

数値地形情報と定常状態の仮定を用いた 山腹斜面系流出モデルの集中化

LUMPING SLOPE RUNOFF MODEL USING DIGITAL TOPOGRAPHIC INFORMATION AND STEADY STATE ASSUMPTION

市川 温¹・小椋俊博²・立川 康人³・椎葉 充晴⁴

¹正会員 工修 京都大学 防災研究所 助手 (〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

²学生会員 京都大学大学院 工学研究科 修士課程 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

³正会員 工博 京都大学 防災研究所 助教授 (〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

⁴正会員 工博 京都大学大学院 工学研究科 教授 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

A lumped rainfall-runoff model is developed by spatially integrating kinematic wave equation in order to reduce the computational burden of water flow routing in the slope area. To spatially integrate kinematic wave equation, the digital topographic information and steady state assumption are employed. The applications of this lumped model showed that the simulated hydrographs by this model agreed well with those by the distributed kinematic wave model which did not use the steady state assumption, while the computational time of this model was much shorter than that of the distributed model.

Key Words : *Digital topographic information, Steady state assumption, Kinematic wave runoff model, Lumping*

1. はじめに

従来、数値標高データや河道網流路位置データを加工することで数値地形モデルを作成し、数値地形モデル上に雨水流れのモデルを適用するという研究が数多くなされてきた。

たとえば、陸ら¹⁾は、対象流域のグリッド型数値地形モデルを作成し、各格子点において雨水は周囲 8 方向のうち最急勾配方向に流れるとして kinematic wave モデルを適用した。こうした形式のモデルは一般に落水線モデルと呼ばれている。

椎葉ら²⁾は、流域内の地形が流れの形態に与える影響をより忠実に表現するために、グリッド型数値地形モデルに流れのモデルを適用する新たな手法を検討している。落水線モデルの場合、各格子点において水の流れる方向が最急勾配方向の一方向に限定されるため、発散地形が流れに与える効果を表現するのは難しい。椎葉らは、各格子点において水の流れる方向を複数許すことで、発散地形の効果を流れのモデルに取り入れることを可能としている。

他にも数値地形モデル上に雨水流動モデルを適用した例は多数あるが、基本的には上流側のある地点から下流側のある地点へと雨水が流動するとして、流域内の流れを逐一追跡計算するという形式になっている。近

年の数値標高データの空間分解能の向上に伴って、流域地形はより忠実に表現されるようにはなってきたが、その反面、こうしたモデルで雨水流動を計算しようとすると、多大な計算時間と計算機記憶容量が必要となる。分布型流出モデルが研究者レベルの利用にとどまり、現業の場であまり利用されないのは、いくつかの理由が考えられるが、このような計算にかかる負担が大きいこともその一因であろう。

そこで本研究では、数値地形モデルにおいて、上流から下流への流れを逐一計算するのではなく、降水 - 流出系が定常であると仮定することによって山腹斜面流 kinematic wave モデルを集中化し、流出計算にかかる負担の軽減を目指す。この集中化されたモデルは、タンクモデル・貯留関数法といった概念的な集中型モデルとは異なり、そのパラメタ値が数値地形モデルから得られる地形量を用いて計算されるところに大きな特徴がある。

以下、本論文の構成を示す。第 2 章では、数値地形モデルと定常状態の仮定を利用した山腹斜面流 kinematic wave モデルの集中化手法を示す。第 3 章では、第 2 章で説明した手法を用いて集中化した kinematic wave モデルと、従来の kinematic wave モデルによる流出計算手法を、同一の領域に同一の降水条件で適用し、その

計算結果について比較、検討する。さらに、集中化された kinematic wave モデルによる計算流量と観測流量とを比較する。第 4 章では本研究の結論を述べる。

