

波状跳水の形成条件に対する レイノルズ数・アスペクト比の影響について

THE EFFECT OF REYNOLDS NUMBER AND ASPECT RATIO ON THE UNDULAR JUMP FORMATION

後藤 浩¹・安田 陽一²・大津 岩夫³

Hiroshi GOTOH, Youichi YASUDA and Iwao OHTSU

¹正会員 工修 日本大学助手 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

²正会員 工博 日本大学専任講師 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

³正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

The upper limit of Froude number for the undular jump formation has been investigated by many researchers, but a general agreement has not been obtained. The formation of undular jumps is affected by the inflow Froude number, the development of the turbulent boundary layer, the aspect ratio, and the Reynolds number. In this paper, the effect of the Reynolds number and the aspect ratio on the undular jump formation has been clarified, and a general expression for the upper limit of Froude number has been established. The minimum scale of model required to apply the experimental results to a prototype design can be determined as $Re \geq 65000$. Also, if the aspect ratio is larger than 10, the flow condition of undular jumps can be regarded as a two-dimensional flow.

Key Words : Undular Jump, Reynolds Number, Aspect Ratio, Hydraulic Jump, Open Channel Flow

1. まえがき

射流から常流へ遷移する場合、射流のフルード数 F_1 ($=v_1/\sqrt{gh_1}$; v_1 : 跳水始端での平均流速, g : 重力加速度, h_1 : 跳水始端水深) が 1 に近い場合、波状跳水が形成される。

一般に、波状跳水の水理特性は、跳水始端のフルード数 F_1 、跳水始端での乱流境界層の発達状態 δ/h_1 、アスペクト比 B/h_1 、レイノルズ数 Re によって支配される^{1)~3)} [δ : 境界層厚さ (図-1), B : 水路幅, $Re=v_1h_1/\nu=q/\nu$; q : 単位幅流量, ν : 動粘性係数]。

従来、多くの研究者が波状跳水の形成条件について検討を行い波状跳水が形成されるためのフルード数の上限 $F_{1\text{limit}}$ を提案している^{4)~7)}。しかしながら、提案された $F_{1\text{limit}}$ の値は、各研究者間で異なっている。

このように、各研究者によって異なった $F_{1\text{limit}}$ が示されているのは、波状跳水を支配する水理量 (F_1 , δ/h_1 , Re , B/h_1) をもとに系統的な研究がなされていないため、

統一的な見解が得られていないことによる。

Iwasa⁴⁾ や Ippen & Harleman⁵⁾ は、 $F_{1\text{limit}}$ を理論的に解析し、1.73 ($\sqrt{3}$) であると報告している。しかしながら、実験によると $F_{1\text{limit}}$ は、 δ/h_1 、 Re 、 B/h_1 の値によって変化し必ずしも 1.7~1.8 とは限らない。

乱流境界層が十分発達した場合 ($\delta/h_1=1.0$) について、Chanson & Montes⁶⁾ は $F_{1\text{limit}}$ が 1.4~2.4 の範囲にあり、Reinauer & Hager⁷⁾ は $F_{1\text{limit}}$ が 1.36~1.60 の範囲にあると報告している。この場合、 B/h_1 および Re の影響が考慮されていないため、両者の結果が異なる。

模型実験を行う際にどの程度の実験規模で検討を行えば Re の影響が認められなくなり実際の水工構造物に適用できるのかを明確にすることは重要である。また、水路幅の影響を示すアスペクト比 B/h_1 によって波状跳水の流況および $F_{1\text{limit}}$ がどのように変化するのかを明確にすることは水工設計上必要である。

