

集約化規範を用いた飽和透水係数のサンプルスケールが浸透量算定に与える影響評価

EVALUATION OF AN EFFECT OF THE SCALE-DEPENDENT HYDRAULIC CONDUCTIVITY ON INFILTRATION BY THE AGGREGATION CRITERIA

仲江川 敏之¹・沖 大幹²・A. S. ヘーラト³・虫明 功臣⁴

Tosiyuki NAKAEGAWA, Taikan OKI, A. S. HERATH and Katumi MUSIAKE

¹正会員 博士(工学) 東京大学生産技術研究所 助手(〒106 東京都港区六本木 7-22-1)

²正会員 博士(工学) 東京大学生産技術研究所 助教授(〒106 東京都港区六本木 7-22-1)

³正会員 工学博士 東京大学生産技術研究所 客員教授(〒106 東京都港区六本木 7-22-1)

⁴正会員 工学博士 東京大学生産技術研究所 教授(〒106 東京都港区六本木 7-22-1)

This paper examines an effect of stochastic and scale-dependent hydraulic conductivity on the infiltration in a site respectively. These are evaluated using the aggregation criteria of the infiltration derived from Philip's equations. The values of hydraulic conductivity in a forest hill slope measured from 100cc-7000cc sampler are distributed according to the Log-normal distribution. Ones in a bare kanto loam soil measured from 100cc are also distributed according to the Log-normal distribution, and the others measured by means of trenches are distributed according to the normal distribution. All variations in both sites can be aggregated by means of parameter mean method respectively, but their mean values in the same sites are found to be scale-dependent from statistical test, and they can produce a significant effect on the infiltration calculation.

Key Words : infiltration, hydraulic conductivity, aggregation criteria, heterogeneity, log-normal distribution

1. はじめに

土壌パラメータの不均一性については、非常に多くの研究がなされてきた¹⁾。その内容は多岐にわたっており、同一プロット内での²⁾、あるいは流域内での水平・鉛直分布を把握するもの³⁾、サンプルの大きさによるパラメータの相違を把握するものなどが挙げられ、これらは更に観測に重点を置くものや、それらのモデル化を行うもの、分布が水文過程に与える影響を数値計算により調べるものなどに分けられる。

とりわけ、互いに密接に関連している土壌パラメータのサンプルスケール依存性と変動の大きさは水循環を予測するモデルではその精度を左右する重要な要素であり、定量的な評価が必要不可欠である。ところが、実際は、これら二つが浸透量の算定に与える定量的な影響評価やその集約化手続きなどは殆んど研究されていなかった。そこで著者たちは、土壌の水移動に関するパラメータ分布が浸透量算定に与える影響を、Philip 式を基に定量化し、パラメータのばらつきに対する集約化規範を導出した⁴⁾。ここで集約化とは、分布値を一つの代表値で表すということである。そこでは、分布している

パラメータの平均値と変動係数を用いて領域平均を算定する式を導出し、水移動に関わる土壌パラメータで定められる集約化指標に対する不等式として、浸透量を集約化する際の規範を示した。

本論文では、サンプルの大きさによって大きく変動することが知られている飽和透水係数について、大サンプル値は小サンプル値の集約化されたものであるかという点に着目して、観測された分布統計量を用いながら、具体的に集約化が可能かどうか集約化規範に基づいて検討する。

2. 飽和透水係数に対する集約化規範

(1) 対数正規分布に従う時

ここでは、飽和透水係数の集約化規範が土壌特性、集約化条件によってどの様に変化するか、検討を行う。Philip 式は飽和透水係数 K_s 、空気浸入圧 ψ_b 、保水特性曲線パラメータ λ 、 $c = 2/\lambda + 3$ 、飽和体積含水率 θ_s と言った土壌パラメータと初期飽和度 s_i で解析的に表すことができる点で、集約化規範の導出には最適と言える。