2. 山腹斜面流 kinematic wave モデルの集中化

(1) 前提とする数値地形モデルについて

数値地形モデルは大別して、1. グリッド型、2. 等高線型、3. 三角形網型の三種類に分けられる³⁾が、本研究では、グリッド型の数値地形モデルを前提として山腹斜面流 kinematic wave モデルの集中化手法を展開する。具体的な集中化手法は次節で述べるが、その本質は、降水 - 流出系を定常と仮定することで雨水流の通水断面積の空間的な分布を求めて、それを解析的に積分することにある。グリッド型数値地形モデルには、

- 山腹斜面が、格子点と格子点を結ぶ流水面の集合体で表現される（この流水面のことを以下では斜面素片とよぶ）。
- 各斜面素片の長さ、勾配、面積を知ることができる
- 各斜面素片の上流域の面積を知ることができる
- 各斜面素片の面積を流下方向の距離の関数で表すことができ、かつその関数の巾乗を解析的に積分できる

という特徴があり、本研究で提案する集中化手法で利用するのに非常に都合がよい。

(2) 山腹斜面流 kinematic wave モデルの集中化手法

山腹斜面流 kinematic wave モデルを集中化するために、以下の三個の仮定を設ける。

いま、対象とする山腹斜面が N 個の斜面素片でモデル化されているとする。

仮定 1 i 番目 ($i = 1, \dots, N$) の斜面素片について、通水断面積 $A_i(x, t)$ と流量 $Q_i(x, t)$ の関係式は、 $A_i(x, t) = K_i Q_i(x, t)^p$ として表されるとする。式内の K_i は各斜面素片ごとに異なっても構わないが、 p は全ての斜面素片について一定とする。

仮定 2 流域最上流に位置する斜面素片上端への流入量は 0 とする。

仮定 3 降水は空間的に一様で、さらに降水 - 流出系は定常であるとする。このときの有効雨量強度を r_0 とすると、山腹斜面内のある地点での流量は、その地点の集水域の面積に r_0 を乗じたものとなる。

長さが L_i 、幅が B_i 、面積が M_i 、勾配が G_i である斜面素片 T_i について考える。仮定 1 の K_i 、 p は以下のようなものである。

- 表面流のみ発生すると考えた場合

Manning の粗度係数を n_i とすると、

$$K_i = \left\{ n_i B_i^{\frac{1}{p}-1} / \sqrt{\sin(G_i)} \right\}^p, \quad p = 0.6 \quad (1)$$

- 中間流のみ発生すると考えた場合

A 層内の透水係数を k_i 、A 層内有効間隙率を γ_i とすると、

$$K_i = \frac{\gamma_i}{k_i \sin(G_i)}, \quad p = 1.0 \quad (2)$$

また、 T_i の上流にある全ての斜面素片の面積の総和を M_{Φ_i} と書く。 T_i が流域最上流の斜面素片であるときは、 M_{Φ_i} は 0 である。 T_i の上端から距離 x 離れた地点の通水断面積を $A_i(x)$ 、流量を $Q_i(x)$ と書くことにすると、仮定 2 及び仮定 3 により、

$$Q_i(x) = r_0 \left(\frac{M_i}{L_i} x + M_{\Phi_i} \right) \quad (3)$$

と書ける。したがって、仮定 1 より通水断面積は、

$$A_i(x) = K_i r_0^p \left(\frac{M_i}{L_i} x + M_{\Phi_i} \right)^p \quad (4)$$

と表される。斜面素片 T_i 内の貯留量 s_i は $A_i(x)$ を空間的に積分して、

$$\begin{aligned} s_i &= \int_0^{L_i} A_i(x) dx \\ &= \frac{r_0^p}{p+1} \frac{K_i L_i}{M_i} \left\{ (M_i + M_{\Phi_i})^{p+1} - (M_{\Phi_i})^{p+1} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

