

水平飽和浸透と鉛直不飽和浸透を可変境界で接合した 疑似二次元的浸透流計算について

A CALCULATION METHOD OF 2-DIMENTIONAL SEEPAGE FLOW COMBINING THE SATURATED REGION AND THE UNSATURATED REGION ON THE MOVING BOUNDARY

入江光輝¹・鈴木伴征²・石川忠晴³

Mitsuteru IRIE, Tomoyuki SUZUKI, Tadaharu ISHIKAWA

¹学生会員 工修 東京工業大学大学院総合理工学研究科環境物理工学専攻 日本学術振興会研究員
(〒226-8505 横浜市緑区長津田町 4259 G5 棟 210)

²学生会員 工修 東京工業大学大学院総合理工学研究科環境理工学創造専攻

³正会員 工博 東京工業大学教授 東京工業大学大学院総合理工学研究科環境理工学創造専攻

A ground water flow model is developed with a special attention to a boundary between the unsaturated region and saturated region, and the combination of the each formula of the 1-dimensional motion; The vertical flow in the unsaturated region and the horizontal flow in the saturated region. The proposed model is applied to the analysis of the seepage flow into the river embankment and it is verified by the result of the experiment on a large scale model.

Finally, the horizontal seepage flow in unsaturated region is estimated based on the distribution of the suction simulated by the proposal model. The horizontal seepage flux in the unsaturated region is small enough to omit against that in the saturated region.

Key Words: virtual unsaturated seepage flow, horizontal saturated seepage flow, 2-dimentional ground water flow model, large scale model test, river embankment

1. はじめに

近年、開発の著しい大都市近郊の丘陵地において、地下水保全・涵養と地域水循環再生の問題がクローズアップされている。これらを適正に計画実施する上で、雨水の鉛直不飽和浸透から飽和浸透に至る一連の過程の数値シミュレーションが有効であると考えられ、多くの研究がなされている。^{1) 2) 3)}

一方、アースダムや堤防の設計あるいは地下ダムの計画においても、不飽和域を含む浸透流計算の必要性が生じている。例えば石井ら⁴⁾は、不圧滞水層に設置される地下ダムを対象として、不飽和域を含めた三次元浸透流計算を行っている。また三木ら⁵⁾は、河川堤防の降雨浸透過程について二次元飽和・不飽和浸透流解析を行い、大型模型実験結果と比較して、ある程度良好に一致することを示している。

さて、従来の浸透流解析の多くは、計算グリッドを予め設定して変数を離散化している。したがって、浸潤面付近においては、一つのメッシュ内に飽和域と不飽和域の両方が含まれることになり、メッシュ内の内挿や平均

化に問題を生じることがある。そこで鈴木ら⁶⁾は、時空間アイソパラメトリック要素を用いた有限要素法により、飽和・不飽和境界が常に要素境界と一致するように工夫した鉛直一次元計算法を提案している。

本研究では、鉛直二次元的飽和・不飽和浸透流問題に対して、鈴木らの鉛直一次元計算法と一次元の水平飽和浸透流計算を組み合わせた疑似二次元的計算法を検討した。また、計算結果を堤防大型模型実験結果^{7) 8)}と比較して、その妥当性を検討した。

2. 疑似二次元的浸透流モデルの概要

(1) モデルのイメージ

図-1に示すように、水平な不浸透面上に均質な浸透性地盤があり、左から右に傾斜しているとする。また、浸透性地盤内の流れは、地表からの降雨浸透と、左からの側方浸透流によって誘起されているとする。地形はある程度なだらかなり、地表勾配や浸潤線勾配は1より十分小さいとする。

一般に、不飽和域の透水係数は飽和域の透水係数に比

不飽和層の流れを鉛直一次元とみなして飽和層の流れに接続するという手法は文献¹⁾でも採用されている。それらと以下に述べる本研究の手法の違いは、飽和層と不飽和層の境界が、常に不飽和層最下端グリッドに一致するようにしているということである。