小サンプルによる測定結果によれば、飽和透水係数

K_s は対数正規分布に従うことが知られている。飽和透水係数が対数正規分布している領域において、分布を考えずに平均値だけを用いた場合のフラックスと分布を考えた場合のフラックスはそれぞれ、パラメータ平均法 ($\bar{I}_p$) と無限次のモーメント法 ($\bar{I}_\infty$) によって表すことができる^{4),5)}。それぞれの領域平均浸透量算定式とパラメータ平均法に対する集約化規範は、 $(\bar{I}_p - \bar{I}_\infty) / \bar{I}_\infty$ が (相対) 許容誤差 (δI_t) 以下であることと定義すれば次のように表すことができる。

$$\bar{I}_p = \frac{1}{2}(1 + s_i^c)e^{\mu_{K_s} + \frac{1}{2}\sigma_{K_s}^2}t + \sqrt{2\theta_s\psi_b}Pe^{\frac{1}{2}\mu_{K_s} + \frac{1}{4}\sigma_{K_s}^2}\sqrt{t} \quad (1)$$

$$\bar{I}_\infty = \frac{1}{2}(1 + s_i^c)te^{\mu_{K_s} + \frac{1}{2}\sigma_{K_s}^2} + \sqrt{2\theta_s\psi_b}Pe^{\frac{1}{2}\mu_{K_s} + \frac{1}{8}\sigma_{K_s}^2}\sqrt{t} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{\bar{K}_s}{\theta_s\psi_b}} > \frac{2\sqrt{2}P\left\{(1 + CV_{K_s}^2)^{\frac{1}{2}} - (1 + \delta I_t)\right\}}{(1 + s_i^c)(1 + CV_{K_s}^2)^{\frac{1}{2}}\delta I_t\sqrt{t}} \quad (3)$$

と表される。ここで μ_{K_s}, σ_{K_s} はそれぞれ対数変換後の K_s の平均値、標準偏差、 CV_{K_s} は変換しない K_s の変動係数、 λ は保水特性曲線パラメータ、 P は s_i と λ の関数、 t は浸透開始からの経過時間、不等式 (3) の左辺は土壌特性のみによって決まる集約化指標である。また、 K_s は空間的に無相関で、鉛直方向の流れが卓越しているものと仮定している。

上記の集約化規範は集約化指標に対する不等式として表されているが、変動係数に対する不等式としても表すことができる。不等式 (3) を変形すると次のようになる。

$$\left(2\sqrt{2}P(1 + \delta I_t) - (1 + s_i^c)\delta I_t\sqrt{t}\sqrt{\frac{\bar{K}_s}{\theta_s\psi_b}}\right) \times (1 + CV_x^2)^{1/8} < 2\sqrt{2}P(1 + \delta I_t) \quad (4)$$

この不等式の第一行目の部分の正負で場合分けが生じる。右辺は常に正で、左辺は不等式の第一行目の部分が負であれば、左辺全体も負なので上記の不等式は常に成り立ち、変動係数、集約化指標、許容誤差に依らず、集約化が可能であると言える。従って、不等式として表される集約化規範は左辺が正の場合だけで、

$$CV_x^2 < -1 + \left(\frac{2\sqrt{2}P(1 + \delta I_t)}{2\sqrt{2}P(1 + \delta I_t) - (1 + s_i^c)\delta I_t\sqrt{t}\sqrt{\frac{\bar{K}_s}{\theta_s\psi_b}}}\right)^8 \quad (5)$$