と求められる。よって、山腹斜面内の総貯留量 S は、

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^N s_i \\ &= \frac{r_0^p}{p+1} \sum_{i=1}^N \frac{K_i L_i}{M_i} \left\{ (M_i + M_{\Phi_i})^{p+1} - (M_{\Phi_i})^{p+1} \right\} \\ &= E r_0^p \end{aligned} \quad (6)$$

となる。ただし、 E は斜面素片の長さ、面積、勾配等から決定される定数である。

ここで、降水 - 流出系は定常と仮定したので、斜面系からの流出量の総和を O と書くことにすると、

$$r_0 = O / \sum_{i=1}^N M_i \quad (7)$$

となる。上式を (6) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} S &= E \left(\frac{O}{\sum_{i=1}^N M_i} \right)^p \\ &= \alpha O^p \end{aligned} \quad (8)$$

を得る。ただし、 $\alpha = E / (\sum_{i=1}^N M_i)^p$ とした。

(8) 式は降水 - 流出系が定常として導いたが、これを降水 - 流出系が非定常の場合にも適用できるとする。すなわち貯留量と流出量の関係式を、

$$S(t) = \alpha O(t)^p \quad (9)$$

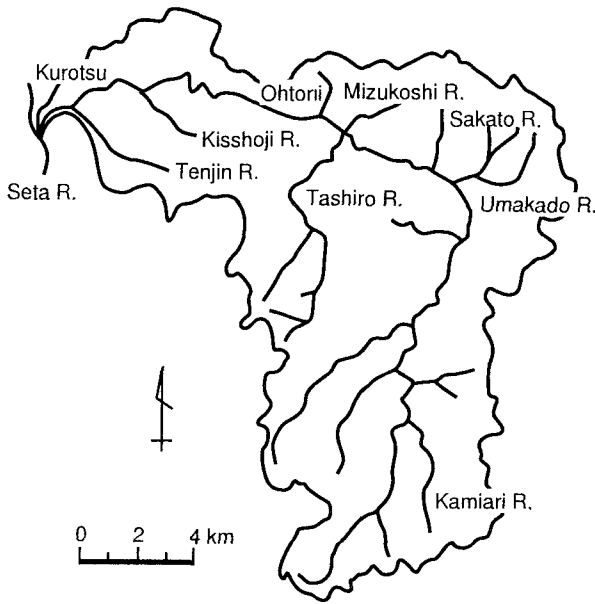


図-1 大戸川流域図

とする。

一方、貯留量に関する連続式は、降水量を $Q_L(t)$ として、

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= Q_L(t) - O(t) \\ &= Q_L(t) - \left(\frac{S(t)}{\alpha} \right)^{\frac{1}{p}} \end{aligned} \quad (10)$$

となる。(10)式は、 $S(t)$ に関する常微分方程式なので、Runge - Kutta法を用いて数値的に解く。

以上のようにして集中化した kinematic wave モデルのことを、次章以降では山腹斜面流集中型 kinematic wave モデルとよぶことにする。

3. 実流域への適用

(1) 対象流域

本章では、山腹斜面流集中型 kinematic wave モデルを実流域に適用する。対象とするのは、大戸川流域である。大戸川は淀川水系瀬田川の支川で、流域面積 189.5km^2 の一級河川である。平均勾配は、下流部で約 $1/250$ 、上流部では $1/250$ から $1/100$ というかなり急勾配の河川である。図-1 に大戸川の流域図を示す。

(2) 従来の計算手法と山腹斜面流集中型 kinematic wave モデルの比較

まず、山腹斜面流集中型 kinematic wave モデルの性能を検証するために、斜面素片ごとに kinematic wave モデルで逐一流出計算するモデルと山腹斜面流集中型 kinematic wave モデルを同一の領域に同一の降水条件

