

矩形グリッドを用いた山地流出解析

DISCHARGE IN A MOUNTAINOUS REGION USING THE RECTANGULAR GRIDS

中山恵介¹・伊藤哲²・藤田睦博³

Keisuke NAKAYAMA, Satoshi ITO and Mutsuhiro FUJITA

¹正会員 工博 北海道大学大学院助手 工学研究科 (〒060-8618 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

²学生員 北海道大学大学院 工学研究科 (〒060-8618 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

³正会員 工博 北海道大学大学院教授 工学研究科 (〒060-8618 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

In run-off analysis, it is important to consider the physical processes, for example, the infiltration of rainfall into soil and the storage of water in a storage layer etc, because the effective rainfall is governed by these processes. In this study, in order to consider the physical process of run-off in a river basin, an infiltration flow equation was used for the run-off analysis. In computation, the finite difference method is used, but if the mesh size was large, results of calculation would not agree with the theoretical solutions. So the conservation of water was taken into account in the infiltration flow equation. By using this model, the computation result agreed with the observed one very well even in the large mesh scale grids.

Key Words : run-off, infiltration flow, surface flow, moisture content, effective rainfall

1. はじめに

環境問題を考慮する視点から、ダム、貯水池、河川において流入、流出に基づく水理学的な量の変化のみならず、水質、温度の変化を予測、把握する試みがなされてきている。その中でダム等、主に河川上流の山地内に存在する貯水池は、山地河川からの流入により支配されているといえ、貯水池内での水質の変化は、山地河川からの流入による物質の供給が大きな支配要因としてあげられる。そのため、河川上流域に存在する貯水池の水質変化を含めた予測、再現を行うためには、山地河川における流出を、空間的な変化を踏まえて、物理過程を考慮して解析する必要がある。

これまでの山地河川における流出解析には、貯留関数理論、キネマティックウェーブ理論を用いたものや、河道網を用いたものが存在する。特に、河道網を用いたキネマティックウェーブ理論は、河道の抵抗則により流量と水深の関係を求め、保存系の連続の式を満たしている点、ある程度物理的なモデルであるといえる。しかし、これらは非常に実用的である反面、貯留層を考慮していないため、有効雨量の決定を行わなくてはならない、洪水毎にモデルパラメータを設定し直す必要がある等の問題がある。

一方、貯留関数理論やキネマティックウェーブ理論

より物理過程を考慮していないが、長期にわたり、多くの種類の洪水を含んで予測、再現することが出来るモデルとして、タンクモデルが存在する。しかし、タンクモデルは流出量を再現することは出来るが、そのブラックボックス的な考え方から、多くの未知変数を含んだ水質問題に適用するには、モデルパラメータの決定が非常に困難である。

以上の点から、ある程度物理過程を考慮することにより、多くの未知変数に対応出来る、貯留層を考慮することにより、多くの種類の洪水に対応出来るモデルを構築する必要がある。著者らはこれまで、解析域を表面流と浸透流の2つの領域に分け、浸透流の計算において差分メッシュの大きい場合にもよい再現性が得られるモデルを構築し、表面流では浅水流方程式を数値計算により解く方法を提案した¹⁾²⁾。これらは、物理的な過程を考慮しているモデルであるといえるが、表面流の流速が浸透流速に比して非常に大きいことから、現段階で最も優れたコンピュータを用いても、長期流出解析には向かない。

そこで本論文では、浸透部にはこれまで通り含水比の保存性を満たした浸透流方程式を用いた、グリッドによる差分計算を用い、表面流には山地河川の抵抗則を考慮した流量の伝播速度を用いて、流出量の再現を行うことを目的とする。