と表される。

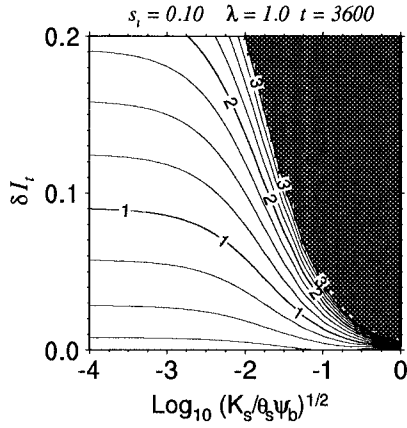
図-1は浸透量集約化指標と許容誤差に対する最大

許容変動係数を等値線で表したものである。許容誤差が小さいほど最大許容変動係数が小さいことは直感的に理解できる。許容誤差が一定の場合、集約化指標が大きいほど最大許容変動係数が大きくなるのは、式 (5) 中の $P(s_i, \lambda)$ が λ の減少関数であるため、分母の値が減少することから説明される⁶⁾。また図の右上側には広狭はあるものの、必ず影部が見られる。この領域は最大許容変動係数が3を越える領域で、通常考えられる変動係数の範囲を越えていて、変動係数には関係なく集約化ができる領域なので、等値線を描いていない。これらは全体を通した特徴であり、飽和度、保水特性曲線パラメータ λ 、経過時間を変えても変わらない。 $\lambda = 1.0, t = 3600$ を変えずに、乾燥した状態 ($s_i = 0.10$, 図-1 (a)) と湿潤な状態 ($s_i = 0.80$, 図-1 (b)) を比較すると、湿潤な場合の方が陰領域も広く、最大許容変動係数も大きい。乾燥した状態のまま保水特性曲線パラメータを $\lambda = 1.0$ から 4.0 へ変えると、湿潤にする時と同様、陰領域が広がり、最大許容変動係数も大きくなる (図-1 (c))。つまり、湿潤状態になることと保水特性曲線パラメータが大きいことはいずれも集約化を容易にする方向に働くといい、 $s_i = 0.8, \lambda = 8.0$ とした場合がもっとも集約化が容易であることは明らかである (図-1 (d))。

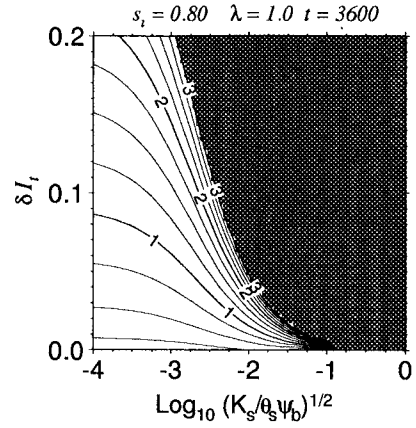
図-2は、図-1と異なり、浸透量集約化規範と保水特性曲線パラメータ λ に対する最大許容変動係数を表している。保水特性曲線パラメータに対してはあまり敏感ではないが、集約化指標、保水特性曲線パラメータが共に大きいほど最大許容変動係数が大きくなることが分かる。この理由は図-1のところで述べたのと全く同じである。 $\delta I_t = 0.05, s_i = 0.10$ と許容誤差が厳しく、乾燥している場合、浸透量集約化指標が 10^{-2} 以上でない、許容最大変動係数が1を越えないが (図-2 (a)), $s_i = 0.80$ と湿潤な場合には、ほぼ $\lambda > 1$ で浸透量集約化指標が 10^{-2} 以上ならば常に集約化が可能である (図-2 (b))。初期条件は乾燥しているまま、許容誤差を大きくすると ($\delta I_t = 0.10$), 図-2 (b) と陰領域は余り変わらないが、集約化指標が 10^{-4} になっても、許容最大変動係数が1を下回らなくなる (図-2 (c))。これは右辺第二項の分母中第二項が大きくなるためである。初期条件はそのまま、更に許容誤差を大きくすると ($\delta I_t = 0.20$), 陰領域は図-2 (b) と殆んど変わらないが、許容最大変動係数が2程度以上となり、集約化が容易に行えることが分かる。

(2) 正規分布に従う場合

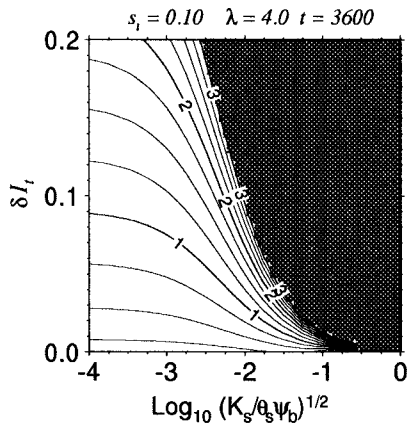
上では飽和透水係数が対数正規分布に従うことを仮定したが、計測サンプルを大きくすると、正規分布に従うことが知られている。すると、それは前著⁴⁾の飽和体



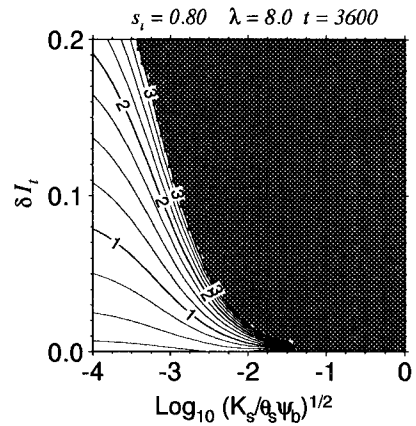
(a) $s_i = 0.10$, $\lambda = 1.0$, $t = 3600$ の場合.



