

全流域を矩形グリッドで覆いSGS効果を考慮した 浸透流方程式を用いた流出予測

RUN-OFF PREDICTION BY USING INFILTRATION FLOW EQUATION CONSIDERING THE SGS EFFECT

中山恵介¹・伊藤哲²

Kiesuke NAKAYAMA and Satoshi ITOH

¹正会員 工修 北海道大学大学院助手 工学研究科 (〒060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

²学生員 北海道大学大学院 工学研究科 (〒060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

Purposes of this study are to calculate the infiltration flow and the surface flow using rectangle grids, and to obtain the discharge in mountainous region. The infiltration flow equation was derived by using moisture diffusion coefficient, integrating the moisture in the infiltration flow layer, and considering the SGS effect. By this method, it became easier to get the amount of the changing discharge from the infiltration flow to the surface flow. On the surface flow, a shallow water flow equation was used, and in calculation CIP method was applied into the advection terms to calculate. The discharge for an average water height was represented, and it agreed with the actual one. The discharge when it rained was also similar to the actual one.

Key Words : run-off, infiltration flow, surface run-off, rectangle grids, moisture diffusion coefficient, SGS

1. はじめに

ダムへの堆砂, 土砂流出などの問題において, 平水時, 渇水時, 洪水時の河川における流れの再現が必要とされている。河川は, 大まかに考えると, 降雨や降雪が浸透し河川へと流出することにより形成されているといえる。その中で, 浸透部は平水時における長期的な水分の供給, 乾燥状態の土壌における降雨の貯留などといった大きな役割を果たしている。そのため河川流出を計算する場合, 浸透流とそれにより発生する表面流を同時に考えることが必要であると思われる。

これまで流出を計算する際には, 疑似河道網を利用した貯留関数法またはkinematic wave法が多く用いられてきた。河道網の取り方にもよるが, これらの方法は簡便であり容易に解を得ることが出来る特徴を持っているが, 洪水ごとにパラメータを決定する必要がある。特に, 数日間にわたり降雨がない場合には, 計算上は流出がゼロを示してしまう。これは, 流域における貯留を促す程度の大きさの透水係数を計算上用いておらず, 有効雨量を導入し, 降雨時において流量が一致す

るように貯留関数法またはkinematic wave法中の係数を決定しており, モデル上での透水係数が非常に大きなものになっているためと考えられる。

そこで本研究は, 流出解析を行なうために浸透流と表面流とでそれぞれ方程式を立て, 同時に計算することにより浸透流から表面流, またその逆を考慮してゆく方法を用いることとする。その際, 河道網を用いると表面流の解析には有利であるが, 浸透流が河道網により流れの道を形成しているか, 表面流においても各々の洪水において一定の河道網を用いることが出来るかどうかは疑問点が多い。本研究では, 浸透流は上述の通り河道網を形成する大きな要因であるため, 浸透流を中心に考え, 浸透流を矩形グリッドで差分法を用いて解き, 表面流もそれに合わせて矩形グリッドで流れの計算を行なう。これにより流域内における側方浸透を考慮することが出来, 流量の変化に伴う河道の形状の変化も計算で再現できることとなる。

以上, 本研究の目的は, 実際の降雨の再現を行なえるように上記の手法を開発し, 実降雨での再現計算を行なうことである。

2. 浸透流と表面流のモデル化

流出解析は、長期的な流出を可能にする浸透流と、それにより生じた表面流を再現する表面流とに分けて計算を行なう。まず、浸透流に関する方程式であるが、式(1)–式(3)に示される連続式、ダルシー則を用いて表現した運動方程式を示す。

$$\frac{\partial(\rho m)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \quad (1)$$

$$u = -k \frac{\partial \phi}{\partial x}, v = -k \frac{\partial \phi}{\partial y}, w = -k \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2)$$