2. 不飽和浸透流方程式の導出

浸透部では、一定の浸透層厚 H を導入することにより、式(1)の不飽和浸透流方程式を導出することが出来る。一定の浸透層厚が導入された理由は、現地において、明確な浸透層を空間分布を持たせて計測することが不可能であること、山地河川を対象としていることから、山地勾配が大きくなっており、表層より深い位置での浸透より、表面付近での大きな勾配の影響を受けた層での浸透が、表面流出に大きな影響を持つことである。

$$\frac{\partial M}{\partial t} - H \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial h}{\partial x} \right) - H \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial h}{\partial y} \right) - H \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial M}{\partial x} \right) - H \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial M}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

$$M = \frac{1}{H} \int_z^{z+H} m dz \quad (2)$$

$$k = k_0 \left(\frac{M - M_r}{M_s - M_r} \right)^\beta \quad (3)$$

$$D = k \frac{\partial \phi}{\partial m} \quad (4)$$

ここで、 M ：浸透層厚で積分された体積含水比、 H ：浸透層厚、 k ：不飽和透水係数、 h ：基準面から浸透層下部までの高さ、 m ：体積含水比、 k_0 ：飽和透水係数、 M_r ：浸透層厚で積分された残留体積含水比、 M_s ：浸透層厚で積分された飽和体積含水比、 D ：水分拡散係数、 ϕ ：サクションである。

式(1)を、差分計算により、矩形グリッドを用いて数値的に解くのだが、式(1)を直接差分して計算を行うと、差分間隔を浸透層厚よりかなり小さく取らないと、体積含水比の保存が満たされない。そこで、式(1)に、大きな差分間隔でも計算できるような補正を行う。以下、簡単のため1次元での補正した差分方程式の導出を行う。式(5)に、1次元の不飽和浸透流方程式を示す。

$$\frac{\partial M}{\partial t} - H \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial h}{\partial x} \right) - H \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial M}{\partial x} \right) = 0 \quad (5)$$

式(5)に、式(7)で示されるフィルター関数をかけることで空間平均を行い、式(6)が得られる。

$$\frac{\partial M'}{\partial t} - H \frac{\partial}{\partial x} \left(k' \frac{\partial h'}{\partial x} \right) - H \frac{\partial}{\partial x} \left(D' \frac{\partial M'}{\partial x} \right) = H G * \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(k' \frac{\partial h'}{\partial x} \right) \right\} + H G * \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(D' \frac{\partial M'}{\partial x} \right) \right\} \quad (6)$$

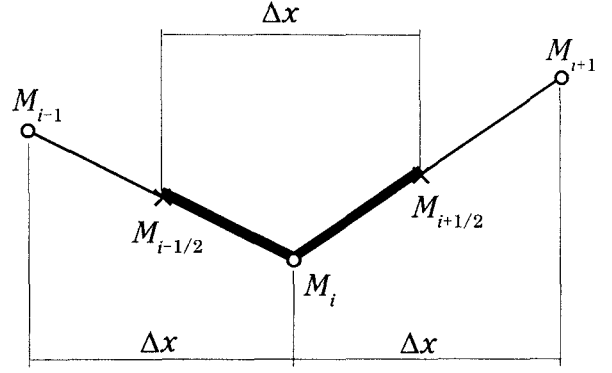


図-1 ポイント*i*周辺の記号

$$\{ f' = G * \{ f \} \} \quad (7)$$

$$\{ f = f' + f'' \} \quad (8)$$

ここで、 G ：フィルター関数、 f' ：差分メッシュ間隔で平均化された値、 f'' ：差分メッシュ内での平均値からの偏差である。差分メッシュ間隔が大きくなることにより、式(6)の右辺の効果が大きくなり、考慮しないと体積含水比の保存が満たされなくなる。