(b) $s_i = 0.80$, $\lambda = 1.0$, $t = 3600$ の場合.



(c) $s_i = 0.10$, $\lambda = 4.0$, $t = 3600$ の場合.



(d) $s_i = 0.80$, $\lambda = 8.0$, $t = 3600$ の場合.

図-1 飽和透水係数が対数正規分布に従う時の、浸透量集約化指標と許容誤差に対する最大許容変動係数.

積含水率に対する集約化規範と一致する. 式だけ示すと,

$$\bar{I}_p = \frac{1}{2} \bar{K}_s (1 + s_i^c) t + \sqrt{2\psi_b \theta_s} P \sqrt{t} \sqrt{\bar{K}_s} \quad (6)$$

$$\bar{I}_2 = \frac{1}{2} \bar{K}_s (1 + s_i^c) t + \sqrt{2\psi_b \theta_s} P \sqrt{t} \sqrt{\bar{K}_s} \left(1 - \frac{1}{8} CV_{K_s}^2 \right) \quad (7)$$

$$\sqrt{\frac{\bar{K}_s}{\psi_b \theta_s}} > \frac{2P \{ CV_{K_s}^2 - (8 - CV_{K_s}^2) \delta I \}}{(1 + s_i^c) (8 - CV_{K_s}^2) \sqrt{t} \delta I} \quad (8)$$

となる. ここで, $\bar{I}_2$ は 2 次のモーメント法による浸透量の平均値である. 不等式 (8) を変動係数に対する不等式に変形すると,

$$CV_x^2 < 8 - \frac{16\delta I}{(1 + s_i^c) \sqrt{\frac{\bar{K}_s}{\theta_s \psi_b}} \sqrt{t} \delta I + 2P(1 + \delta I)} \quad (9)$$

となる. この式を基に, 図-2 と同じ集約化条件を用いて, 集約化指標と λ に対する変動係数の等値線を描いたのが図-3 である. 図-2 と図-3 は基本的な傾向は同じで, 集約化規範, 保水特性曲線パラメータ λ が共に大きいほど集約化は容易である. 但し, 図-2 の方が集約化

規範は厳しく, また両図の (d) を除いて, 図-2 の方が等値線が混んでいることも見て取れる.

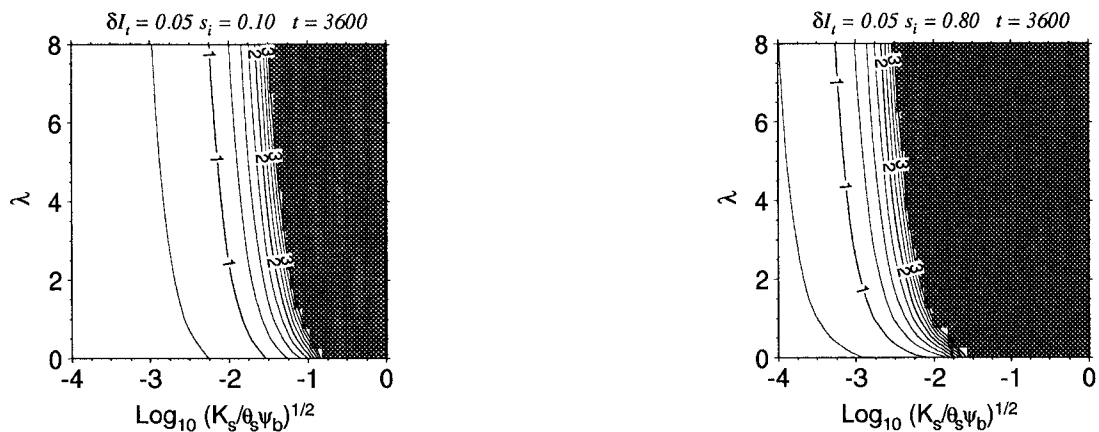
3. スケール依存性が浸透量に与える影響

以上で, 飽和透水係数に対する集約化規範の基本的な振る舞いを見たので, ここでは, 同一サイト内での観測値に基づき, 飽和透水係数のスケール依存性が浸透量に与える影響について検討する.