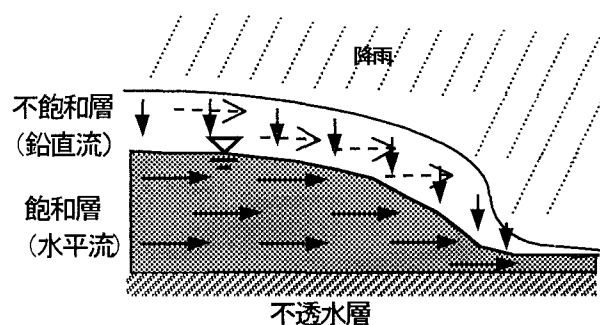


図-1 一次元浸透流の組み合わせによる
浸透流計算のイメージ

(2) 不飽和域の鉛直次元解析⁶⁾

図-2に示すように、地表から単位面積当たり q_s の給水があり、浸潤面で q_B の排水が為されている状況を考える。

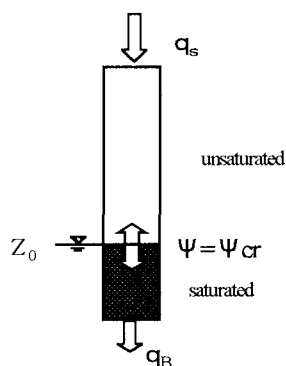


図-2 一次元鉛直不飽和浸透流の計算

この土柱の中の浸潤面の運動と不飽和層内の水分状態を以下のように記述する。基礎方程式として Richards の式を用い、含水率とサクシヨンの関係には Brooks & Corey の表示法、不飽和透水係数には Cambell の表示法を用いる。

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_z(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right\} \quad (1)$$

$$C(\psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = (\theta_s - \theta_r) \lambda \frac{\psi_{cr}^{\lambda}}{\psi^{\lambda+1}} \quad (2)$$

$$K_Z(\psi) = K_{S0} \left(\frac{\psi_{cr}}{\psi} \right)^\gamma \quad (3)$$

ここに、 θ は含水率、 Ψ は圧力ポテンシャル (サクシオン)、 $K_s(\Psi)$ は不飽和透水係数である。また、 θ_s は飽和体積含水率、 θ_r は最小体積含水率、 K_{s0} は飽和透水係数、 Ψ_{cr} は限界サクシオン、 γ と λ は定数である。なお鉛直座標 z は地表面を原点として鉛直下向きを正としている。 $u = \Psi / \Psi_{cr}$ として無次元圧力ポテンシャルを定義すると次式を得る。

$$A \frac{1}{u^\beta} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{1}{u^\gamma} \left(1 + \psi_{ci} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} = 0 \quad (4)$$

ここに、 $\beta = \lambda + 1$ 、 $A = (\theta s - \theta r) \lambda / K_0$ である。u = 1 となる z が浸潤面位置となり、時空間アイソバメトリック要素を用いて離散化すれば、浸潤面位置と要素境界を常に一致させることが可能である。(数式の詳細は鈴木ら⁹⁾を参照いただきたい。) 最終的に解くべき式として、次式で表される構造を持った方程式系が得られる。

$$\begin{array}{c} \text{N+1} \\ \left(\begin{array}{ccccccc} [u] & [u] & & & & & \\ [u] & [u] & [u] & & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & [u] & [u] & [u] & & \\ & & & [u] & [u, \delta z] & & \\ & & & & [u, \delta z] & & \end{array} \right) \begin{pmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \vdots \\ \Delta U_N \\ \Delta U_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [u, qs] \\ [u] \\ \vdots \\ [u] \\ [u, \delta z] \\ [u, \delta z, qb] \end{pmatrix} \end{array} \quad (5)$$

ここに、 δz_i は浸潤面位置の変化量、 ΔU_i は第 i 節点における u の値の時間増分である。[$x, y, \dots$]は、マトリックス要素ないし荷重ベクトル成分が変数 x, y を含んでいることを示している。上式のマトリックスは横に対して縦が1行多い。その理由は、 ΔU の他に δz も未知数だからである。TDMA を用いて上から順に変数を消去していくと、 δz に関して以下の二次方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \left\{ A \left[\frac{1}{u^\beta} \xi \eta^2 \right] \delta z^2 - \Delta T \psi_c \left[\frac{1}{u^\gamma} \eta \right] \right\} \left\{ \frac{\Delta T}{2K_{s0}} q_B - b \right\} \\ &= \left\{ A \left[\frac{1}{u^\beta} \eta^2 \right] \delta z^2 - c \delta z \right\} \left\{ \frac{\Delta T}{2K_{s0}} q_B - b - \left[\frac{1}{u^\gamma} \eta \right] \Delta T \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに $\langle \bar{X} \rangle$ は、最下端要素における変量 X の時空間積分、 b と c は TDMA により未知数を消去していく過程で生じる定数である。式(6)を δz について解いた後に、TDMA