式(6)の右辺を導くために、あるメッシュポイント*i*における概念を示した、図-1を利用する。メッシュ間隔を Δx 、隣り合った点を左から M_{i-1} 、 M_{i+1} とし、ポイント*i*における体積含水比 M_i の影響域である、左右の点での体積含水比を $M_{i-1/2}$ 、 $M_{i+1/2}$ とすると、ポイント*i-1/2*、*i+1/2*における浸透層内での流速は、式(9)、式(10)で与えられる。

$$u_{i+1/2} = -D_{i+1/2} \frac{M_{i+1/2} - M_i}{\Delta x/2} - k_{i+1/2} \frac{h_{i+1/2} - h_i}{\Delta x/2} \quad (9)$$

$$u_{i-1/2} = -D_{i-1/2} \frac{M_i - M_{i-1/2}}{\Delta x/2} - k_{i-1/2} \frac{h_i - h_{i-1/2}}{\Delta x/2} \quad (10)$$

ポイント*i*における、体積含水比 M_i の浸透層厚平均変化率は、体積含水比の保存を満たすように、ポイント*i-1/2*、*i+1/2*における単位時間あたりの流入、流出から得られる。つまり、式(9)による流入と、式(10)による流出との差が、差分メッシュ間隔 Δx における、体積含水比 M_i の浸透層厚平均変化率であるといえ、体積含水比の変化量は、式(11)で与えられる。

$$\frac{1}{H} \frac{\Delta M_i}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x} (-u_{i+1/2} + u_{i-1/2}) \quad (11)$$

式(11)に、式(9)、式(10)を代入することにより、式(12)のように、差分計算に対応した形に展開できる。さらに式(12)は、式(13)の微分方程式へと書き直すことが出来る。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{H} \frac{\Delta M_i}{\Delta t} = & (D_{i+\frac{1}{2}} - D_{i-\frac{1}{2}})(M_{i+\frac{1}{2}} - M_{i-\frac{1}{2}})/(\Delta x)^2 \\
& + D_i(M_{i+\frac{1}{2}} + M_{i-\frac{1}{2}} - 2M_i)/(\Delta x/2)^2 \\
& + (k_{i+\frac{1}{2}} - k_{i-\frac{1}{2}})(h_{i+\frac{1}{2}} - h_{i-\frac{1}{2}})/(\Delta x)^2 \\
& + k_i(h_{i+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2}} - 2h_i)/(\Delta x/2)^2 \\
& + (\Delta x)^2(D_{i+\frac{1}{2}} + D_{i-\frac{1}{2}} - 2D_i)/(4\Delta x/2)^2 \\
& \times (M_{i+\frac{1}{2}} + M_{i-\frac{1}{2}} - 2M_i)/(\Delta x/2)^2 \\
& + (\Delta x)^2(k_{i+\frac{1}{2}} + k_{i-\frac{1}{2}} - 2k_i)/(\Delta x/2)^2 \\
& \times (h_{i+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2}} - 2h_i)/(\Delta x/2)^2 \\
& - D_i(M_{i+\frac{1}{2}} + M_{i-\frac{1}{2}} - 2M_i)/2(\Delta x/2)^2 \\
& - k_i(h_{i+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2}} - 2h_i)/2(\Delta x/2)^2 \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M}{\partial t} - H \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial h}{\partial x} \right) - H \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial M}{\partial x} \right) = \\
H \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 k}{\partial x^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - H \frac{1}{2} k \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \\
+ H \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - H \frac{1}{2} D \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (13)
\end{aligned}$$

式(6)と式(13)を比較することにより、式(14)、式(15)が得られる。なお、比較にあたり、 M' はフィルター関数により離散化された値であり、GS(グリッドスケール)成分として適用できる。よって計算上式(6)と式(13)の左辺は等しいものとした。

$$\left\{ \begin{aligned} G^* \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(k' \frac{\partial h'}{\partial x} \right) \right\} = \\ \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 k}{\partial x^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \frac{1}{2} k \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (14) \\ G^* \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(D' \frac{\partial M'}{\partial x} \right) \right\} = \\ \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - \frac{1}{2} D \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (15) \end{aligned} \right.$$

同様の作業を、2次元の式(1)に用いることにより、式(16)に示される、補正された不飽和浸透流方程式を得ることが出来る。ここで、ポイント*i*における方程式を算定する際に、図-1のように隣の点との間の点*i-1/2*、*i+1/2*の値を用いたことに注意する。つまり、差分計算を行う際には、式(17)から式(20)で示される値を用いて、差分間隔 $\Delta x/2$ で計算しなければならないこと