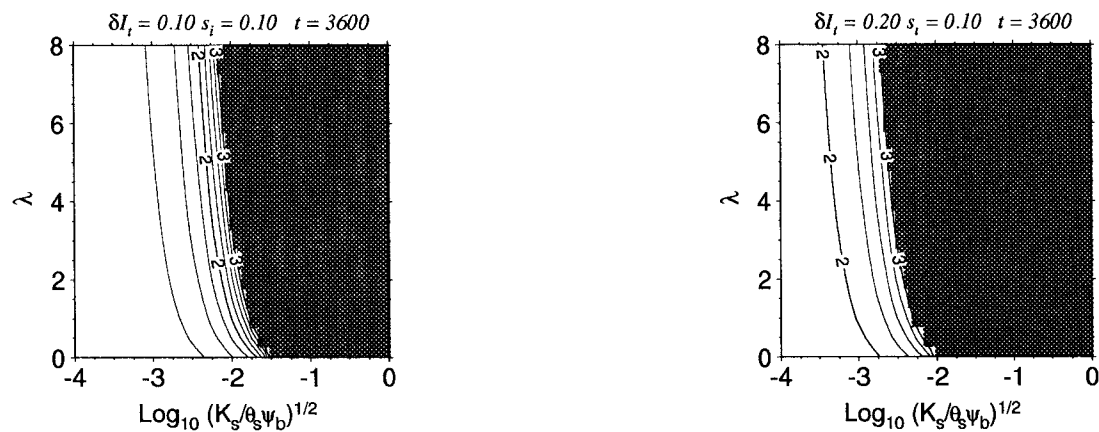
(1) 森林土壌の場合

太田と片桐⁷⁾ はサンプルの直径を 50mm~250mm (容量:100~7363cc) まで変えたときの森林土壌の透水係数のばらつきについて検討を行っている. そのデータから平均値と変動係数を計算したものが表-1 である. 直径 50mm と直径 113mm~150mm との間では, 上で述べたようにサンプル直径が大きくなると平均値は大きくなり, 変動係数は小さくなることが読み取れる. しかし, 直径 150mm より大きいサンプルでは明確な関係はみられず, 両値はほぼ一定と考えられる.

まず, 各サンプルサイズ毎のばらつきがパラメータ



(a) $\delta I_t = 0.05, s_i = 0.10, t = 3600$ の場合. (b) $\delta I_t = 0.05, s_i = 0.80, t = 3600$ の場合.



(c) $\delta I_t = 0.10, s_i = 0.10, t = 3600$ の場合. (d) $\delta I_t = 0.20, s_i = 0.10, t = 3600$ の場合.

図-2 飽和透水係数が対数正規分布に従う時の、浸透量集約化指標と保水特性曲線パラメータ λ に対する最大許容変動係数.

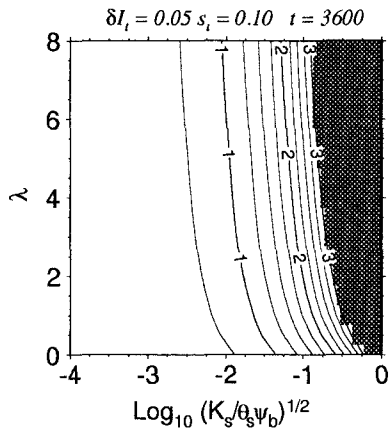
表-1 サンプルスケールと飽和透水係数の平均、変動の関係. 森林土壌同一地点でのサンプリング.