の手順に従って ΔU_i を求められる。ただし係数マトリックスと荷重ベクトルにも u が含まれているので、この過程を数回繰り返して収束解を得ることになる。

(3) 鉛直不飽和浸透流と水平飽和浸透流の組み合わせ

図-2のような鉛直土柱が、図-3に示すように水平方向に並んでいると仮定する。白抜きの部分は不飽和域、ハッチをした部分は飽和域である。

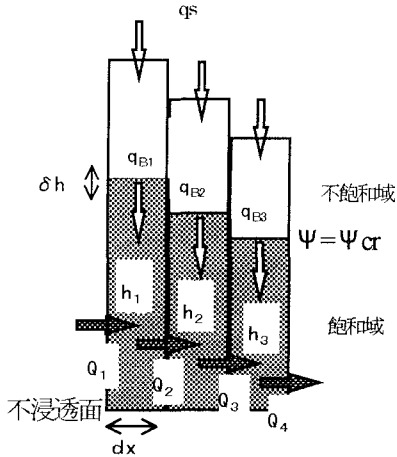


図-3 不飽和浸透から飽和側方流計算に至る過程

先に述べたように、不飽和域においては水平流動は生じないものとする。また、浸潤面の勾配は1より十分小さく、飽和域の側方浸透流が一次元飽和浸透計算で計算できるものとする、

$$Q = -K_{s0} h \frac{dh}{dx} \quad (7)$$

ここに、 Q は側方浸透流量、 h はからの浸潤面高さ、 x は水平距離である。

連続条件式は次式で書かれる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z'} = 0 \quad (8)$$

ここに z' は地盤下端を原点とした鉛直上向きの座標、 u は水平浸透流速、 v は鉛直流速である。本研究では水平一次元の飽和浸透流を考えているから、 u 及び $\partial u / \partial x$ は鉛直方向に一定となる。そこで式(8)を鉛直方向に積分すると次式を得る。

$$v = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) z' = - \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (9)$$

ここで $z' = h - \Delta z'$ とし、 $\Delta z'$ が h に比べて十分小さいとすると、式(9)の v は、図-2あるいは式(6)における単位面積当たりの排水量 q_B を逆符号にしたものとなる。そこで次式を得る。

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = q_B \quad (10)$$

式(5)の z_0 と式(6)の h とは幾何学的に変換可能であるか

ら、式(5)、(6)、(7)及び(10)は、浸潤面位置 z_0 、不飽和域から飽和域への流量 q_B 、側方浸透流量 Q を求めるための連立方程式系を構成している。ただし、式(5)、(6)の非線形性が強いので、収束解を得るための手順が問題となる。

そこで、種々の手順を検討し、後に示す大型堤防実験の場合には図-4に示すフローに従って収束解を得ることとした。すなわち、 q_B の仮定値として前時刻の値を用い降雨条件 q_s のもとで式(5)と式(6)を解き、浸潤面位置 h (式(6)の δz_0 から定まる。)と不飽和層内の無次元圧力 u を計算する。この計算過程は鈴木ら⁶⁾と同じである。次に式(7)から水平浸透流量 Q を求め、式(10)から各土柱での下方流量 q_B を求める。この q_B が初期に仮定した値と同じであれば次の時間ステップに進む。十分一致しない場合には、 q_B の値を仮定し直して不飽和浸透計算を行う。なお、逐次代入において各変量を更新する際には緩和を行っている。