表-1 部分流域の面積とそれに含まれる斜面素片の数

	area(km ²)	number of slope units
A	19.35	7916
B	27.88	11317
C	32.76	13349

で適用し、斜面下端での計算流量を比較する。対象領域は大戸川流域内の部分流域 A, B, C (図-2) である。表-1 は、これらの部分流域の面積とそれに含まれる斜面素片の数をまとめたものである。

a) 従来の計算手法の説明

従来提案されている、上流から下流へと各斜面素片ごとに kinematic wave モデルで逐一流出計算する方法として以下の方法を用いた。

(11)式は kinematic wave モデルの式である。

$$Q = \alpha A^m \quad (\text{あるいは } A = kQ^p) \quad (11)$$

ただし、 Q は流量、 A は通水断面積、 α および m (あるいは k および p) は定数である。また、流量の連続式は、時刻を t 、斜面素片上端からの距離を x 、斜面単位長さあたりの側方流入量を $q(t)$ として、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q(t) \quad (12)$$

と表される。ここで、伝播速度 $c(A, x) = dQ/dA$ とし、上式を変形すると、

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = cq(t) \quad (13)$$

となる。

(13)式を Beven⁴⁾が提案した手法を用いて差分展開すると、

$$\begin{aligned} & \frac{Q_{i,t+1} - Q_{i,t}}{\Delta t} + \\ & \theta c_{i-1/2,t+1} \left(\frac{Q_{i,t+1} - Q_{i-1,t+1}}{\Delta x} - q \right) + \\ & (1 - \theta) c_{i-1/2,t} \left(\frac{Q_{i,t} - Q_{i-1,t}}{\Delta x} - q \right) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

となる。ここで、 $c_{i-1/2} = 0.5(c_i + c_{i+1})$ 、 θ は時間重み係数である。(14)式の未知量 $Q_{i,t+1}$ に関する項を左辺に移項すると、

$$\begin{aligned} & Q_{i,t+1} \left(1 + \theta c_{i-1/2,t+1} \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) = \\ & Q_{i,t} + \theta c_{i-1/2,t+1} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} Q_{i-1,t+1} + \Delta t q \right) \\ & - (1 - \theta) c_{i-1/2,t} \Delta t \left(\frac{Q_{i,t} - Q_{i-1,t}}{\Delta x} - q \right) \end{aligned} \quad (15)$$

となる。(15)式は左辺の中の $c_{i-1/2,t+1}$ が $Q_{i,t+1}$ で表されるため、 $Q_{i,t+1}$ に対して非線形となっている。そ

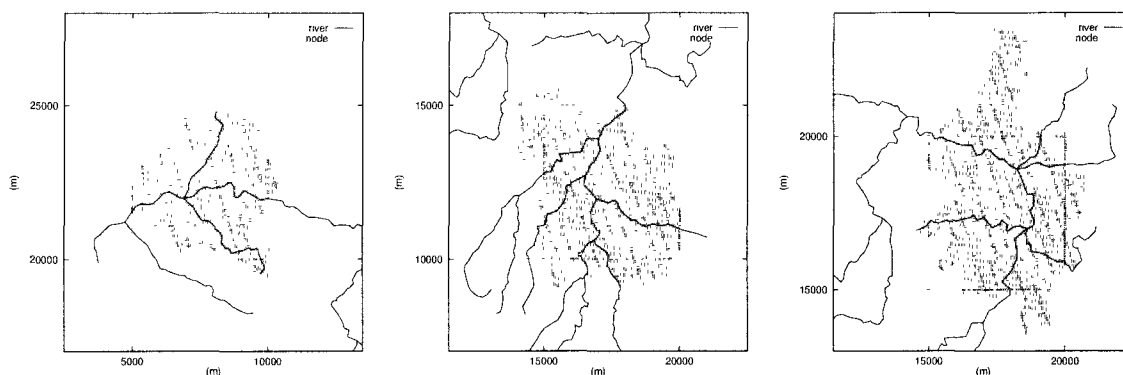


図-2 対象領域 (左：部分流域 A, 中央：B, 右：C)

