

相対水深が小さく勾配が急な場での流砂量と抵抗則

BED LOAD AND FRICTIONAL FORMULA UNDER HYDRAULIC CONDITION IN SMALL RELATIVE DEPTH AND STEEP SLOPE.

大同 淳之¹・中川 拓也²

Atsuyuki Daido and Takuya Nakagawa

¹ 正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科 (〒525草津市野路東1-1-1)

² 立命館大学学生 理工学部土木工学科 (〒525草津市野路東1-1-1)

In the natural steep slope stream, the bed load have occurred in the depth are two or three times as the sediment diameter. To satisfied the similitude between the model and the prototype for the bed load, $(h/d)_r=1$ must hold by the fluid dynamic equation and $(\tau^*)_r=(h/d)_r=1$ must hold by the sediment dynamic equation. Authors was investigated the bed load and the frictional formula under the conditions of the steep slope and the small relative depth. The bed load in those region decrease compared with its in the gentle slope and large water depth in same τ^* . This reasons are in the decrease of velocity near the bed and the pickup rate in $h/d \leq 10$. This paper discussed the velocity gap from the log formula near the bed and the decrease ratio of the pickup rate. The bed load in the small relative depth was expressed as the function of the τ^* , $f(h/d)$ and (u/u_*) .

Key Words : bed load, steep channel, velocity distribution

1. はしがき

急勾配の河道では、粒径の2, 3倍程度の水深で流砂現象が生じている。このように相対水深が小さい領域での流砂現象、例えば流砂量は、相対水深の大きい場でのそれとは、流れの流速分布、抵抗則が異なるために、相対水深の大きい場で得られたものとは違うのではないかと考えられる。従来、粒砂の問題は、砂粒Reynolds数 $u_* d/\nu$ 又は τ_* が等しければ、力学的相似が成立すると考えられているが、急勾配で相対水深が小さい場では、 $u_* d/\nu$, τ_* のほかに h/d が等しくなければ力学的相似が成り立たないと考えられる。

勾配が土砂の集合流動を起こす限界より急なところでは、流砂現象は主として勾配に依存し、粒径効果が無くなるが、それ以下の勾配のところでの砂粒の移動は個別粒子としての移動で、現実には個別粒子としての移動の水理学的範囲は広い。急勾配の流砂量に関する従来の研究は、芦田ら¹⁾によって限界掃流力に h/d によって補正が導入され、流砂量については、水山²⁾は掃流力に前記限界掃流力の補正を導入した。辻本³⁾らは、相対水深の小さいところでは流速分布が h/d の大きいところとは違うとして補正係数 β を導入し、流砂量を説明している。しかし、 β の物理的機構については、明らかにされていない。

本研究は、相対水深が小さい場で流砂量を測定し、同じ τ_* であっても、相対水深が小さいときは、大きい場合に比較して流砂量が少なくなる結果を得た。その原因は、急勾配で相対水深が小さいとき、砂礫に作用する底面近傍の流速の減少にあると考えられる。床面はplane bedの場合でも粒径程度の凹凸が存在し、このroughness sublayer内で、突起した礫のまわりを循環する流れによるせん断応力が生じると考え、この考えにもとずいて砂礫に作用する流速を求めた。流砂量の予測においては、 h/d の減少に伴うpickup rateの減少を h/d の関数として表し、これと流速を流砂量式に導入して流砂量の予測を行う。

2. 砂礫の流動の相似律を支配するパラメーター

勾配の急な河道を球状の粒子が河床に接触して移動するとき、運動方程式は慣用の記号を用いて

$$\sigma \frac{\pi d^3}{6} \frac{du_s}{dt} = C_D \frac{\rho \pi d^2}{2 \cdot 4} \left\{ (u - u_s) \right\} (u - u_s) - \left\{ (\sigma - \rho) \frac{\pi d^3}{6} g \cos \theta - C_L \frac{\rho \pi d^3}{4} (u - u_s)^2 \right\} u_s - \frac{\rho \pi d^3}{2 \cdot 6} \frac{du_s}{dt} + \rho \frac{\pi d^3}{6} \frac{du}{dt} + \left\{ (\sigma - \rho \cos^2 \theta) \frac{\pi d^3}{6} g \cos \theta \right\} \quad (1)$$

