関係を満たすフルード数で水深変動の位相が $\pi$ 変化することがわかる。共鳴関係と振幅0の関係の間のフルード数で水路平面形状と水深変動が逆位相になり、それ以外の領域で同位相になる。ただし、同位相とは、水路外岸側で水深変動が正、内岸側で負になる場合を示す。

また、図-5にはAmp1の位相差も示した。Amp1の位相差は共鳴関係式で同位相から逆位相に変化するのみである。

図-6には、Amp13の横断分布を示した。フルード数が小さい領域では横断分布は線形であり、1乗の項が卓越していることがわかる。フルード数が大きくなり共鳴関係に近づくと、水路両岸近くで3乗の項の影響が大きくなる。さらに、共鳴関係を越えると位相が反転するとともに振幅が減少する。振幅0の関係を越えると3乗の項が卓越した分布形に変化し、位相も同位相になる。

## (3) 長谷川の解との比較

長谷川は、水理量の横断分布に三角関数を仮定し、

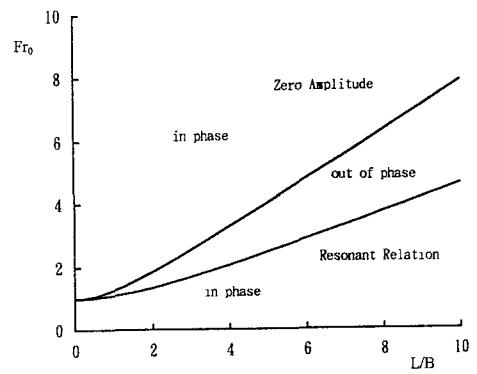


図-3 共鳴関係式と振幅0の関係式

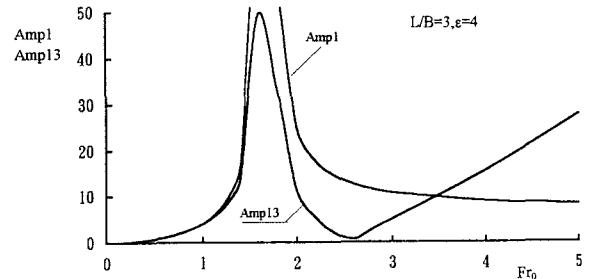


図-4 Amp1およびAmp13とフルード数の関係

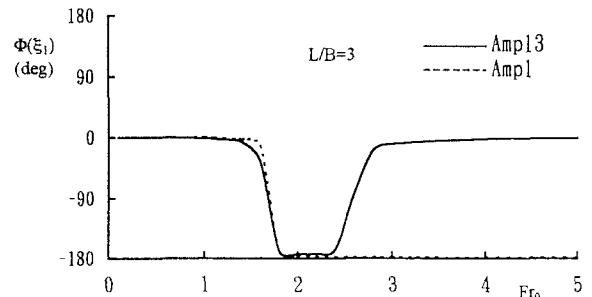


図-5 Amp1およびAmp13の位相差とフルード数の関係

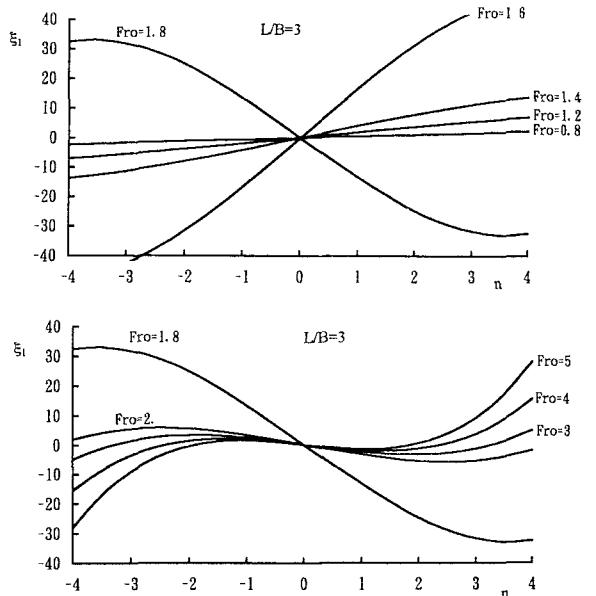


図-6 Amp13の横断分布

ガラーキン法を用いて線形解を導いている<sup>3)</sup>. 路床変動のない場合の水面変動について、本研究の記号を用いて長谷川の解を示せば以下のようになる.