深さ (m)	サンプル直径 (mm)	50	113	150	200	250
0.2	$\overline{K_s}(\text{m/s})$	1.84×10^{-2}	5.06×10^{-2}	1.87×10^{-2}	1.86×10^{-2}	1.92×10^{-2}
	CV_{K_s}	0.962	1.390	0.596	0.794	1.010
	集約化指標 ($\text{s}^{-1/2}$)	4.29×10^{-2}	7.32×10^{-2}	4.32×10^{-2}	4.31×10^{-2}	4.38×10^{-2}
0.4	$\overline{K_s}(\text{m/s})$	4.10×10^{-3}	4.36×10^{-2}	2.02×10^{-2}	2.15×10^{-2}	1.77×10^{-2}
	CV_{K_s}	1.400	1.310	0.825	1.150	0.965
	集約化指標 ($\text{s}^{-1/2}$)	2.02×10^{-2}	6.60×10^{-2}	4.49×10^{-2}	4.64×10^{-2}	4.21×10^{-2}
0.7	$\overline{K_s}(\text{m/s})$	2.24×10^{-3}	3.04×10^{-2}	3.66×10^{-2}	5.20×10^{-2}	3.23×10^{-2}
	CV_{K_s}	1.550	1.750	1.070	0.783	1.010
	集約化指標 ($\text{s}^{-1/2}$)	1.50×10^{-2}	5.51×10^{-2}	6.05×10^{-2}	7.21×10^{-2}	5.68×10^{-2}

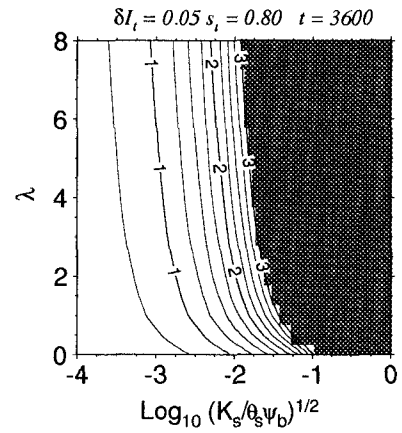
平均法(式(1))で集約化できるか検討するために、分布形状を決定する。このデータに対して対数を取り、正規性の検定を標本歪度と標本尖度を用いて検討したところ、各地点、深度とも正規分布と見なせることが分かり、飽和透水係数は対数正規分布をしていると言える。

集約化を考える上で、土壌の集約化指標を決定する必要があるが、ここでは $\psi_b \theta_s = 0.1$ と仮定する。その値

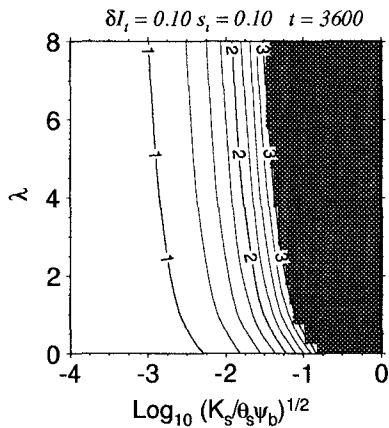
は前掲の表-1に示してある。対数正規分布に従うことから、図-2を見ると(b), (c), (d)については λ に関係なく集約化が常に可能であることが分かる。(a)については、表-2にまとめてあるように、直径150mm以上であれば、図-2の全ての条件で、 λ に関係なく、集約化が可能であることが分かる。しかし直径50mmと直径113mmでは、深いところで λ の大小で集約化ができるかできない



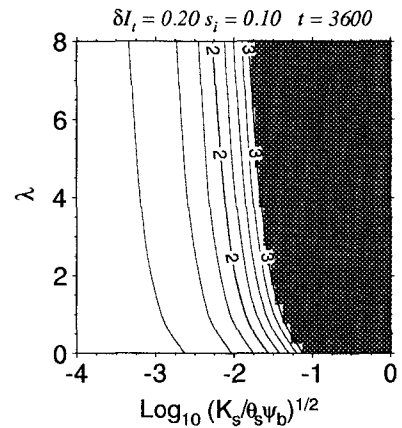
(a) $\delta I_t = 0.05$, $s_i = 0.10$, $t = 3600$ の場合.



(b) $\delta I_t = 0.05$, $s_i = 0.80$, $t = 3600$ の場合.