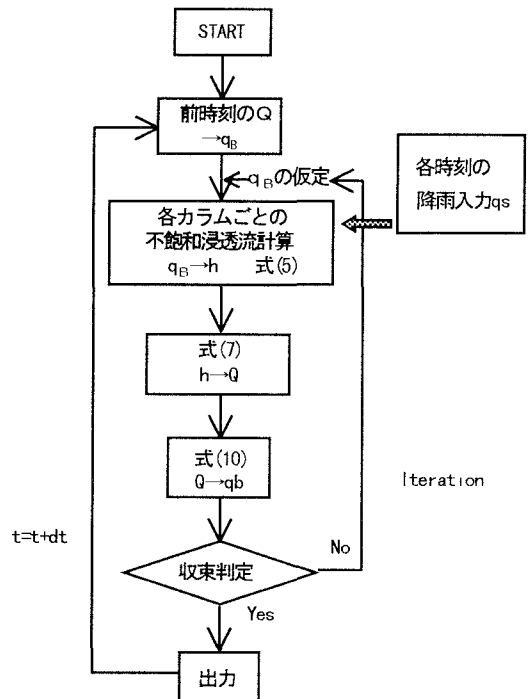


図-4 計算のフロー

3. 大型模型堤防実験への適用

(1) 実験概要

建設省土木研究所で実施された大型模型堤防実験^{7) 8)}の結果を用いて、前述の計算モデルの妥当性を検証する。実験装置の概要を図-5に示す。堤防模型は三種類で、のり尻処理が異なっている。左側給水槽の水位を上昇させることにより側方浸透流を発生させられる。また実験棟天井に設置された人工降雨装置により堤防表面に給水できるようになっている。平面図に○印で示した位置に水位観測孔が設けられている。

表-1 に降雨条件とのり尻処理条件の組み合わせを示す。また給水槽水位は、どのケースにおいても、30 分間で0 mから2.2mに上昇させた後に一定としている。

pF 試験と不飽和透水試験⁷⁾により、Brooks & Corey の式と Campbell の式のパラメータが同定されている。その結果を表-2 に示す。

表-1 降雨条件とのり尻処理条件

降雨条件	のり尻ドレーン規模	
降雨なし	case1	無処理
	case2	50cm
	case3	100cm
12mm/hr	case4	無処理
	case5	100cm
	case6	150cm

表-2 不飽和水分特性パラメーター

透水係数(cm/s)	空隙率	λ	ϕ_{cr} (cm)	η
27×10^{-9}	0.317	0.6	20	4.4

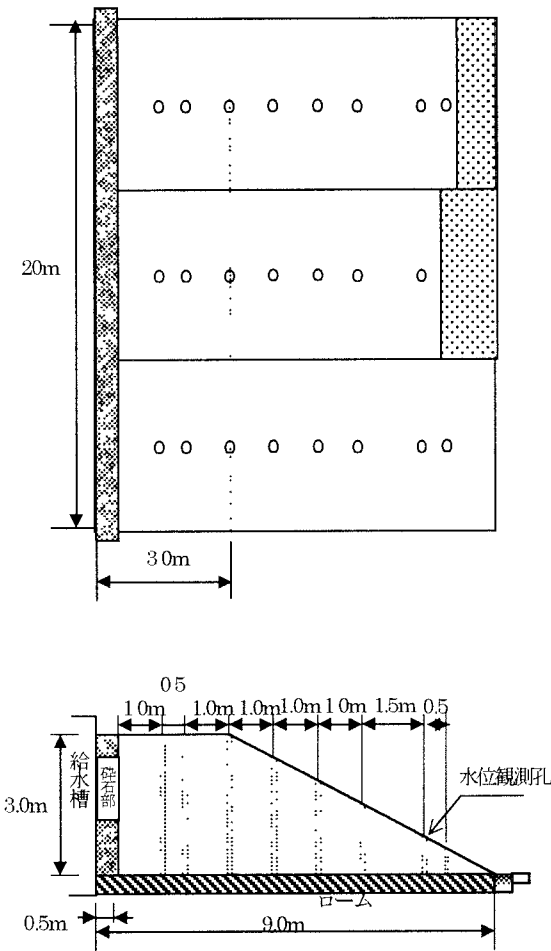


図-5 実験概要図

(2) 計算条件

横方向の差分間隔 Δx は10cmとした。不飽和層の鉛直方向要素長 Δz は5cmとした。また時間ステップ Δt は表-3に示すように変化させた。実験開始直後は土壌水分が急激に変化するために、計算精度を確保するためには時間間隔を短くする必要があるからである。

給水槽の水位は圧力がゼロ(大気圧)の位置に相当する。一方堤防内の浸潤面位置は、圧力=0の位置から Ψ_{cr} だけ高くなる。そこで左側の水位条件を[給水槽水位+ Ψ_{cr}]とした。