[長谷川の解 (路床変動がない場合)]

$$\xi_1 = \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)(\epsilon \sin \lambda s + f \cos \lambda s) \quad (26)$$

$$e = \frac{PS + QT}{P^2 + Q^2}, \quad f = \frac{PT - SQ}{P^2 + Q^2}$$

ここに、 $P, Q, S, T$  は次式で定義される.

$$P = 2c_f \frac{\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)^2 - 6Fr_0^2 \lambda^2}{4Fr_0^2 \lambda^2}, \quad S = -\lambda \frac{2}{\lambda^2 \epsilon}$$

$$Q = \lambda \frac{\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right)^2 - 4(Fr_0^2 - 1)\lambda^2}{4Fr_0^2 \lambda^2}, \quad T = 2c_f \frac{2}{\lambda^2 \epsilon}$$

図-7に  $L/B = 3, 10$  の水深変動の振幅とフルード数の関係について、本研究の解と長谷川の解の比較を示した. 長谷川の解は、共鳴関係を超えた領域で本研究の1乗のみの結果とほぼ同様となっている. 図中には、運動方程式の横断方向成分の慣性項を無視した場合の解

$$h = 1 + \nu n Fr_0^2 \cos ks \quad (27-a)$$

$$Amp(\xi_1) = \epsilon Fr_0^2 \quad (27-b)$$

も示した. フルード数が大きくなり共鳴関係に近づくと、(27)式は他の関係式と急に差が大きくなることがわかる.

#### 4. 実験結果との比較

平面形状がsine-generated curve の水路を用いて水理実験を行い、水深や水路床勾配を変化させたときの水面形特性について検討するとともに、実験結果と解析解を比較することにより、解の適用性および限界について考察する.

##### (1) 水理実験の概要

水理実験は、幅  $B=8$  (cm), 中心軸に沿った水路の波長  $L=24$  (cm), 直線軸と水路中心軸の交差角  $20^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $5^\circ$  の3通りの水路を用いて、水路床勾配を  $1/20, 1/26, 1/64, 1/150$  に変化させて行われた。

水路の平面形状を図-8に示す. また、実験の水理諸量を表-1に示す.

通水して流れが定常になった後、位相  $\pi/4$ 毎に9断面の水深横断分布をポイント・ゲージで計測した.

##### (2) 実験結果の考察

水深の横断分布と左右岸の水深差の縦断分布（側壁から5mmの位置）の例を図-9、図-10に示す. 図-9は共鳴関係より小さいフルード数の場合であり、水面変動は水路蛇行とほぼ同位相になっている.

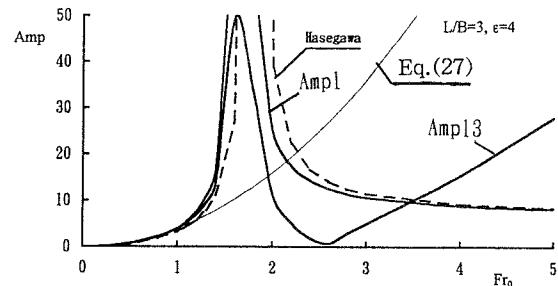
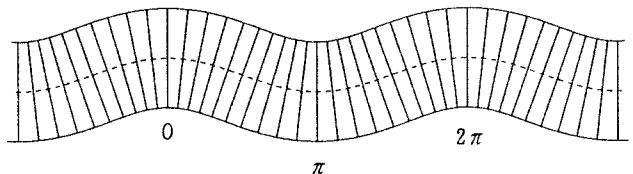