著者らは、最近、長方形断面水平水路における $F_{1\text{limit}}$ について Re に関わらず流れが二次元的に取り扱

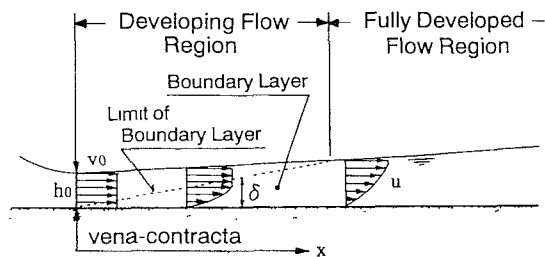


図 - 1 乱流境界層の発達状態

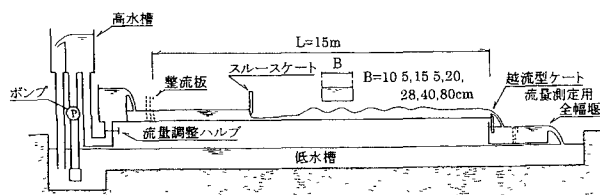


図 - 2 実験水路

表 - 1 実験条件

F_1	$Re (\times 10^4)$	$h_1(\text{cm})$	$q(\text{m}^3/\text{s}/\text{m})$
1 18 ~ 2 46	2.10 ~ 17 0	2.20 ~ 11 8	0 0263 ~ 0 158

える領域で解析を行い、 F_{limit} が δ/h_1 によって変化することを明らかにした⁸⁾。

ここでは、跳水始端での乱流境界層が十分に発達した長方形断面水平水路における波状跳水の F_{limit} に対する Re および B/h_1 の影響を明らかにし、各研究者によって得られた F_{limit} の値が異なる理由を説明した。また、波状跳水の流況および F_{limit} に対して、 Re の影響が認められない範囲を示し、波状跳水に関する実験結果を実際に適用する場合、どの程度の実験規模で検討する必要があるのかを明確にした。さらに、波状跳水の形成において流れを二次元的に取り扱えるための B/h_1 の範囲を明らかにした。

2. 実験

実験は、図 - 2 に示される長方形断面水平水路を用い、広範囲な実験条件のもとで行った (表 - 1)。波状跳水の流況は、水路上流に設置したスルースゲートと水路下流に設置した越流型のゲートによって調整を行った。

各流況の特徴を調べるために、流速の測定、色素の注入、写真撮影によって検討を行った。なお、流速の測定には、主に一次元 L.D.V. [レーザー流速計 (採取時間

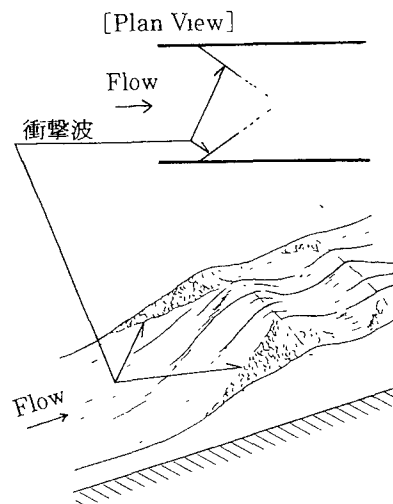


図 - 3 衝撃波の形成

164s, 採取間隔 40ms)]⁹⁾ を用い、二次元電磁流速計 (採取時間 60s, 採取間隔 40ms) およびピトー管を併用した。

3. 流況

波状跳水が形成されると跳水始端付近の両側壁から衝撃波が形成される (図 - 3 参照)。衝撃波が一波目山頂部より上流側で交差する場合、波状跳水の流れが三次元的となり、特に水路中央部の流れが水路側壁の影響を大きく受けるようになる。すなわち、この場合、波状跳水は B/h_1 の影響を大きく受けるようになる。一方、衝撃波が一波目山頂部より下流側で交差する場合、水路側壁付近を除いて波状跳水の流れは二次元的となり、波状跳水の流況は B/h_1 の影響を受けない^{1) ~ 3)}。