実験開始時における土中水分状態は正確にはわからないが、模型堤防は若干湿潤した土を3週間かけて盛り立てていることから、重力による水分の再配分が十分に進んだ状態を仮定し、次式で表される静的平衡状態を初期条件とした。(実験者らが行った解析⁷⁾⁸⁾でも同じ初期条件を設定している。)

$$\psi = \psi_{cr} + z'' \tag{11}$$

ここに、 z'' は浸潤面位置を原点とした鉛直上向き座標である。ドレーン材の透水係数は堤体部の透水係数より2オーダー大きいので、のり尻部にドレーン材があるケースでは、ドレーン材を除いた堤体形状で計算した。

表-3 要素長と時間ステップ長さ

実験開始からの時間	単位時間ステップ
0～30分	0.5秒
30分～1時間	1秒
1時間～3時間	2秒
3時間～	3秒

(3) 計算結果と実験結果の比較

図-6に実験結果と計算結果の比較を示す。描点が実験値を、線が計算結果を示している。ところで、実験で観測される水位は圧力がゼロ(大気圧)の位置に相当する。一方、計算される堤防内の浸潤面位置は、毛管現象のために圧力ゼロの点から Ψ_{cr} だけ高くなる。そこで、図-6では、浸潤面位置の計算結果から Ψ_{cr} を差し引いて実験結果と比較している。

また、case1、4、5の実験では、それぞれ18、7、16時間でのり尻部が崩壊したため、解析結果もその時点までを示している。

図-6からわかるように、いずれのcaseについても計算結果は実験結果の浸潤面の進行の様子を、概ね表していると言える。また、各caseとも、3時間目の水面形の再現性がやや悪い。この原因として、実験において初期の水分状態が多少不明瞭であるから、解析の初期条件で用いた静的平衡状態には達していないことが考えられる。その点を考慮すれば比較的良好に一致していると言える。

case1～case3は、給水槽からの側方浸透のみが加えられており、不飽和層に対しては下方からの給水によって

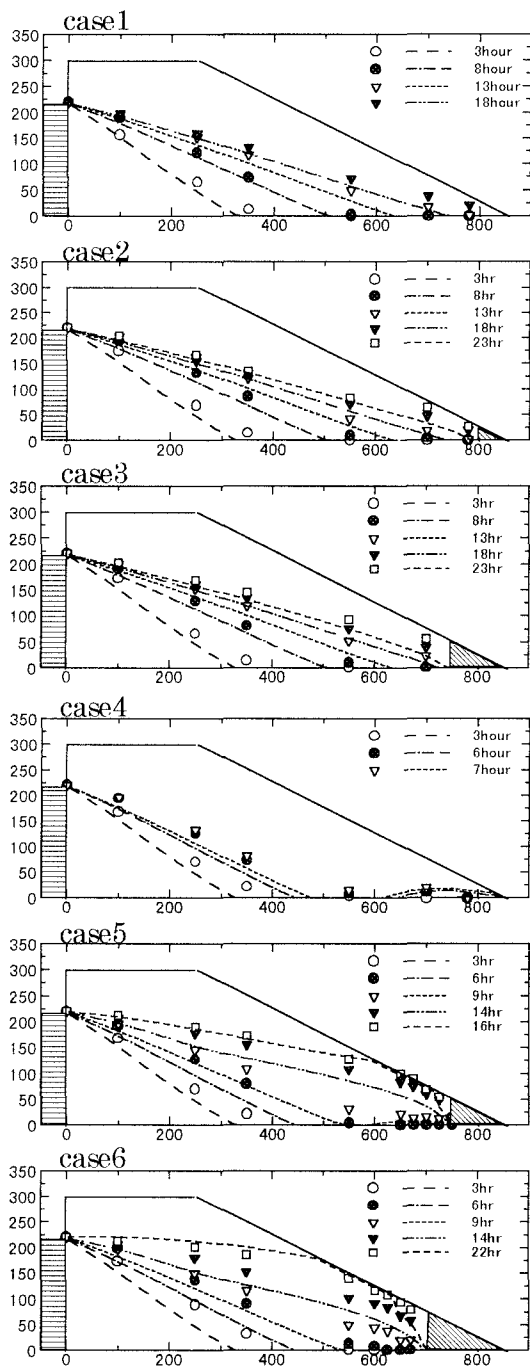


図-6 本計算法による解析結果

浸潤面が変動するだけである。一方、case4~6は、ほぼ同様の条件で降雨浸透が加えられている。したがって両者の差は堤体表面からの降雨浸透の影響を示している。いずれの場合も解析値と実験値がよく一致していることから、鉛直不飽和浸透と水平飽和浸透の双方の過程が、ともにうまくシミュレートされていると考えられる。