図-7 振幅に関する長谷川解との比較

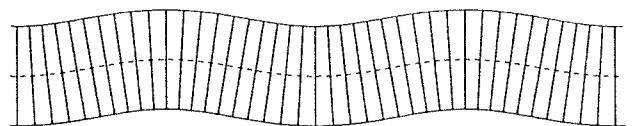
表-1 実験の水理諸量

	平均水深 (cm)	平均流速 (cm/s)	蛇行反復 (cm)	最小曲率半径 (cm)	水路幅 (cm)	水路勾配	フルード数
RunB1-1	2.29	20.02	24.7	11.26	8	1/150	0.42
RunB2-2	1.42	32.23	24.7	11.26	8	1/64	0.86
RunB3-1	1.73	45.05	24.7	11.26	8	1/26	1.33
RunB3-2	0.61	38.58	24.7	11.26	8	1/26	1.58
RunB4-1	1.12	53.71	24.7	11.26	8	1/20	1.62
RunC1-1	1.48	46.83	24.2	22.07	8	1/64	1.23
RunC2-1	1.09	61.82	24.2	22.07	8	1/26	1.89
RunC2-2	0.59	53.51	24.2	22.07	8	1/26	2.22
RunC3-1	0.49	68.04	24.2	22.07	8	1/20	3.12
RunD1-1	1.09	42.54	24.0	43.77	8	1/64	1.3
RunD1-2	0.68	29.31	24.0	43.77	8	1/64	1.13
RunD2-1	0.59	63.69	24.0	43.77	8	1/26	2.64
RunD2-2	1.01	73.44	24.0	43.77	8	1/26	2.33
RunD3-1	0.61	77.50	24.0	43.77	8	1/20	3.16
RunD3-2	0.81	80.42	24.0	43.77	8	1/20	2.86

水路B (波長 24.7cm, 幅 8cm, 最大交差角  $20^\circ$ )



水路C (波長 24.2cm, 幅 8cm, 最大交差角  $10^\circ$ )



水路D (波長 24.0cm, 幅 8cm, 最大交差角  $5^\circ$ )

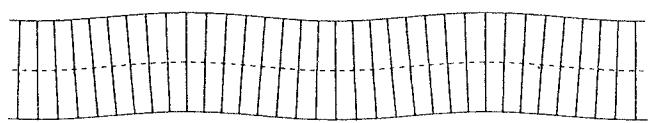


図-8 実験水路の平面形状

フルード数が共鳴関係より大きい図-10では、逆位相になっている.

図-9と10に対応する流況を写真-1と2に示す.  $Fr=1.30$  の写真-1 (RunD1-1) では衝撃波は明確ではないが、 $Fr=2.33$  の写真-2 (RunD2-2) には水路内岸直上流部から明確な衝撃波の発生が見られる.

図-11には、水面変動の振幅について実験結果と理論式の比較を示した. 共鳴関係をすこし離れた両側で、実験結果は横断分布の  $n^1$  項のみを考慮した(21)式および長谷川解と適合している. 共鳴関係の近傍では、蛇行振幅が大きいほど水面変動の振幅が

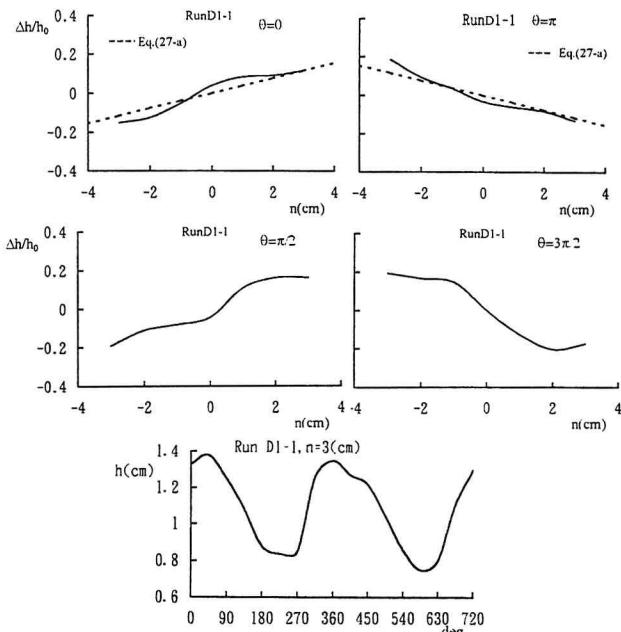


図-9 水深の横断分布と縦断分布 (RunD1-1)