また、 $Re \geq 65000$ となると波状跳水の流況に対する Re の影響は認められなくなる^{1) ~ 3)}。

衝撃波が一波目山頂部より下流側で交差し、 $Re \geq 65000$ の場合、波状跳水の流況は、跳水始端での F_1 および δ/h_1 によって変化する^{1), 8)}。

ここでは、乱流境界層が十分に発達した領域に跳水始端が位置した場合 (Developed Inflow) を対象にして流況の説明を行う。

(1) 衝撃波が一波目山頂部より下流側で交差する場合 ($L_s/L_w \geq 1.0$)

a) $Re \geq 65000$ の場合

側壁付近を除いて二次元的な波状水面が形成され、水面の凹凸が下流側遠方まで続く。この場合、水路側壁に沿った波状水面の凹凸は時間的に不規則で小さい^{1) ~ 3), 8)} (図 - 4 (a))。

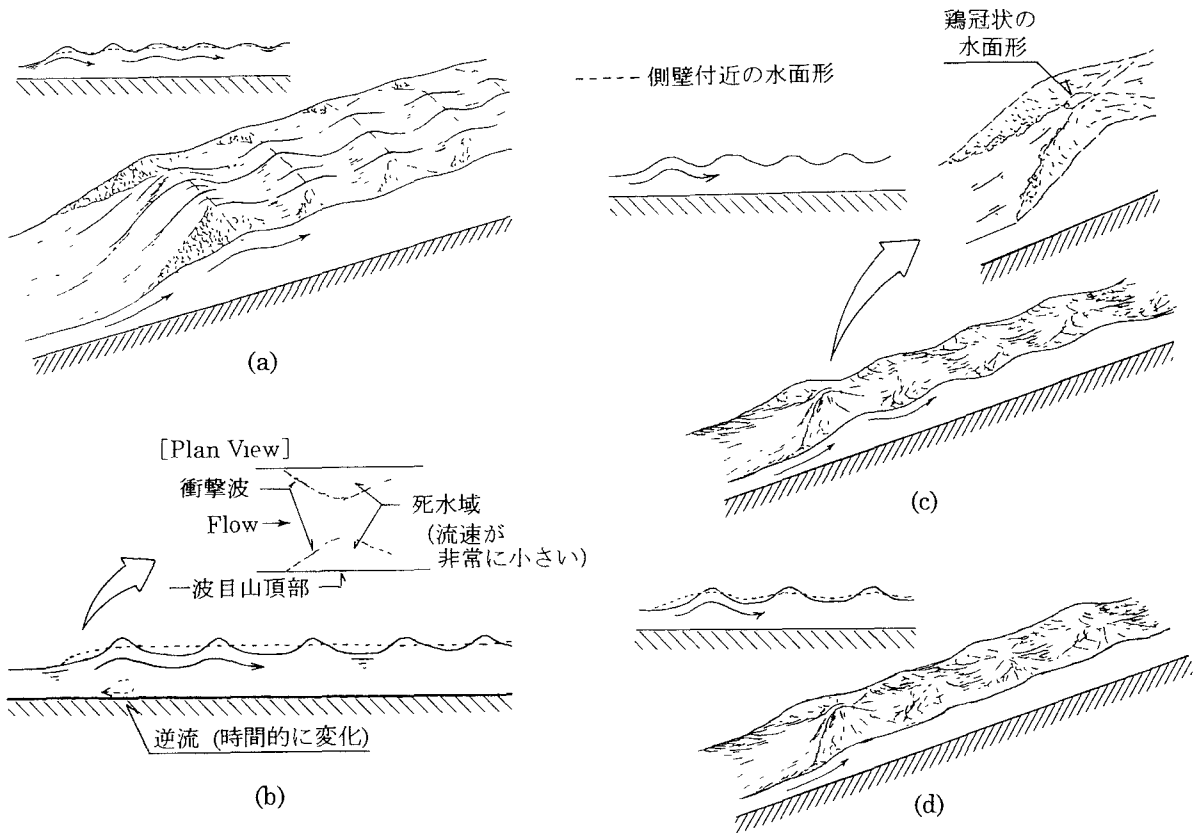


図 - 4 波状跳水の流況

b) $Re \leq 65000$ の場合

粘性の影響により側壁付近の流速は、同一な F_1 および B/h_1 のもとで Re が大きい場合と比べて小さくなる。また、図 - 4 (b) に示されるように、一波目山頂部底面付近で時間的に不規則な逆流が観察されるようになる。なお、Chanson & Montes⁶⁾、森ら¹⁰⁾ による実験結果によっても同様な現象が見い出されている。

(2) 衝撃波が一波目山頂部より

上流側で交差する場合 ($L_s/L_w < 1.0$)

a) $Re \geq 65000$ の場合