$$\phi = \varphi + p + h + z \quad (3)$$

ここで、 m ：体積含水比、 u, v, w ： x, y, z 方向流速、 k ：透水係数、 ϕ ：ポテンシャル、 φ ：毛管ポテンシャル、 p ：圧力水頭、 h ：浸透層厚底面までの基準面からの高さである。式(1)–式(3)から直接方程式を導くとリチャーズの式が得られ、浸透流層内での流れを3次元的に解くことが出来るが、長期にわたる再現計算を現在の計算機で可能にするためには、以上の方程式を簡略化する必要がある。そこで、J.R.PHILIPにより提案された水分拡散係数 D (式(4))を導入することとする。しかし、水分拡散係数を用いると、体積含水比のみの方程式となり解を容易に解くことが出来るが、飽和した場合に生ずる表面流への変化を表現することが出来ない。そこで、体積含水比を浸透層厚で積分した M (式(5))を導入することにする。 M は鉛直方向に積分された水分量であるため、飽和後の表面流へ変化するべき水分量を求めることが出来る。更に、浸透流内で鉛直積分を行なうことにより計算領域が2次元化され、より高速の計算が可能となる。(H：浸透層厚)

$$D = k \frac{\partial \phi}{\partial m} \quad (4)$$

$$M = \int_h^{h+H} m \, dz \quad (5)$$

式(4)、式(5)を式(1)–式(3)に用い変形することにより、式(6)の浸透流方程式を得る。

$$\frac{\partial M}{\partial t} - D \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) =$$

$$H \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right) - w \Big|_{z=0}^{z=H} \quad (6)$$

$$k = k_s \left(\frac{m - m_r}{m_s - m_r} \right)^\beta \quad (7)$$

ここで、 k_s ：飽和時の透水係数、 m_s ：飽和体積含水比、 m_r ：残留体積含水比である。尚、透水係数は式(7)で定義されるものを用いる。計算は、対象流域を包括する領域を矩形グリッドで構成し、差分化された式(6)を食い違いメッシュを用いる数値計算で行なう。

表面流に関する方程式は、式(8)–式(9)で示される浅水流方程式を用いる。式(8)、式(9)は x, y 方向の運動方程式、式(10)は連続式である。

$$\frac{\partial u h}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial(u v h)}{\partial y} = -g h \frac{\partial}{\partial x} (h_s + h) - \frac{\tau_x}{\rho} \quad (8)$$

$$\frac{\partial v h}{\partial t} + \frac{\partial(u v h)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2 h)}{\partial y} = -g h \frac{\partial}{\partial y} (h_s + h) - \frac{\tau_y}{\rho} \quad (9)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(u h)}{\partial x} + \frac{\partial(v h)}{\partial y} = r \quad (10)$$

ここで、 u, v ： x, y 方向流速、 h ：水深、 h_s ：基準面から河床までの高さ、 τ_x, τ_y ：方向せん断力、 r ：表面流発生強度(降雨、浸透からの変化を表す)である。非常に大きなメッシュでの計算であるので、移流項の評価が難しい。そのために、実際に生じている跳水等の現象を再現するために、CIP法を用い、精度よい計算を行なう。流れの性質を決定付けるせん断力は、式(11)で示されるHeyの式を用いることとする。表面流と浸透流とのグリッドの対応は図-1に示すように、浸透流の矩形グリッドの上に、十字で幅一定の河道を設けることとする。簡単のため、上述のように決定したが、水路の形状および配置については今後検討を加えてゆく。

$$f = h / R \left\{ \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{a R}{3.5 d_{84}} \right) \right\}^2 \quad (11)$$

d_{84} ：河床材料84%粒径である。式(8)–式(10)を、浸透流方程式と同様に差分化し食い違い格子を用いて計算を行なうが、計算を安定に行なうために若干の工夫が必要である。分離解法を用い、CIP法を適用した計算スキームを用いる。紙面の都合上詳細は省略する。降雨、浸透の影響が新たに加わるだけであるので、参考文献⁷⁾を参考にされたい。