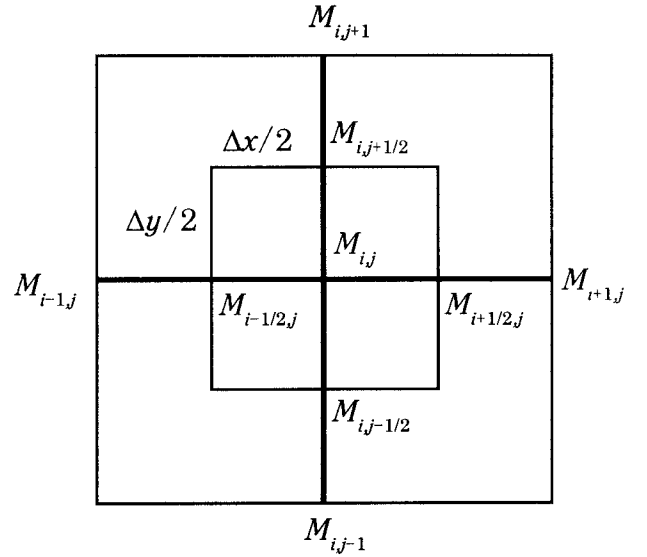


図-2 差分計算で用いる値の概念図
(式(17)から式(20)に対応)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial M}{\partial x} \right) \\
- \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial M}{\partial y} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 k}{\partial x^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \frac{1}{2} k \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \\
+ \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta y}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - \frac{1}{2} k \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \\
+ \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - \frac{1}{2} D \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \\
+ \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta y}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} - \frac{1}{2} D \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \quad (16)
\end{aligned}$$

を意味する。更に、隣の点*i-1*、*i+1*のどちらか、体積含水比が残留値と等しくなった点は、ポイント*i*に影響を与える流入、流出が無くなるため、その場合には、式(17)から式(20)のそれぞれ下に示された値を中間点*i-1/2*、*i+1/2*の値として用いる。図-2に、式(17)から式(20)に対応した2次元計算における、メッシュ構成を示す。

$$M_{i+1/2,j} = \begin{cases} 0.5(M_{i,j} + M_{i+1,j}) & (M_{i+1,j} > M_r) \\ M_r & (M_{i+1,j} = M_r) \end{cases} \quad (17)$$

$$M_{i-1/2,j} = \begin{cases} 0.5(M_{i,j} + M_{i-1,j}) & (M_{i-1,j} > M_r) \\ M_r & (M_{i-1,j} = M_r) \end{cases} \quad (18)$$

$$M_{i,j+1/2} = \begin{cases} 0.5(M_{i,j} + M_{i,j+1}) & (M_{i,j+1} > M_r) \\ M_r & (M_{i,j+1} = M_r) \end{cases} \quad (19)$$

$$M_{i,j-1/2} = \begin{cases} 0.5(M_{i,j} + M_{i,j-1}) & (M_{i,j-1} > M_r) \\ M_r & (M_{i,j-1} = M_r) \end{cases} \quad (20)$$