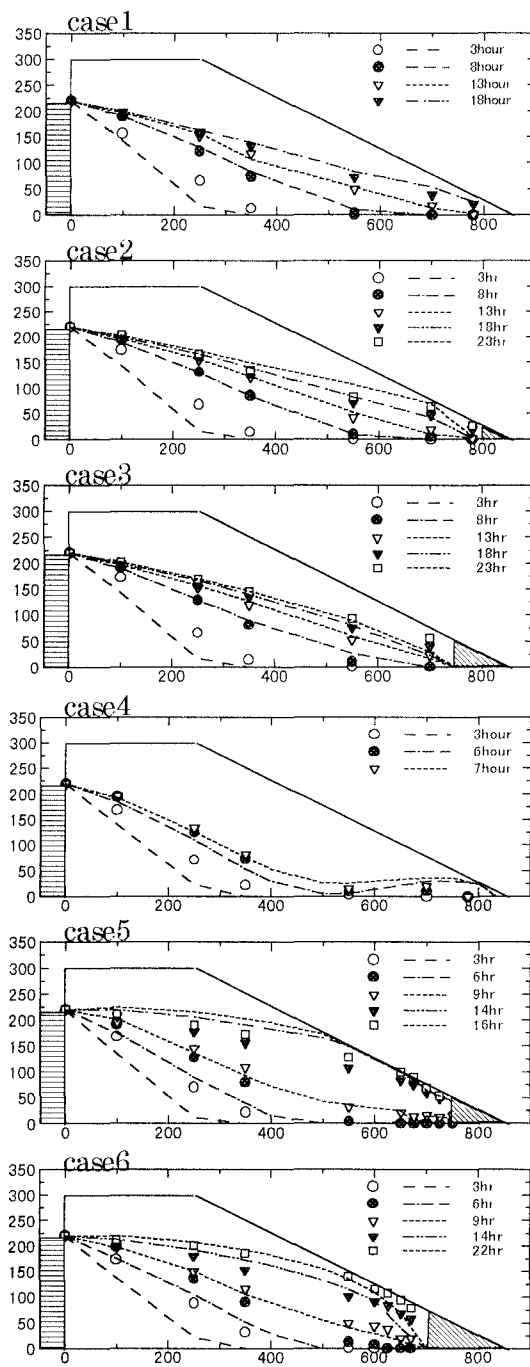


図-7 UNSAF による解析結果

図-7 には建設省土木研究所で浸透流解析汎用ソフト UNSAF (応用地質) によって行われた解析結果⁷⁸⁾を示す。描点の実験値を、線が UNSAF による計算結果を示している。UNSAF による解析結果の再現性と比較すると、降雨がない場合は両者の再現性の差はそれほどないが、長時間の降雨がある case5 と case6 では、特に本手法による解析の方が実験結果とよく一致しているものと思われる。

(4) 不飽和層における側方流量の評価

前述したように、本モデルでは、不飽和層における水平方向の流量は微小であるとして考慮しなかった。その簡略化が適当であったかどうかを検証しておく。

各カラムのサクシジョンの計算結果をもとに不飽和層における水平方向流量を推算した。すなわち、隣り合うカラムの同じ高さの2点のサクシジョン勾配から不飽和層の側方流速を推算し、その流速を鉛直方向に積分し、各カラムの不飽和層の側方流量を求めた。図-8に降雨があり、堤体内の水分変化が激しいと思われるcase6の3時間目、9時間目、22時間目について、側方流量の分布を示す。横軸は給水層からの水平距離で、図中点線で示したのが不飽和層の側方流量推定値である。一方、実線は飽和層の側方流量である。いずれの時間においても、両流量のオーダーは大きく異なり、不飽和層における側方流量は飽和層のそれに比べて無視できる大きさであることがわかる。