本研究で用いる、浸透流方程式、浅水流方程式の2種類の方程式どちらにもいえるが、グリッドスケール(以下GS)が大きいため、非線型現象の強く現われる方程式において、サブグリッドスケール(SGS)の現象をGSの値を用いて方程式中に考慮する必要がある。浅水流方程式は、3.1次元安定解析を用いた地形勾配の変化に示す通り、式(11)で与えられる抵抗係数を用限り、勾配を小さく変化させてフルード数を実現象に一致させる必要がある。そのため、式(8)、式(9)には非

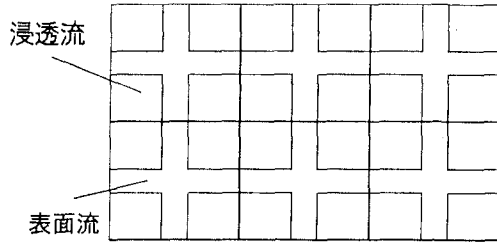


図-1 浸透流グリッドと表面流との対応

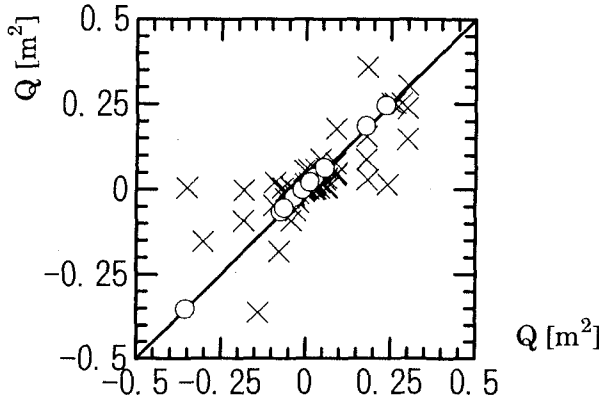


図-2 SGS効果を考慮した場合の浸透流方程式による結果と厳密解：○と，考慮しない場合：×

線型項が含まれているが，SGSの効果は浸透流方程式に比べて小さいといえる。それは，浸透流方程式中の β が2以上大きな値をもっていることから，非線型性が非常に大きいといえる。そこで，浸透流方程式において，SGSを考慮した方程式(12)を提案する。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial M_{ij}}{\partial t} - D \left(\frac{\partial^2 M_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{ij}}{\partial y^2} \right) - \alpha \left(\frac{\partial M_{ij}^\beta}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + M_{ij}^\beta \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) \\ & - \alpha \left(\frac{\partial M_{ij}^\beta}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + M_{ij}^\beta \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = \alpha (c_0 - 1) \left(M_{ij}^\beta \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + M_{ij}^\beta \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \\ & + \alpha \frac{c_0}{2} \left((\Delta x)^2 \frac{\partial^2 M_{ij}^\beta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + (\Delta y)^2 \frac{\partial^2 M_{ij}^\beta}{\partial y^2} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \\ & + \alpha (2c_0 - 1) \left(\frac{\partial M_{ij}^\beta}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial M_{ij}^\beta}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) - w|_{z=0}^{z=-H} \quad (12) \\ & M_{ij} = \frac{M - M_r}{M_d}, \alpha = Hk_s/M_d, M_d = M_s - M_r \end{aligned}$$

ここで， M_{ij}^β はフィルターを考慮したGSでの値を意味する。 c_0 は地形効果に関するパラメータであり， $c_0=1$ はメッシュ間で地形を線型近似したものを意味し，それ以上では地形勾配を大きく見積もることを，それ以下ではその逆を意味する。

GS内での水分量の変化は，あるGS上の点に着目した場合，そのGSの境界における水分量の出入りによって決定される。その境界における水分量をもとに，GS内での水分量の変化を計算することにより，SGSを考慮した浸透流方程式を導くことが出来る。これは，水