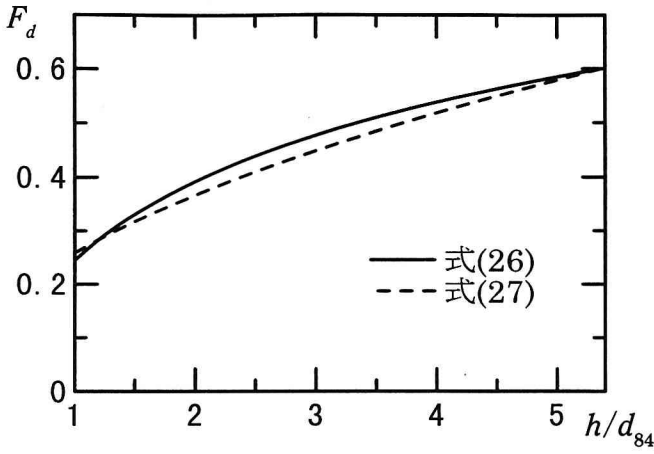


図-3 Heyによる $I=1/50$ における水深の変化によるフルード数の変化

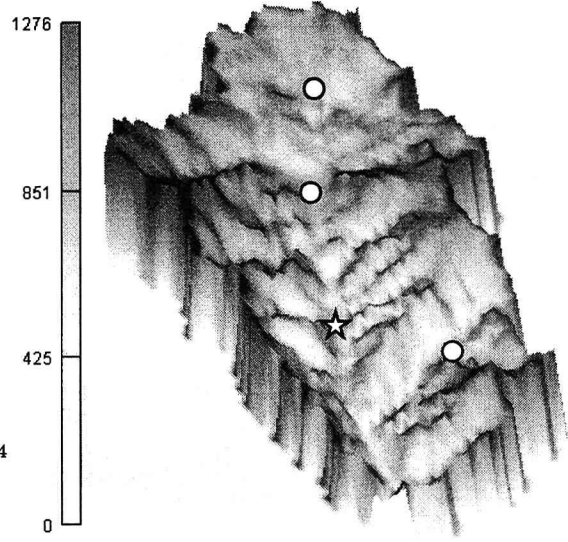


図-4 定山溪流域の鳥瞰図
(☆：小樽内観測所，○：雨量観測所)

3. 表面流出

表面流については、浅水方程式に基づいた方程式系で、矩形グリッドを用いて数値計算を行うことは、長期流出解析において、現段階では計算時間の都合から不可能である。そこで、流量の伝播速度を理論的に導くことにより、各メッシュから湧き出した表面流を、遅れ時間を考慮して流量を求めたい点へと集計することにより、流量を導くこととした。

これまでの、矩形グリッドを用いた不飽和浸透流解析から、ある時刻における浸透流から表面流への平均湧き出し強度は、以下の式(21)で示すことができる。なお、ある瞬間の各点における湧き出し量は、過飽和分の水分量を表面流に換算することで求められる。

$$q_s = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \sum_j \sum_i q_{i,j} \quad (21)$$

ここで、 Δt ：差分計算時間間隔、 q_{ij} ：メッシュ点 i, j における浸透層から表面への湧き出し量、 A ：流域面積である。

流域が矩形で代表されるとき、その斜面長を L 、幅を B 、勾配を一定値 I とし、式(21)で示される湧き出し強度が継続して与えられるとすると、表面流に関する方程式は、式(22)、式(23)で与えられる。

$$\begin{cases} f \frac{U^2}{h} = gI & (22) \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial U h}{\partial \xi} = q_s & (23) \end{cases}$$

ここで、 f ：河床における抵抗係数、 h ：水深、 U ：流下方向流速、 ξ ：最上流端をゼロとし最下流端を L としたときの座標軸である。

式(22)は、フルード数を用いて表現すると、式(24)のように変形することが出来る。

$$U = \sqrt{g F_d h^{\frac{1}{2}}} \quad (24)$$

山地河川のみならず、一般河川では、水深が変化することにより、フルード数も変化すると考えられる。そのため、一定勾配におけるフルード数を水深の関数として考慮する必要があり、Hey³⁴⁾により導かれた、山地河川における水深と平均流速の関係式(式(25))を用いる。

$$\frac{U}{\sqrt{g h I}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{a h}{3.5 d_{84}} \right) \quad (25)$$