ここで、ある値 $\hat{Q}_{i,t+1}$ を仮定して $c_{i-1/2,t+1}(\hat{Q}_{i,t+1})$ を計算し、(15)式左辺の係数を定数とみなして $Q_{i,t+1}$ を求める。 $Q_{i,t+1}$ と $\hat{Q}_{i,t+1}$ との差が大きければ $Q_{i,t+1}$ を $\hat{Q}_{i,t+1}$ として計算を繰り返す。 $Q_{i,t+1}$ と $\hat{Q}_{i,t+1}$ との差が十分小さくなれば、収束したとして次の断面の流量 $Q_{i+1,t+1}$ の計算に移る。

以上の計算手続きを流域最上流の斜面素片から順に、全ての斜面素片に対して適用すれば、最終的に流域最下流の斜面素片からの流出量を計算することができる。

b) 表面流のみ発生すると仮定した場合の流出シミュレーション

降水はすべて表面流出すると仮定して、山腹斜面流 kinematic wave モデル (以下集中型モデル) と従来の kinematic wave モデル (以下分布型モデル) を部分流域 A, B, C に適用する。降雨条件は、1990年9月19日から20日にかけて、大鳥居雨量観測所で得られたデータを用いた。

斜面の初期貯留量は $0(\text{m}^3)$ 、斜面からの初期流出量は $0(\text{m}^3/\text{sec})$ 、Manning の粗度係数は全斜面で等しく $0.3(\text{m}\cdot\text{s})$ 、kinematic 定数 p は 0.6 として流出シミュレーションを行なった。得られた流量ハイドログラフを図-3に示す。太い実線が集中型モデルの計算結果、破線が分布型モデルの計算結果、細い実線が降水量である。いずれの流域でも、集中型モデル、分布型モデルの計算結果はほぼ等しくなった。

また、計算時間は、Sun microsystems 社 Ultra-SPARC (OS : Sun OS 5.5.1, clock 周波数 167MHz, メモリ 262144Kbyte) を使ったところ、集中型モデルで3流域とも2秒弱、分布型モデルで3流域とも約5時間であった。

c) 中間流のみ発生すると仮定した場合の流出シミュレーション

部分流域 A, B, C において中間流のみ発生すると仮定して、集中型モデルと分布型モデルの計算結果を比

較する。

降雨条件と斜面の初期状態は表面流のみ発生すると仮定した場合と同じものとした。透水係数 k は全斜面で等しく $0.2(\text{m}/\text{sec})$ 、A 層内有効空隙率 γ も全斜面で等しく 0.1 、kinematic 定数 p は 1.0 を与えた。得られた結果を図-4に示す。太い実線が集中型モデルの計算結果、破線が分布型モデルの計算結果、細い実線が降水量である。

いずれの流域でも、表面流のみ生起すると仮定した場合より、集中型モデルと分布型モデルの計算結果の差異は大きくなった。一般に、中間流の伝播する速度は表面流のそれよりも小さい。それゆえ、同一の降水条件でも、流出系が定常状態に達するまでに中間流の方が表面流よりも長い時間を必要とする。つまり、中間流の方が相対的に非定常性が強いといえる。そのため、中間流のみ発生するとしてシミュレーションを行なうと、「降水-流出系が定常である」という集中型モデルの仮定からはずれることになり、分布型モデルによる計算結果とは幾分ずれることになったと思われる。

計算時間については表面流のみの発生を仮定した場合とほぼ等しかった。

(3) 山腹斜面流集中型 kinematic wave モデルの計算流量と観測流量との比較

本節では、山腹斜面流集中型 kinematic wave モデルを大戸川全流域に適用し、モデルによる計算流量と観測流量を比較する。河道網モデルは、市川⁵⁾が提案した河道網集中型 kinematic wave モデルを用いた。降雨は、大鳥居雨量観測所において、1982年8月1日から2日にかけて得られたデータ (Case 1) と1990年9月19日から20日にかけて得られたデータ (Case 2) の二つを使用した。それぞれについて (a) 表面流のみ、(b) 中間流のみが発生するとして集中型モデルで計算を行ない、大鳥居での観測流量と比較した (黒津での観測