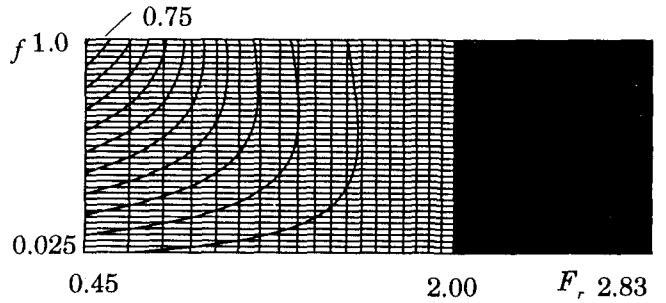
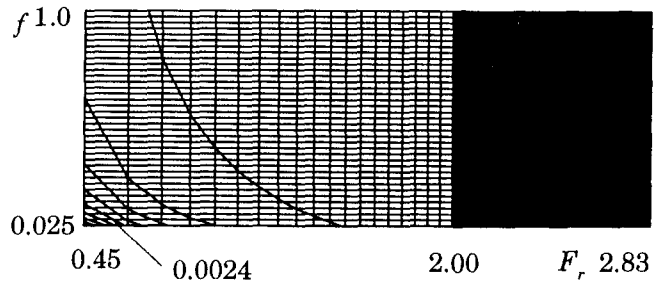


図-3 $k=0.01$ (上図)， $k=1.00$ (下図)における擾乱の成長率(黒塗は成長率が負であり不安定な領域を示す)

分量に対する保存則を満たすことにより，SGSの効果は式(12)の右辺第1, 2, 3項のように示されることを意味する。

式(12) ($c_0=1$)を用いて1次元で検証した結果を，図-2に示す。横軸に，式(6)を用いてGSを小さくとした場合 ($l=1.0m$) の計算結果(厳密解に近い貯留量の結果)，縦軸にGSが大きい場合 ($l=250.0m$) の計算結果(式(6)を直接差分した結果：×，式(13)を用いた結果：○)を示す。厳密解との一致を示す実線上に，式(12)を用いた結果が一致しているのが分かる。式(12)を用いることで，保存性が保たれている。

3. 1次元安定解析を用いた地形勾配の変化

国土数値情報等の測定された標高から直接計算される勾配は，実河川において河床変動によりステッププールが形成され，河床勾配が平均的にゆるやかなものへと変化していることを考えると，かなり大きな地形勾配を与えてしまう可能性がある。一定勾配，定常1次元において，浅水流方程式から計算されるフルード数 (Fr^2) は i/f (地形勾配/抵抗係数) で与えられる。そこで，1次元安定計算を行なうことにより，限界の Fr^2 を算定し，限界勾配を導き，それ以上の勾配では河床変動によりステップやプール等が形成されると考え，それ以上の勾配を限界勾配へと修正する。安定解析に用いる方程式は，式(13)，式(14)で示される1次元浅水流方程式である。本研究において，河道は図-1に示されるように十字にクロスしたものであり，大部分が直線であることから1次元での計算を行なった。

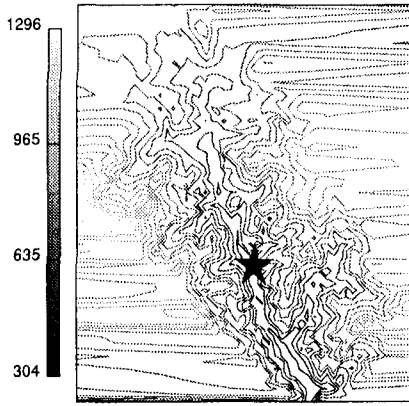


図-4 計算対象流域である小樽内流域
(★が最下流端を示す)