ここで、 a ：11.16、 d_{84} ：河床材料84%代表粒径、 κ ：0.4である。式(25)は、式(26)のようにフルード数の関数へと変形することが出来、その変化をフルード数0.6まで計算すると、図-3の実線で示される結果が得られる。フルード数0.6までのみ計算したのは、局所的には常、射流混在であるが、山地河川におけるマクロ的な視野での流れは常流であること、式(23)で示される湧き出し強度が、全流域においてのものであるため非常に小さな値となり、それ以上のフルード数になることがないことに基づく。

$$F_d = \frac{\sqrt{I}}{\kappa} \ln \left(\frac{a h}{3.5 d_{84}} \right) \quad (26)$$

式(26)は、フルード数を水深の関数で示しているが、対数の関数であるため、この後行われる計算において、困難を生じさせる。そこで式(26)を、式(27)で示される関数で近似することにする。

表-1 浸透部の計算条件

k_0	D	m_r	m_s	e	H	β
0.00003m/s	0.000327m ² /s	0.1	0.337	2.15	4.845m	1.2

表-2 表面部の計算条件

I	d_{84}	κ
1/240	0.03m	0.4

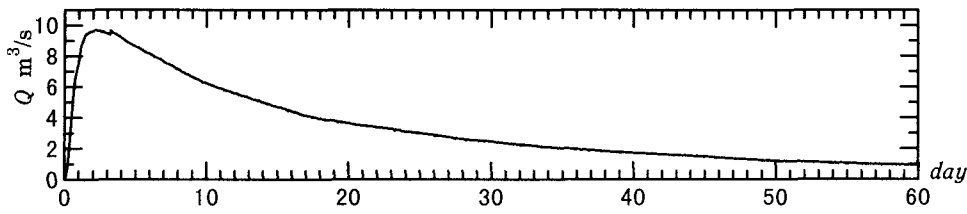


図-5 全流域を飽和させた後の小樽内観測所における数値計算流量の時間変化

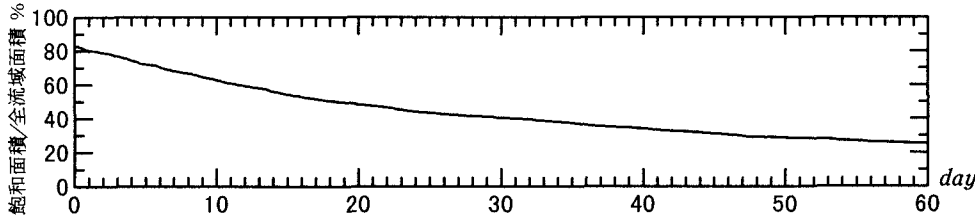


図-6 全流域を飽和させた後の全流域の飽和面積の割合の時間変化

$$F_d = \sqrt{\frac{a}{3.5d_{84}}} \exp\left(-\frac{\kappa}{2\sqrt{I}}\right) h^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

図-3中の破線は、式(27)による計算結果を示しており、良好な近似が得られているのが分かる。Heyの式は、およそ $h=d_{84}$ まで、実河川に適用できることが示されているが、それ以下では新たに関係を導く必要がある。しかし式(27)は、水深がゼロに近くなるに連れてフルード数がゼロに近づき、実現象と同様な傾向を示しており、フルード数の小さな範囲は、式(27)に包括されて示されるものとする。更に、これまでの研究で水深の1/4に比例させるとよい近似が得られることが報告されている²⁾が、本研究では平水時の小流量時における再現も行う必要があることから、1/2に比例させた³⁾。

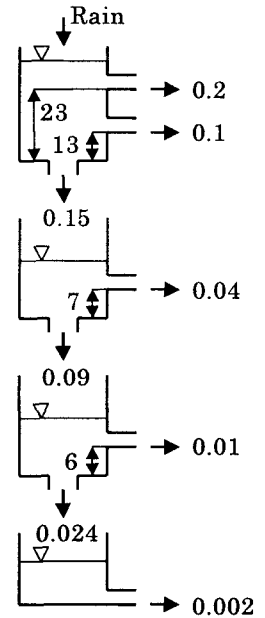
式(23)に、式(24)と式(26)を代入することによ

$$\frac{\partial q}{\partial t} + 2\beta q^{\frac{1}{2}} \frac{\partial q}{\partial x} = 2\beta q^{\frac{1}{2}} q_s \quad (28)$$

$$\begin{cases} q = Uh \\ \beta = \left(\frac{ag}{3.5d_{84}}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{\kappa}{4\sqrt{I}}\right) \end{cases}$$