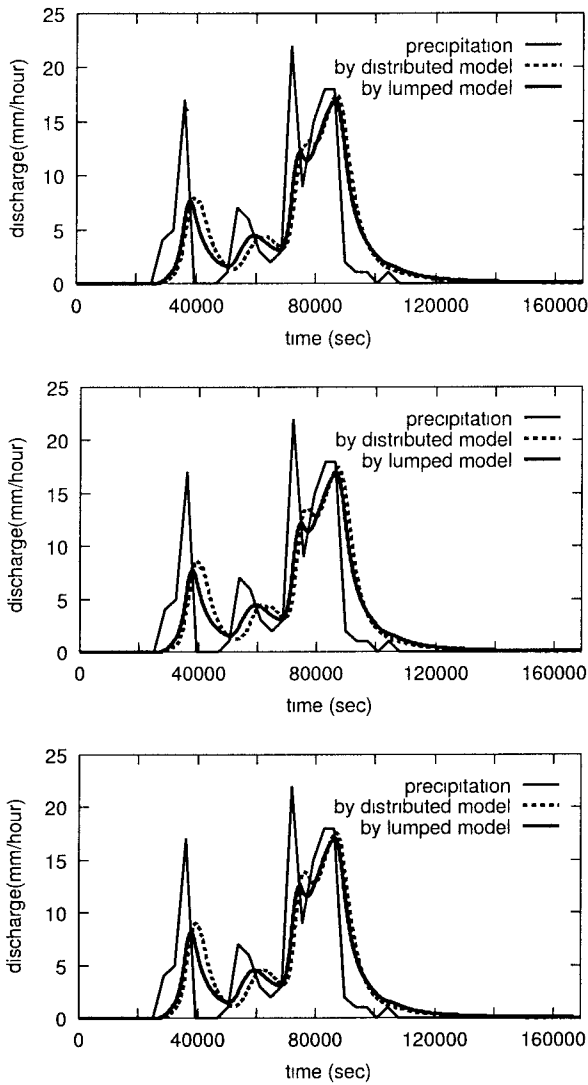


図-3 表面流のみ生起すると仮定して計算した流量ハイドログラフ（上：部分流域 A，中：B，下：C）

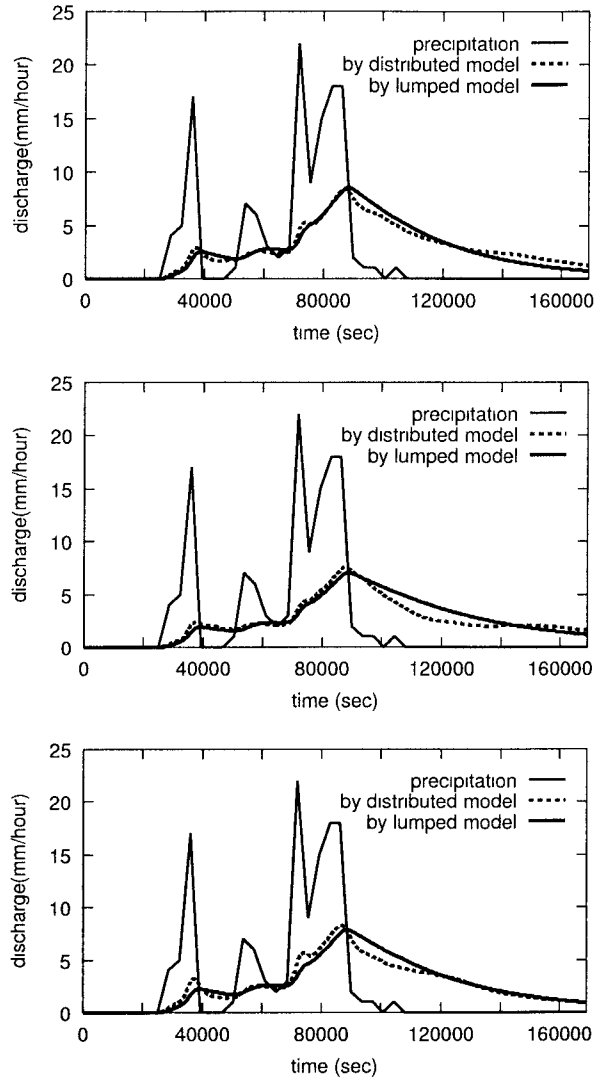


図-4 中間流のみ生起すると仮定して計算した流量ハイドログラフ（上：部分流域 A，中：B，下：C）

流量は精度に問題があったため、計算結果の比較対象としなかった)。図-5はCase 1、図-6はCase 2の降雨条件による計算結果の比較である。それぞれ、太い実線がモデルによる計算流量、点線が観測流量、細かい実線が降水量である。

表面流しか発生しないと仮定すると、Case 1、Case 2ともにモデルの計算流量と観測流量の間に大きな違いが生じ、実際の流出現象をうまく表現できないという結果となった。モデルにおいて表面流しか発生しないと仮定したために、明らかに斜面部分からの雨水の流出が実際よりも短い時間で河道に到達して、ピーク流量が早くかつ多くなり、逆にピークを過ぎると流出量が急激に低減している。

一方、中間流のみの発生を仮定した場合について見てみる。図-5（下）では、ピーク時に計算流量が観測

流量を下回っている。これは、Case 1では降水量がかなり多いため、実際には表面流が発生している可能性があるにもかかわらず、モデルでは表面流出を許していないのが原因と考えられる。

図-6（下）では計算流量と観測流量が比較的良好一致している。Case 2ではCase 1に比べて降水量が少なく、中間流出が支配的な現象となっていると推測される。3. (2)では、集中型モデルと分布型モデルの計算結果を比較し、表面流出のみを仮定した場合のほうが、中間流出のみを仮定した場合にくらべて、計算結果の差異が小さかったことを示したが、実現象との比較という観点からすると、表面流出だけが生起すると仮定するのはやはり無理がある。Case 2のような比較的降水量の少ない場合には、中間流出だけで計算したほうがよい結果を得られるようである。