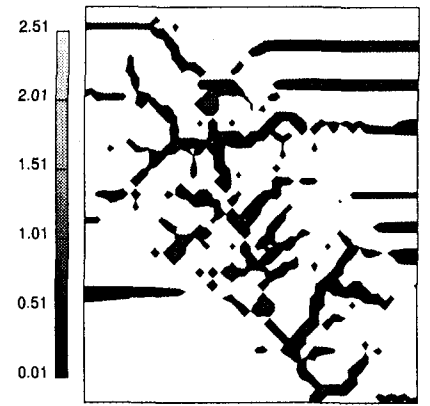
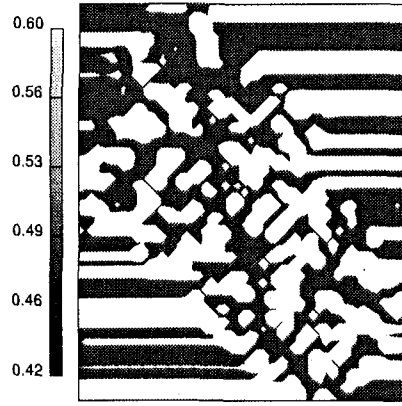


図-5 0.59m以下を白抜きで示した浸透層内の水分量分布図(左図)
0.20m以下を白抜きで示した表面流水深分布図(右図)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial x} - g \frac{\partial h_s}{\partial x} - f \frac{u}{h} \sqrt{u^2} & (13) \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} = 0 & (14) \end{cases}$$

定常状態での解を、式(15)-式(20)のように基本解として与え、擾乱を式(19)、式(20)のように与える。

$$\begin{cases} u = U + \tilde{u} & \begin{cases} U = \sqrt{gIh_0/f} & (15) \\ h = H + \tilde{h} & \begin{cases} H = h_0 & (16) \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (17) \quad (18)$$

$$\begin{cases} \tilde{u} = u_a \exp\{i(kx + i\omega t)\} & (19) \\ \tilde{h} = h_a \exp\{i(kx + i\omega t)\} & (20) \end{cases}$$

成長率である ω の実部は、式(21)のように導かれる。

$$\begin{aligned} \omega_r = f - \frac{1}{4F_d^2} & \left[16f^2 F_d^4 - 8F_d^2 \{ f^2 F_d^2 + F_d \right. \\ & \left. - (f^4 F_d^4 - 2f^2 F_d^3 k^2 + f^2 F_d^6 k^2 \right. \\ & \left. + F_d^2 k^4) \}^{1/2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (21)$$

図-3に、式(21)により計算される成長率を示す。 $k=0.01$ と $k=1.00$ の場合において、安定度の大きな領域が、それぞれ抵抗係数が小さい場合と大きい場合に分かれて現われている。Heyの式で与えられる抵抗係数は、 $d_{84}=0.2\text{m}$, $B=5.0\text{m}$ とすると、 $h=1.78\text{m}$ を境としてその水深まで減少しつつ、その水深以降は増大する。つまり、 $h=1.78\text{m}$ 付近では長周期の擾乱がもっとも発達しにくい状態であることが分かる。逆に考えると、高波数の擾乱は $h=1.78\text{m}$ においてもっとも発達しやすいことが分かる。不安定な領域は、図より波数によらず、フルード数が2以上であることが分かる。これは、式(13)-式(20)を解析することにより、中立な状態での方程式が式(22)のように導かれ、不安定領域が式(23)で与えられることから確認される。式(23)

より、波数に関係ない安定勾配が式(24)のように導かれる。

$$4f^2 F_r^2 - \left(\frac{\partial h_s}{\partial x} \right)^2 = 0 \quad (22)$$

$$F_r^2 > 4 \quad (23)$$

$$\frac{\partial h_s}{\partial x} < 4f \quad (24)$$

以上のことより、抵抗係数が小さな時には高波数の擾乱が発達しやすく、ステップやプールを作り、河床形状を式(24)が成り立つように変化させると考えられる。これにより、式(24)以上の勾配は、計算の中で $4f$ へと変更する。