跳水始端付近の両側壁から形成される衝撃波が一波目山頂部より上流側で交差するため、流れは三次元的になり一波目山頂部付近で鶏冠状の水面形が形成される (図 - 4 (c))。なお、鶏冠状の水面形は、Chanson & Montes⁶⁾ や Reinauer & Hager⁷⁾ による実験結果でも観察されている。特に、 $B/h_1 \leq 4$ になると、図 - 4 (c) で示されるように、水路側壁に沿っても水路中央部と同様な波状水面が形成されるようになる。

b) $Re \leq 65000$ の場合

粘性の影響のため側壁近くでの流速は、同一な F_1 および B/h_1 のもとで Re が大きい場合と比べて小さくなる。

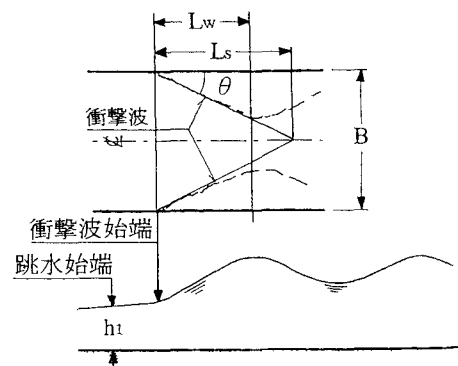


図 - 3 波状跳水部の定義図

また、水路側壁に沿った水面の凹凸は顕著ではない (図 - 4 (d))。

なお、衝撃波が交差する位置と一波目山頂部の位置との関係は (1) 式によって示される^{1) ~ 3)}。

$$\frac{L_s}{L_w} = \frac{(B/h_1)/(2 \tan \theta)}{L_w/h_1} \quad (1)$$

ここに L_s は衝撃波始端から衝撃波の交差する位置までの水平長さ $[=B/(2 \tan \theta)]$ 、 L_w は衝撃波が一波目山頂部

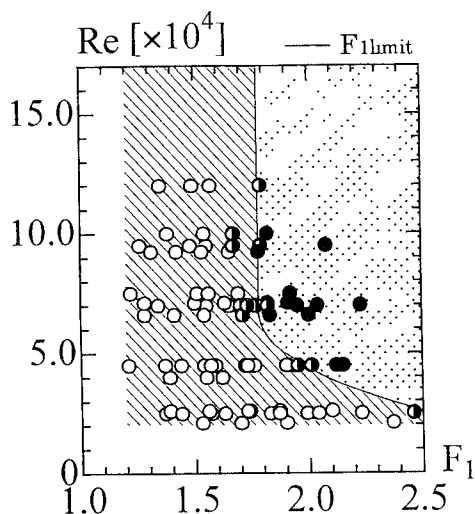
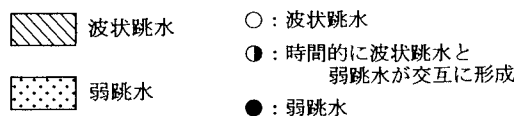


図 - 6 波状跳水の形成領域に対する
Re の影響 ($L_s/L_w \geq 1.0$)