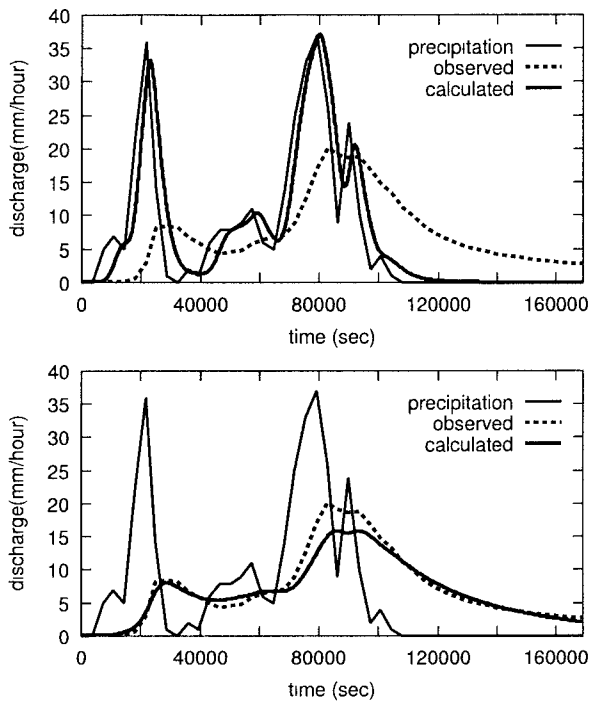


図-5 Case 1 の流量ハイドログラフ（上：表面流のみ，下：中間流のみと仮定して計算した）

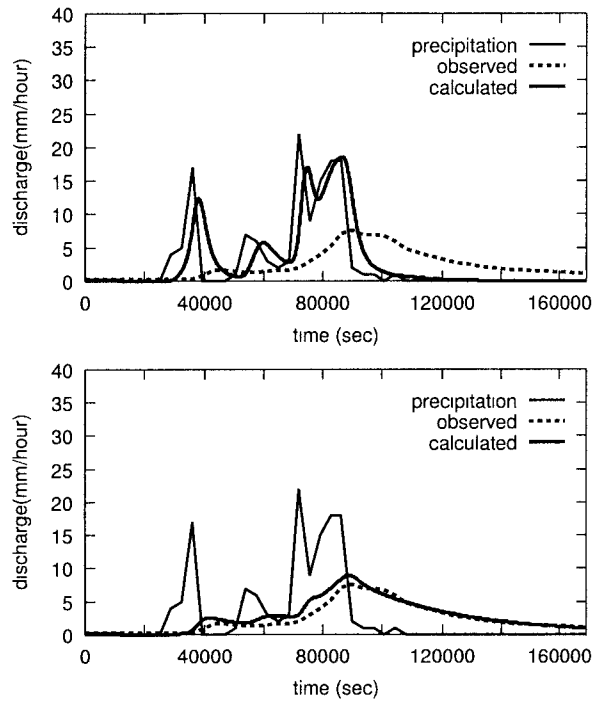


図-6 Case 2 の流量ハイドログラフ（上：表面流のみ，下：中間流のみと仮定して計算した）

4. おわりに

本研究では、降水 - 流出系が定常であると仮定することによって kinematic wave モデルの式を解析的に積分し、状態量が山腹斜面内の総貯留量である集中化されたモデルを導出した。

第 2 章では、数値地形モデルと定常状態の仮定を利用して山腹斜面流 kinematic wave モデルを集中化する手法を示した。

第 3 章では、第 2 章で示した手法によって集中化したモデルと従来提案されている計算手法を、同一の領域に同一の条件で適用し、その流出計算結果を比較した。その結果、両計算結果はほぼ一致すること、計算に要する時間は集中型モデルの方がかなり短いことが確認された。

さらに、大戸川全流域を対象にして流出シミュレーションを行ない、モデルによる計算流量と観測流量を比較した。その結果、モデルによる計算流量と観測流量はあまり一致しなかった。本研究で構築した山腹斜面流集中型 kinematic wave モデルでは、表面流出だけ、あるいは中間流出だけ、といった形でしか流出計算ができない。そのため、中間流と表面流が混在して生起するという実際の流出形態をうまくモデル化できていないと考えられる。今後は、中間流と表面流を統合した形で流れのモデルを集中化する手法の開発を目指す。

参考文献

- 1) 陸 旻皎・小池俊雄・早川典生 (1989) : 分布型水文情報に対応する流出モデルの開発, 土木学会論文集, 第 411 号, II-12, pp. 135-142.
- 2) 椎葉充晴・立川康人・市川 温・榊原哲由 (1997) : 河川流域地形の新しい数値表現形式, 京都大学防災研究所年報, 第 40 号, B-2, pp. 123-136.
- 3) 立川康人・椎葉充晴・高埴琢馬 (1997) : 三角形要素網による流域地形の数値表現に関する研究, 土木学会論文集, 第 558 号, II-38, pp. 45-60.
- 4) Keith Beven (1979) : On the Generalized Kinematic Routing Method, Water Resources Research, Vol. 15, No. 5, pp. 1238-1242.
- 5) 市川 温 (1994) : 分布型流出モデルのスケールアップ, 水工学論文集, 第 38 巻, pp. 809-812.

(1998. 9. 30 受付)