実際の山地河川での代表的なフルード数は、最大でも、 $h=0.50\text{m}$, $u=1.00\text{m/sec}$ とすると、 $F_d^2=0.2041$ となる。この値は、式(23)で導かれた $F_d^2=4.00$ よりかなり小さく、式(11)による抵抗則が成り立っているとすると、より小さなフルード数となるように河床形状が変化(地形勾配をゆるやかにする、もしくはステップやプールによるエネルギーの損失)していると考えられる。上述の通り、フルード数は定常状態において、勾配と抵抗係数から決定される。抵抗係数は式(11)により与えられるもので、よほど大きな水深が与えられなければ、計算条件で大きな影響を及ぼすほど変化するものではない。そこで、フルード数を実河川における現象と一致させるためには、勾配を変化する必要がある。その際、地形の勾配の違いによる流れの変化も維持される必要があるため、全体の勾配を一定の縮尺率で縮小することとする。

4. 平水時の再現計算

実河川での洪水の再現計算を行なう前に、外的な表面流への水量の供給がない場合、つまり降雨などがな

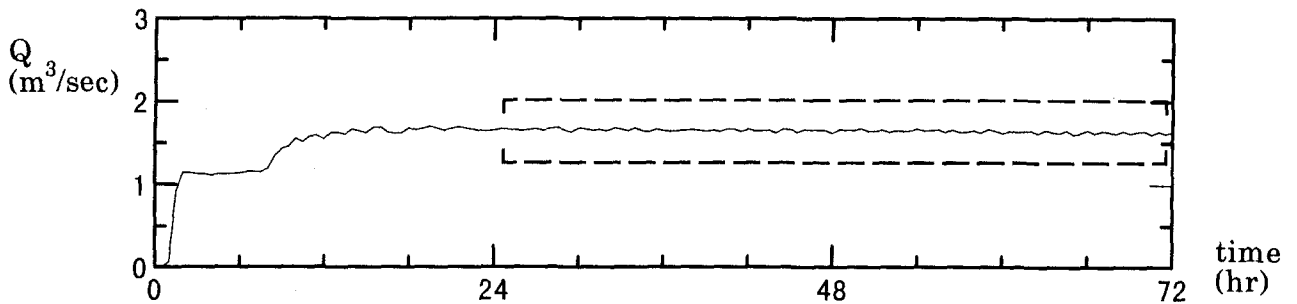


図-6 初期状態から4日後までの小樽内流域における流量変化図

い場合の再現計算を行なう。計算に用いた対象流域は図-3に示される★を下流端とする小樽内流域であり、流域面積 67km^2 である。計算領域は図-4に示される全領域であり、国土数値情報より 250m 間隔 53×62 メッシュに分割して計算を行なった。時間積分間隔は、浸透流と表面流の速度差が大きいため、浸透流は 150sec 、表面流は 0.25sec とした。計算初期条件は、浸透流に関して流域を完全に飽和させ、表面流に関して表面流無しとした。表-1に、計算に用いた条件を示す。

表-1 計算条件

$k_s=0.05\text{cm/sec}$	$D=k_s/2$
浸透層厚 $=1.0\text{m}$	$w _{z=H}=0.00000115\text{cm/sec}$
$\theta_s=0.6$	$\theta_r=0.2$
$\beta=5.0$	川幅 $=5.0\text{m}$
$d_{g4}=0.20\text{m}$	$d_{g0}=0.20\text{m}$

図-5に、初期状態から4日経過した後の水分量 0.59m 以上のみを表示した図と、表面流水深 0.20m 以上のみを表示した図を示す。水分量 0.60m が飽和であるから、図中で示される形状は浸透流から表面流への変化が生じる領域を示している。この領域と水深 0.20m 以上の領域を比較すると、およそ一致していることが分かる。これは、浸透層内飽和領域から生じた水分が表面流の形成に大きな役割を果たしていることが分かる。図-6に、小樽内流域における初期状態から3日までの流量変化図を示す。初期の段階において、表面流が存在していないため、計測地点へと浸透流による影響が出る3時間後程度までは、流量がゼロであることが分かる。表面流が現われ出した後は、浸透流と表面流が平衡状態に達し、最後まで一定の流量が現われた。一日を過ぎたあたりでは、浸透層内での水分の表面流への供給が徐々に減少し、その影響で表面流における流量も減少している。図中に流量の減少部を波線で示す。浸透流方程式からも分かるように、表面流への水分の供給は急激に減少するものでなく、その減少率は小さくなってゆくと考えられる。以上のことから、この浸透流と表面流を矩形グリッドで接合させたモデルを用いることにより、kinematic wave法など