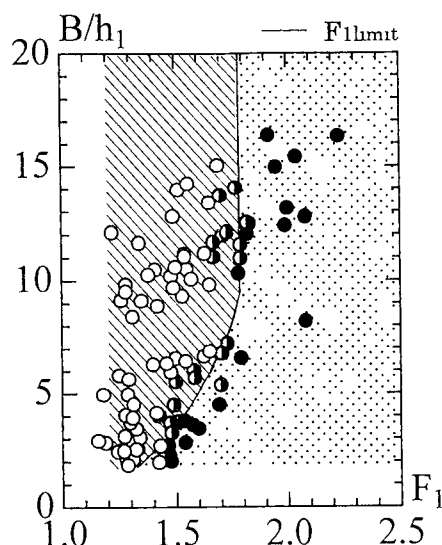


図 - 7 波状跳水の形成領域に対する
 B/h_1 の影響 ($Re \geq 65000$)

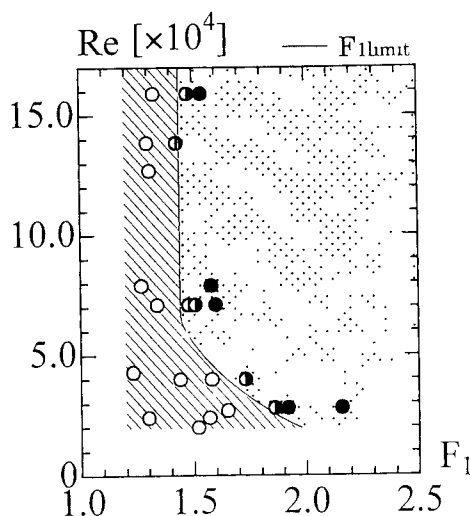


図 - 8 波状跳水の形成領域に対する
Re および B/h_1 の影響 [$L_s/L_w < 1.0$ ($B/h_1 \approx 3.5$)]

下流側で交差する場合の流況における衝撃波始端から一波目山頂部までの水平長さ、 θ は衝撃波の角度である (図 - 5)。この L_s/L_w が 1 より大きい場合、一波目山頂部より下流側で衝撃波は交差することを示す。また、(1) 式に示されるように、 L_s/L_w は B/h_1 、衝撃波の角度 θ 、衝撃波始端から一波目山頂部までの水平長さ L_w/h_1 によって変化する。なお、 $Re \geq 65000$ の場合、 θ および L_w/h_1 は F_1 によって定まる^{1)~3)}。

したがって、与えられた F_1 に対して L_s/L_w が小さくなるにつれて、(1) 式より B/h_1 が小さくなる。

3. 波状跳水の形成条件

波状跳水から弱跳水への移行は、一波目山頂部が breaking することによる。一波目山頂部の流れに対して衝撃波が影響するかどうかによって breaking するときの条件 F_{1limit} の値が異なるものと推論される。すなわち、衝撃波の交差する位置と一波目山頂部の位置との相対的位置関係、すなわち衝撃波が一波目山頂部より上流側で交差する場合 ($L_s/L_w < 1.0$) か下流側で交差する場合 ($L_s/L_w \geq 1.0$) が重要となる。

以下に、 F_{1limit} について衝撃波が一波目山頂部より下流側で交差する場合と上流側で交差する場合とに分けて説明を行う。

1) 衝撃波が一波目山頂部より

下流側で交差する場合 ($L_s/L_w \geq 1.0$)

a) $Re \geq 65000$ の場合

一般には、 F_{1limit} は δ/h_1 によって変化する⁸⁾ が、乱流境界層が十分発達した領域に跳水始端が位置し $\delta/h_1 = 1.0$ の場合、 F_{1limit} は一定で、 $F_{1limit} = 1.7 \sim 1.8$ となる⁸⁾。これは、側壁近くを除いて二次元的な流況が得られるためである。

b) $Re \leq 65000$ の場合

図 - 6 は、波状跳水の形成領域に対する Re の影響を示したものである。図 - 6 に示されるように $Re \leq 65000$ の

場合、 Re が小さくなるに伴って、 F_{limit} の値は大きくなるということが認められる。これは、 Re が小さくなるに伴って粘性の影響が大きくなるため、一波目山頂部において **breaking** しにくくなり、 F_{limit} が大きくなるものと考えられる。