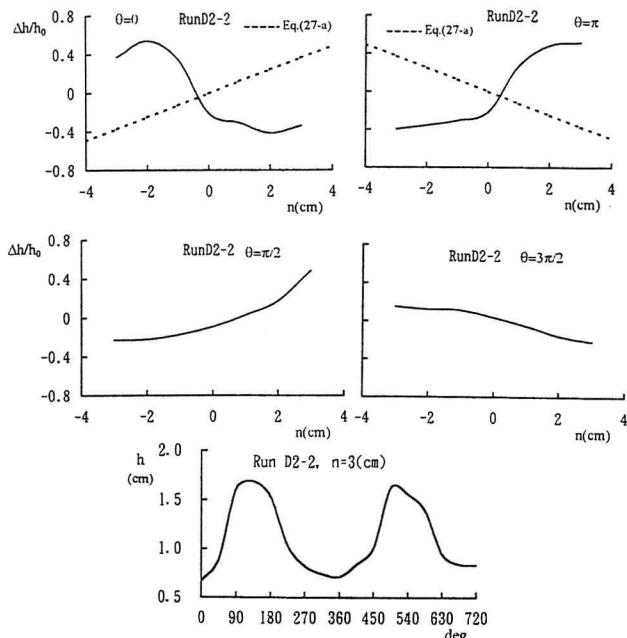


図-10 水深の横断分布と縦断分布 (RunD2-2)

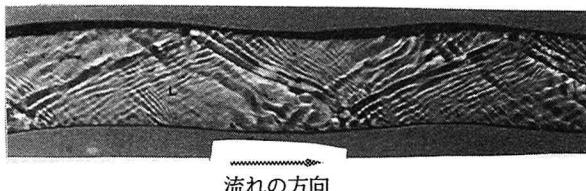


写真-1 流況 (RunD1-1)



写真-2 流況 (RunD2-2)

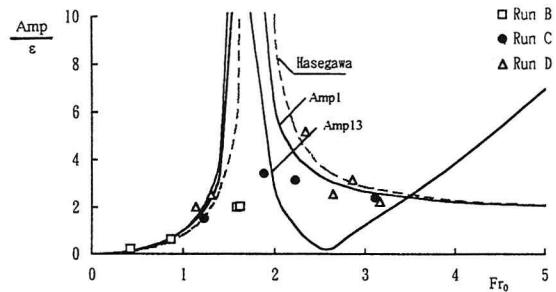


図-11 振幅とフルード数に関する実験と解析解の比較

小さくなっている。共鳴点近傍において非線形性を考慮する必要性を示している。また、 $n^1$ 項と $n^3$ 項を考慮した(20)式に見られたゼロ振幅の関係式は、実験結果に現れていない。これは、フルード数が1を越えて大きくなると衝撃波の発生により分布形に不連続が生じ、 $n^1$ 項と $n^3$ 項を考慮したような単調でない分布形が生じ得ないためと考えられる。すなわち、衝撃波が生じると水面の横断分布は単調になるため、三角関数の単項や $n^1$ 項のみで水面の横断分布を表した方が、現象との適合性がよくなるためと考えられる。

#### 4. おわりに

本研究は、開水路流れの一般的かつ基本的特性を解明することを目的として、側壁が波状境界である連続蛇行水路の高速流をとりあげ、水路蛇行と水面変動の応答について考察した。その結果、蛇行と水面の共鳴現象が実際に生じること、共鳴点近傍での水面の変動の振幅が、蛇行振幅が大きくなるとともに小さくなることなどを指摘した。

今後、非線形解析を行い、共鳴点のごく近傍での水面の応答について考察して行きたい。

#### 参考文献

- 1) Engelund, F. : Flow and bed topography in channel bends, Proc. ASCE, J. Hyd. Div., Vol.100, HY11, pp.1631-1647, 1974.
- 2) 池内幸司・玉井信行：蛇行水路における水深平均流れ場の遷移特性、土木学会論文報告集 第334号、pp. 89-101, 1983.
- 3) 長谷川和義：The effect of plane and bed forms of channels upon the meander development, Proc. of JSCE, No.296, pp.143-152, 1980.
- 4) Blondeaux, P. and Seminara, G.: A unified bar-bend theory of river meanders, J. Fluid Mech., 112, pp.363-377, 1985.
- 5) Ikeda, S., Parker, G. and Sawai, K. : Bend theory of river meanders, Part 1 Linear development, J. Fluid Mech., 112, pp.363-377, 1981.

(1998. 9. 30受付)