で生じる、降雨等の外的な水分の供給がない場合流量が数日でゼロになってしまうといった問題は、生じないことが分かる。これは、長期間における流出の再現を可能にするものである。

5. 洪水時の再現計算

図-7に計算に用いたハイドログラフを示す。雨量としては 10mm/hr を越えない程度の規模の小さな降雨であったが、この降雨の一週間前まで別の降雨が観測されなかったことから、この降雨を再現計算の対象とした。図-7には、再現計算結果も示す。図-8に図-5と同じ手法で図化した、再現計算7時間後(ピーク時)の水分量分布図と、表面流分布図を示す。水分量分布図について、初期状態のものと比較すると飽和に近い領域が広がっており、広い範囲で降雨をすぐに表面流へと変化させることが出来る状態であることが分かる。初期の水分分布を得るために用いた方法が、飽和状態から降雨なしで3日後のものを利用するというものであったため、十分な排水を行なうことが出来ず、このように規模の小さな降雨でさえ飽和に近い域がかなり広く現われたものと考えられる。表面流の分布図に関してみると、Heyの式を適用できる水深以上の領域がかなり広く現われているのが分かる。これは、水分量分布図において飽和域がかなり拡大していたために、降雨から表面流への変化分が増大したことに起因している。計算時間を十分に取らずに初期状態としたため、極端な河道網の変化が計算により現われたが、平水時と洪水時での河道網の変化を考慮するという点では、良い結果が得られたものと思われる。

再現計算について、ピークの流量とその位置に関しては、実降雨と良い一致を示している。立ち上がり部は、一時間程度のピークのずれが示す通りシフトした形で現われているが、傾向を示す傾きはおよそ一致している。しかし、減衰部において、その傾向が若干違っている。実際の流量はピークを生じた後すぐに最大の減衰勾配を生じているが、計算ではピーク流量発生後しばらく最大減衰勾配を生じず、およそ9時間後に