り、式(28)が得られる。

式(28)は、特性曲線法を用いることにより、最下流点からある距離だけ離れた点での湧き出しが、最下流点まで到達するまでの平均伝播速度を計算することが出来る。紙面の都合上、詳細は省略するが、式(29)に平均伝播速度の解を示す。

図-7 4段タンクモデルの各パラメーター
(流出口までの高さはmm)

$$U_s = \beta(q_s(L-x))^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

4. 実流域への適用

対象流域は、札幌市定山溪流域(104km²)中の小樽内流域(67km²)である。メッシュ間隔はこれまで著者らにより250mメッシュでの計算結果の妥当性が示されている²⁾ので、国土数値情報による250m×250mとした。図-4に、定山溪流域の鳥瞰図を示す。浸透部および表面部に用いた条件をそれぞれ表-1、表-2に示す。

平水時を再現するために、全流域を飽和させた後、降雨を与えず、その経過を調べた。図-5に、小樽内流量観測所における、流量の数値計算による時間経過を示す。流量が指数関数的に減少していることが分かる。平水時の流量は、これまでの観測より、およそ1.58m³/sであることから、全流域飽和の状態から計算開始43日後の体積含水比の分布を、平水時の流域におけるものとして計算に用いることとした。図-6に、図-5に対応した流域の飽和領域の割合の変化率を示す。流量の時間変化に比べると、飽和流域面積は線型に近い形で減少しているのが分かる。この傾向の違いは、透水係数を体積含水比の関数として変化させた、不飽和浸透モデルを用いた効果であるといえる。