(c) $\delta I_t = 0.10$, $s_i = 0.10$, $t = 3600$ の場合.



(d) $\delta I_t = 0.20$, $s_i = 0.10$, $t = 3600$ の場合.

図-3 飽和透水係数が正規分布に従う時の、浸透量集約化指標と保水特性曲線パラメータ λ に対する最大許容変動係数.

いかが決まり、直径 50mm サンプルの深度 0.7m では、 λ によらず集約化できなくなってしまう。このように実

表-2 サンプルの大きさと集約化の難易。図-2の条件下での表-1のデータに対する集約化について示しており、○は λ に関係なく集約化可能な場合を、×は λ に関わらず集約化できない場合を、数値は λ がそれ以上の場合、集約化が可能であることを示している。

深さ (m)	サンプルの直径 (mm)				
	50	113	150	200	250
0.2	○	○	○	○	○
0.4	4.0	○	○	○	○
0.7	×	0.5	○	○	○

際の計測値では、サンプルが小さいほど、また深度が深いほど、飽和透水係数が小さく、変動係数が大きくなることにより、上記のような集約化の難易が現れる。但し集約化できない部分についても、分散を用いれば式(2)から領域平均浸透量の真値が求まる。

次に小さいサンプルで得られた飽和透水係数の平均値を用いれば大きいサンプルから得られた飽和透水係

数を用いた浸透量と一致するかどうかは大変興味深いところである。そこで、同一地点・同一深度のサンプルサイズの異なる二つの母集団の全ての組み合わせについて二標本検定を行った。この際、パラメトリックな検定を行うために、対数を取った後の値を用いた。すると、深度 0.2m の直径 200mm-250mm, 0.4m の直径 150mm, 200mm, 250mm の全ての組み合わせでは平均値が一致していると思わせるが、ほかの場合は一致していないことが分かった。これは母集団が少ないことも一因と考えられるが、土壌の不均一性や空隙の相関的な空間分布に由来するものが主要因と考えられる。一致していると見なせなかったものは、他のスケールで計測された値では代用できなく、敢えて代用したときの浸透量算定誤差は 20%以上となる。

(2) 関東ロームの場合

Musiak et al.⁸⁾と Musiak and Herath⁹⁾ は 100cc サンプルと、長さ 4m, 幅 0.6, 1.2, 1.8m のトレンチによる浸透能実験を行い、スケールによる飽和透水係数の関係を調べている。その結果をまとめたのが表-3である。表中の浸透量集約化指標の算定に当たっては、ここでも

$\theta_s \psi_b = 0.1$ を仮定している。

表-3 サンプルスケールと飽和透水係数の平均, 変動の関係。
関東ローム同一地点でのサンプリング。

サンプル種類	100cc サンプル	トレンチ
サンプル数	22	6
$\overline{K_s}(\text{m/s})$	1.04×10^{-4}	7.43×10^{-5}
CV_{K_s}	0.886	0.08
集約化指標 ($\text{s}^{-1/2}$)	3.22×10^{-2}	2.73×10^{-2}
分布形状	対数正規	正規

100cc サンプルについては、分布形状に関する検定により、対数正規分布をすることが示されたので、パラメータ平均法に対する集約化規範は不等式 (5) で表される。計測値の変動係数が 1 以下なので、 λ に依らず集約化が可能であることが分かる (図-2)。トレンチでは幅と圧力水頭を変えたときの 6 回の結果によると、飽和透水係数は殆んど変動しなく ($CV_{K_s} = 0.08$)、正規性の検定により、飽和透水係数は正規分布に従うことが示された。この場合の集約化規範は不等式 (9) で表されるので、図-3を見ると、 λ によらず集約化ができることが分かる。この場合は、集約化指標が $10^{-4} \sim 10^0$ のいずれであつても、 λ によらず集約化ができる。

次に両者の平均値が一致しているかどうかの検定を、森林土壌の場合と同様行わねばならないが、上表より平均値が大きく違うので、一致していないことは明らかである。100cc サンプルから求められる飽和透水係数の平均値とトレンチから求められる平均値は 1.4 倍もの差があるので、大きな算定誤差を産み出すと言える。