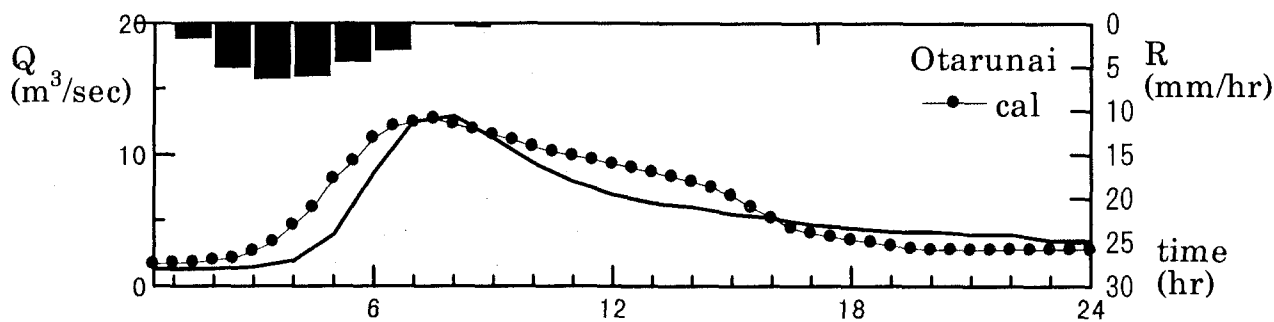


図-7 小樽内流域におけるハイドログラフと再現結果

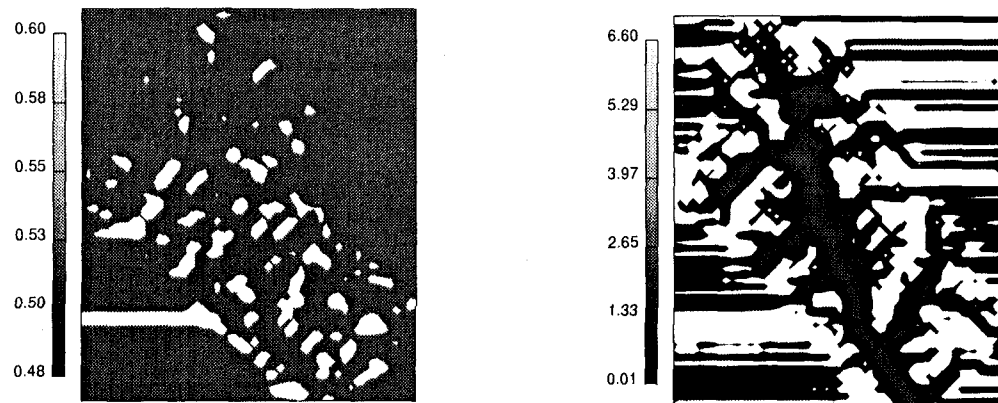


図-8 再現計算7時間後における、 $0.59m$ 以下を白抜きで示した浸透層内の水分量分布図(左図)
 $0.20m$ 以下を白抜きで示した表面流水深分布図(右図)

現われている。このずれ時間は、一様に降った降雨が流下して行き観測点に達するまでの時間であると思われる。このモデルは、ある一定の損失以外は考慮していないため、降雨や浸透からの表面流へ変化した水量は必ず地形的に収束した地点を通過する。これが、ずれ時間を生じさせていると思われる、それを改善するためには、洪水時における岩盤亀裂などによる損失、または洪水時において河道周辺に発生するといわれるパイプ流などを考慮する必要があると思われる。

6. まとめ

矩形グリッドを用い、流出解析を行ない、以下の結果が得られた。

(1)SGS効果を考慮した浸透流方程式

山地勾配が大きく、非線型性の強い浸透流方程式を大きなグリッドで計算するために、SGS効果を考慮した浸透流方程式を構築し、厳密解とのよい再現性が得られ、水分量の保存性が満たされることが分かった。

(2)浅水流1次元安定計算

浅水流方程式に定常解の基で擾乱を与えることにより、山地河川においてはフルード数が2.0以下に調整されることが分かった。

(3)平水時の再現計算

土壌を飽和した状態から3日間降雨なしで計算した結果、長期にわたる平水流量の計算が、本方法により可能であることが分かった。

参考文献

- 1) 中山恵介, 伊藤哲, 長谷川和義, 藤田睦博: 全流域を矩形グリッドで覆った浸透流出解析法に関する研究, 水文・水資源学会1997年研究発表会要旨集, pp. 23-24, 1997.
- 2) 渡部靖憲: 種々の波浪条件における流体運動機構に関する研究, 北海道大学博士論文, 1997.
- 3) 渡部靖憲, 佐伯浩: 砕波帯内のダイレクトシミュレーション, 海岸工学論文集第43巻, pp. 71-75, 1996.
- 4) Watanabe, Y., H. Saeki: Numerical analysis of breaking waves, Hydraulic Engineering Software VI, pp. 385-394, 1996.
- 5) 長谷川和義: 山地河川の形態と流れ, 水工学シリーズ88-A-8, 1988.
- 6) Colin R. Thorne, Aff. M. ASCE, and Lyle W. Zevenbergen: Estimation Mean Velocity in Mountain Rivers, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 111, No. 4, pp. 612-624, 1984.
- 7) 中山恵介, 佐藤圭洋, 堀川康志: CIP法を用いた浅水流方程式の数値計算手法の開発, 第42回水工学論文集, 1998, 投降中

(1997. 9. 30受付)