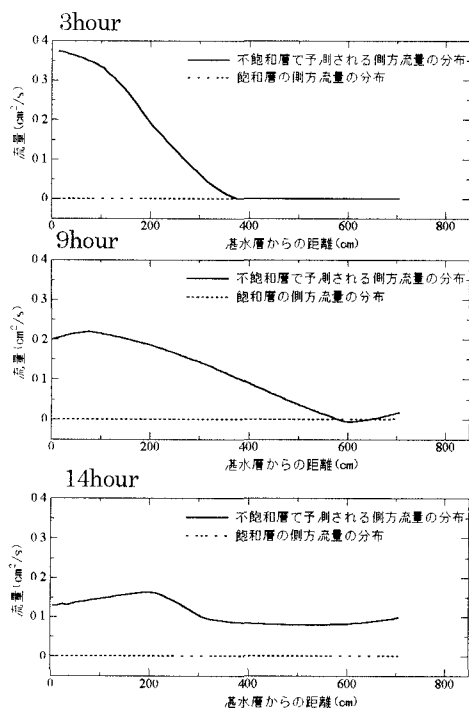


図-8 水平方向流量の分布の例

4. おわりに

本研究では浸潤面位置が常に要素境界となる鉛直一次元不飽和浸透流計算⁶⁾と水平一次元飽和浸透流計算とを組み合わせる疑似二次元的飽和・不飽和浸透流計算モデルを構築した。

このモデルを大型模型堤防実験⁷⁾⁸⁾の条件で運転し、観測水位について実験結果と計算結果を比較したところ、かなり良い一致を見た。

本モデルでは不飽和域の側方流動が無視できるものと仮定している。そこで、上記の計算結果から不飽和

域の側方流量を推算したところ、仮定と結果の間に矛盾のないことが確認された。実際の地盤内の条件は、通常はこの大型模型堤防より緩い動水勾配である場合が多いので、本計算法における仮定はほぼ成立するとしてよいと思われる。

今回のモデル化では鉛直面内の二次元問題を、鉛直一次元と水平一次元の組み合わせで表現しているが、同様に、三次元問題を鉛直一次元と水平二次元の組み合わせで表すことも可能である。これについては、今後検討していきたいと考えている。

謝辞：本研究を行うに当たり、建設省土木研究所土質研究室三木博史室長、並びに担当研究員の皆様には、大型模型堤防による浸透流実験のデータを提供して頂くとともに、種々御教示を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) J.C. Bathurst and P.E. O'Connell. The future of distributed modeling; the system hydrologic european. Hydrologic Process, Vol6 pp265-277, 1992
- 2) Raghunath JHA, Srikantha HERATH, Katsumi MUSHIAKE : Application of IIS distributed hydrological model (IISDHM) in NAKHON SWAN CATCHMENT THAILAND, Annual Journal of Hydraulic Engineering, JSCE, Vol42, pp145-150, 1998
- 3) Raghunath JHA, Katsumi MUSHIAKE : Application of SHE model to the Japanese catchment. Processings of 1995 Annual Conference Japan Society of Hydrology and Water Resources, Processings of 1995 Annual conference, Japan, pp.162-164, 1994
- 4) 石井将幸, 岡太郎, 長谷川高士 : 地下ダムを対象とした三次元飽和—不飽和浸透流解析, 第42回水理講演会論文集, pp.331-336, 1998.
- 5) 三木博史, 山田哲也, 佐藤正博, 持丸章治 : 飽和—不飽和浸透流解析による降雨の堤体内浸透の予測, 雨水技術資料 vol5, pp.17-32, 1992.
- 6) 鈴木伴征, 入江光輝, 石川忠晴 : 鉛直不飽和浸透流計算における飽和域・不飽和域の接合に関する数学的処理について, 土木学会論文集, 593, pp.11-19, 1998
- 7) 三木博史, 山田哲也, 藤井厚企, 野口典孝 : 大型模型堤防を用いたのり尻ドレーンの効果に関する検討, 第51回年次学術講演講演概要集, 第3部(A), pp.564-565, 1996
- 8) 三木博史, 山田哲也, 藤井厚企, 野口典孝 : 大型模型堤防を用いたのり尻ドレーンの設計に関する検討, 第32回地盤工学会研究発表会, 2/2, pp.1873-1874, 1997.

(1998.9.30 受付)