4. まとめ

本研究では飽和透水係数のサンプルスケールが浸透量算定に与える影響について、大サンプル値が小サンプル値の集約化された値たりうるかを念頭に、集約化規範を用いて議論した。その結果は下記のようにまとめることができる。

まず、森林土壌の測定結果については、小サンプル測定値は対数正規分布に従い、 $CV_{K_s} < 1.5$ では λ に関係なくパラメータ平均法で集約化ができ、サンプルスケール毎の平均値は、直径 200mm と 250mm サンプルでは多くが統計的に一致していると考えられるが、それ以外では平均値が一致しているとは言えなく、どのサンプルスケールで決定された $\overline{K_s}$ を用いるかによって、平均浸透量に大きな算定値の違いが生じることが示された。

関東ロームの測定結果については、100cc サンプルによる値は対数正規分布に従い、トレンチによる値は正

規分布に従う。両測定値の変動は λ に依らず、パラメータ平均法で集約化できるが、両者の平均値は 1.4 倍ほどの差があるので、およそ 40% 程度の平均浸透量に大きな算定値の違いが生じることが示された。

以上から、同じ大きさのサンプルで計測される同一サイト内の飽和透水係数の変動は殆んどの場合、パラメータ平均法集約化できるが、異なる大きさのサンプル計測された平均値同士には大きな違いが見られ、平均浸透量算定値にも大きな差が生じる。即ち、大サンプル値が小サンプル値の集約化された値とは言えない可能性が上記二つの測定結果で示された。各スケール毎に算定される浸透量のどれが真値か、本当に大サンプルの値が小サンプル値の集約化された値たり得ないのかは、上記の議論だけでは結論付けられないので、今後こうした点を明らかにすべきであろう。

謝辞： この研究は文部省科学研究費奨励研究 (A) 「複数の土地被覆からなる領域の地表面熱収支の集約化に関する研究」 (東京大学生産技術研究所, 仲江川敏之) ならびに日本学術振興会 未来開拓研究推進事業「環境負荷の影響評価と軽減」 (代表: 東京大学生産技術研究所, 虫明功臣) の成果の一部である。ここに記して甚大なる謝意を表します。

参考文献

1) A. W. Warrick and D. R. Nielsen. Spatial variability of soil physical properties. In D. Hillel, editor, *Applications of Soil Physics*, pp. 319-324. Academic Press, New York, 1980.

2) D. Russo and M. Bouton. Statistical analysis of spatial variability in unsaturated flow parameters. *Wat. Resour. Resear.*, Vol. 28, No. 7, pp. 1911-1925, 1992.

3) Keith Beven. On subsurface stormflow: an analysis of response times. *Hydrol. Sci. J.*, Vol. 4, pp. 505-521, 1981.

4) 仲江川敏之, 沖大幹, 虫明功臣. Philip 式による浸透量の領域平均算定式と集約化規範の導出. 水工学論文集, Vol. 42, pp. 175-180, 1998.

5) 仲江川敏之, 沖大幹, 虫明功臣. 線形化モデルによる地表面熱フラックスの集約化 I: 領域平均地表面フラックス算定式と集約化規範の導出. 水文・水資源学会雑誌, Vol. 11, No. 3, pp. 201-209, 1998.

6) 仲江川敏之, 沖大幹, 虫明功臣. Philip 式に基づく浸透フラックスの集約化に関する基礎的検討. 土木学会第 52 回 年次学術講演会講演概要集, 第 52 II(A) 巻, pp. 362-363, 中央大学 八王子キャンパス, 1997. 土木学会.

7) 太田猛彦, 片桐真. 大型透水試験器による森林土壌の透水係数の測定. 日本林学会誌, pp. 367-370, 1988.

8) K. Musiake, S. Herath, and M. Koike. Use of in-situ permeability tests for infiltration facility performance prediction. *Proceedings of Annual Hydraulic Conference*, Vol. 31, pp. 77-82, 1987.

9) K. Musiake and S. Herath. Determination of hydraulic conductivity function using in-situ permeability test. *6th Congress ADP-IAHR*, Vol. I, pp. 71-78, 1988.

(1998. 9. 30 受付)