図-8に、実際の降雨を与えた、1992年9月1日から

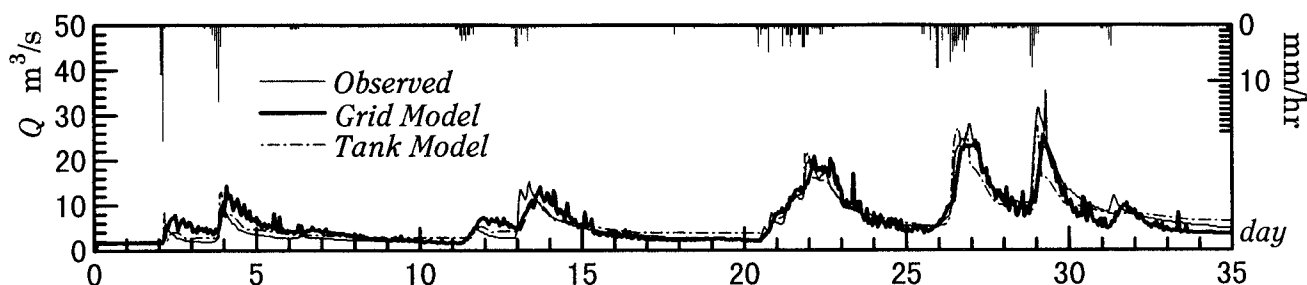


図-8 1992年9月1日から10月5日における再現計算結果

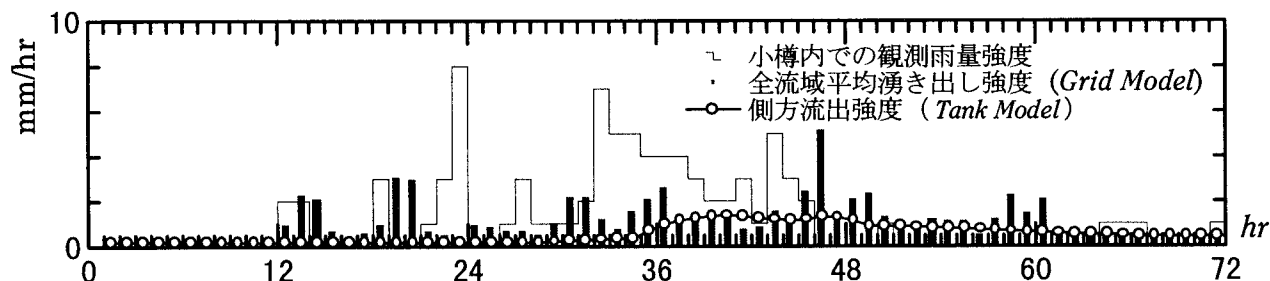


図-9 1992年9月25日から3日間における雨量強度と湧き出し強度との比較

10月5日までの再現計算結果を示す。その際、雨量に関する情報を出来るだけ多く得るために、図-4中の○で示される雨量観測所、および小樽内観測所における4点の観測所の値をもとに、距離に反比例させて各矩形グリッドに雨量を与えて行った。図-8中のハイドログラフの雨量は、計算に用いた雨量を示しているものでなく、小樽内観測所における雨量を示している。また、比較のために4段タンクモデルによる計算も行い、その結果も図-8中に示した。タンクモデルの各パラメーターは、図-7に示す値を用いた。

本モデル、タンクモデルとも、雨量強度の大小、雨量継続時間の長短、平水時と洪水時の違いによる、再現計算の観測地との大きな不一致は見られず、およそ良好な再現結果が得られたものと思われる。本モデルにおいて、僅かながら、降雨量が小さな時に再現計算結果とのズレが見られる。これは、表面流の水深が小さな時に対応しており、ある程度水深が小さな時には式(26)の適応精度が落ちることを示している。

図-9に、流量の大きかった、計算開始25日から3日間における雨量強度と、浸透から表面流への湧き出し強度およびタンクモデルにおける側方流出強度を示す。これまで、有効雨量強度の決定が重要な課題とされてきたが、本手法により特別なパラメータを考慮すること無く、決定できることが分かる。更に、この結果は、雨量強度と有効雨量強度との間に単純な関係を認めることが出来ないことを示しており、湧き出し強度は、どちらかという流量の変化に対応したものであることが分かる。また、本モデルは、有効雨量を考慮する必要のないタンクモデルとも似たような傾向が見られた。

5. まとめ

流出解析を、浸透部と表面部に分け、矩形グリッドを用いることにより、以下の結果が得られた。

- (1) 不飽和浸透流方程式を差分法で解くために、体積含水比の保存を満たさせた方程式を理論的に導いた。
- (2) 山地河川における水深と流速の関係式を用いることにより、表面部での流量伝播速度式を導いた。
- (3) 定山渓流域において、本手法を適用し、良好な流量再現計算を行うことが出来、雨量強度と有効雨量強度との関係を示すことが出来た。

参考文献

- (1) 中山恵介, 伊藤哲, 長谷川和義, 藤田睦博: 全流域を矩形グリッドで覆った浸透流出解析法に関する研究, 水文・水資源学会1997年研究発表会要旨集, pp. 23-24, 1997.
- (2) 中山恵介, 伊藤哲: 全流域を矩形グリッドで覆いSGS効果を考慮した浸透流方程式を用いた流出予測, 第42巻水工学論文集, pp. 1141-1146, 1998.
- (3) 長谷川和義: 山地河川の形態と流れ, 水工学シリーズ 88-A-8, 1988.
- (4) Colin R. Thorne, Aff. M. ASCE, and Lyle W. Zevenbergen: Estimation Mean Velocity in Mountain Rivers, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.111, No.4, pp.612-624, 1984.
- (5) 長谷川和義, 藤田睦博: ステップ・プールに視点を置いた山地河川河道の流れの抵抗, 第30巻水工学論文集, pp. 79-84, 1986.
- (6) 土木学会編: 水理公式集 昭和60年版, pp. 164, 1985.

(1998. 9.30受付)