(2) 衝撃波が一波目山頂部より

上流側で交差する場合 ($L_s/L_w < 1.0$)

a) $Re \geq 65000$ の場合

B/h_1 が小さくなるに伴って、 F_{limit} の値がどのように変化するかを示した一例を図 - 7 に示す。図 - 7 に示されるように B/h_1 が 10 程度よりも小さくなってくると、 F_{limit} の値が小さくなる。 $B/h_1 \leq 10$ で衝撃波が一波目山頂部上流側で交差するようになり波状跳水の流れが水路幅に影響を受けて三次元的となるため、 B/h_1 が小さくなるに伴って一波目山頂部で **breaking** しやすくなり、 F_{limit} が小さくなるものと考えられる。

b) $Re \leq 65000$ の場合

図 - 8 は、 $L_s/L_w < 1.0$ で $B/h_1 \approx 3.5$ の場合における波状跳水の形成領域に対する Re の影響を示したものである。図 - 8 に示されるように与えられた Re に対して一波目山頂部より上流側で交差する場合 ($L_s/L_w < 1.0$)、 $L_s/L_w \geq 1.0$ の場合に比べて、交差の影響により F_{limit} は小さくなる。また、 $Re \leq 65000$ で F_{limit} に対する Re の影響が認められるようになる。すなわち、 Re が小さくなるに伴って粘性の影響のため **breaking** しにくくなり F_{limit} が大きくなる。

以上のことから、波状跳水の形成に対し B/h_1 および Re の影響を受けないためには $B/h_1 \geq 10$ および $Re \geq 65000$ となり、 $F_1 \leq 1.7 \sim 1.8$ で波状跳水が形成される。

4. 従来の研究との比較

Chanson & Montes⁶⁾ の波状跳水に関する研究においては、 F_{limit} が h_c/B [h_c : 限界水深 ($= (q^2/g)^{1/3}$)] によって変化すると報告がなされた(図 - 9 破線)。無次元量 h_c/B は、 $F_1^{2/3} / (B/h_1)$ と変形することができる。すなわち、 F_{limit} が B/h_1 および F_1 によって変化することになる。本実験結果から得られた $Re \geq 65000$ の場合の F_{limit} と h_c/B との関係(図 - 9 実線)と比較すると $h_c/B \leq 0.35$ では一致しない。すなわち、 $h_c/B \leq 0.35$ では、 B/h_1 の影響と Re の影響が同時に加わっているためと考えられる。

Hager & Hutter¹¹⁾ によると、 $B/h_1 = 3.5 \sim 4.0$ ($B = 30\text{cm}$)、 $Re \approx 100000$ [ただし $\nu = 1.0 \times 10^{-6} (\text{m}^2/\text{s})$] の実験条件のもとで F_{limit} が実験的に $\sqrt{2}$ (1.41) となることを報告している。 $B/h_1 = 3.5 \sim 4.0$ のもとで F_{limit} の本実験値(図 - 7)と比較するとほぼ同じ結果が得られる。

Chanson & Montes による

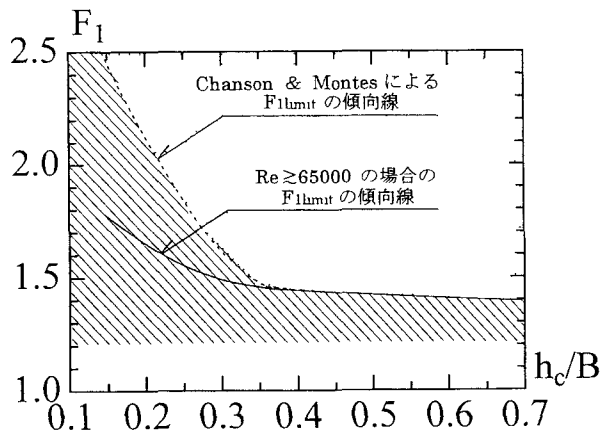
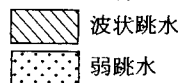


図 - 9 Chanson & Montes による結果との比較

Reinauer & Hager⁷⁾ によると、跳水始端水深 h_1 が $6.0 \sim 7.0\text{cm}$ 以上(この場合、ほぼ $Re \geq 65000$ に相当)、 $B/h_1 = 2.3 \sim 5.8$ の範囲で $F_{limit} = 1.36 \sim 1.60$ と示されている。図 - 7 において本実験結果と比較すると同様な結果が得られている。

このように、従来各研究者によって提示された F_{limit} の値の相違は、 B/h_1 および Re を考慮することによって系統的に説明することができる。

5. まとめ

乱流境界層が十分に発達した長方形断面開水路において、波状跳水が形成されるためのフルード数 F_{limit} について実験的検討を行い、 F_{limit} に対する Re および B/h_1 の影響を明らかにした。すなわち、波状跳水の実験結果が実際に適用されるためには $Re \geq 65000$ を満足する必要がある、また、 $Re \geq 65000$ 、 $B/h_1 \geq 10$ の場合、 Re および B/h_1 の値に関わらず $F_1 \leq 1.7 \sim 1.8$ で波状跳水が形成され流れを二次元的に取り扱えることを明らかにした。

本研究の結果によって、跳水始端で乱流境界層が十分に発達した波状跳水について、波状跳水と弱跳水との境界となるフルード数 F_{limit} が各研究者間で異なる理由が Re および B/h_1 を用いることによって説明することができた。

参考文献

- 1) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H., Characteristics of Undular Jumps in Rectangular Channels, *Proc. of the 26th IAHR Congress*, 1C14, London, UK, 1995.

- 2) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H., Discussion of Non-breaking Undular Hydraulic Jumps, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, 34(2), pp.567~572, 1996.
- 3) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H., Discussion of Characteristics of Undular Hydraulic Jumps: Experimental Apparatus and Flow Patterns, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 124(2), pp.161~162, 1997.
- 4) Iwasa, Y., Undular Jump and Its Limiting Condition for Existence, *Proc. of the 5th Japan National Congress for Applied Mech.*, pp.315~319, 1955.
- 5) Ippen, A.T., and Harleman, R.F., Verification of Theory for Oblique Standing Waves, *Trans.*, ASCE, V121, pp.526 - 1~17, 1954.
- 6) Chanson, H., and Montes, J.S., Characteristics of Undular Hydraulic Jump: Experimental Apparatus and Flow Patterns, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 121(2), pp.129~144, 1995.
- 7) Reinauer, R., and Hager, W.H., Non-breaking Undular Hydraulic Jumps, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, 33(5), pp.1~16, 1995.
- 8) 大津、安田、後藤、波状跳水の形成条件について、水工学論文集、土木学会、第42巻、pp673~678, 1998.
- 9) Ohtsu, I., and Yasuda, Y., Characteristics of Supercritical Flow below Sluice Gate, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 120(3), pp.332~346, 1994.
- 10) 森、板倉、森平、高田、跳水と境界層の相互干渉—三次元波状跳水、水工学論文集、土木学会、第36巻、pp367~371, 1992.
- 11) Hager, W.H. and Hutter, K., On Pseudo-Uniform Flow in Open Channel Hydraulics, *Acta Mechanica*, 53, pp183~200, 1984.

(1998. 9. 30. 受付)