表-1 実験の範囲

$d(\text{cm})$	I	h/d	τ_*
1.67	0.032~0.038	2.96~3.84	0.064~0.110
1.35	0.050~0.045	2.15~2.67	0.065~0.078
0.85	0.050~0.022	2.02~6.59	0.052~0.123
0.60	0.041~0.032	3.50~5.42	0.083~0.129

となる。各項を左辺の項との比で表すと、力学的相似のためには、原型と模型の比を r とすると

$$(C_D - \mu_s C_L)_r = 1, \left(\frac{gd \tan \theta}{u_*^2} \right)_r = 1, s_r = 1 \quad (2)$$

を満たす必要がある。第1項は抗力係数、第2項は相対水深 h/d と勾配、第3項は砂の比重の相似を規定するものである。流れの運動方程式および連続式は、 α を運動エネルギーの補正係数として

$$\frac{Q_r}{g A_r t_r} = I_{br} = \frac{h_r}{X_r} = \frac{\tau_{or}}{g R_r} = \frac{\alpha_r Q_r^2}{g_r A_r^2 X_r} \quad (3)$$

$$A_r / t_r = Q_r / X_r \quad (4)$$

で、流砂に関する相似則として

$$\tau_{or} / \rho_r = R_r \cdot h_r \cdot X_r^{-1} \quad (5)$$

$$\alpha_r = 1 \quad (6)$$

(5)式は抵抗則、(6)式は流速分布の相似である。流砂の実験において、これらを最初から規定して実験を行うことは難しいが、この2つの規定を代表するものとして $(h/d)_r = 1$ を満たしている必要がある。実験水路の中で得た現象を、原型に適用するとき、上述の相似の条件を満たしている範囲のものでないといけなと考える。

3. 相対水深が小さい領域の流砂量

(1) 相対水深が小さい領域での実験

砂粒子の移動が個別移動のとき、その運動は砂のpickup rateとstep lengthによって規定される。そこで砂の移動を集団粒子によるトレーサ法によって測定した。用いた水路は幅0.35m、長さ13m(有効10m)で、実験の継続時間はトレーサの先頭が水路に流出するまでとし、水理条件で異なるが平均2時間である。実験の範囲は表-1に示す。

(2) 砂礫に作用する有効掃流力の決め方

河床高の定義は砂粒子の頭部を連ねた線から平均径の1/4下ったところとした。全せん断力は河床摩擦力および砂を動かす力に費やされるので、河床摩擦力は河床波が発達していないときは限界掃流力 τ_{*c} と等しいとして、砂を動かす有効摩擦力は $\tau_* - \tau_{*c}$ とする。実験の全ての範囲で河床波の規模は測定し得ない程度のスケールでplane bedとみなされた。全ての場合について、側

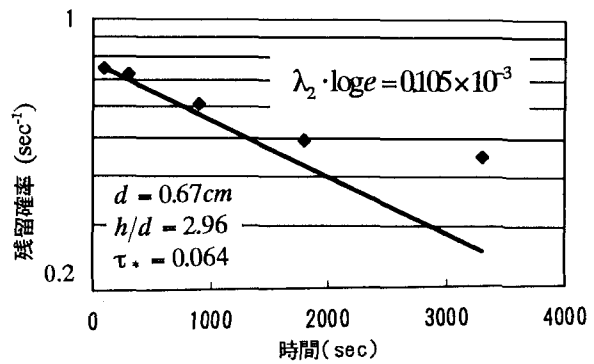


図-1 残留確率の時間的变化

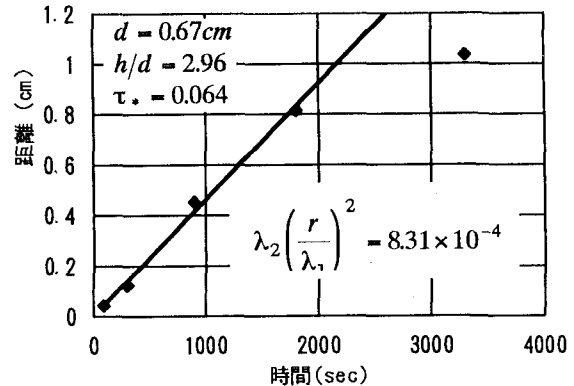


図-2 砂礫の移動速度

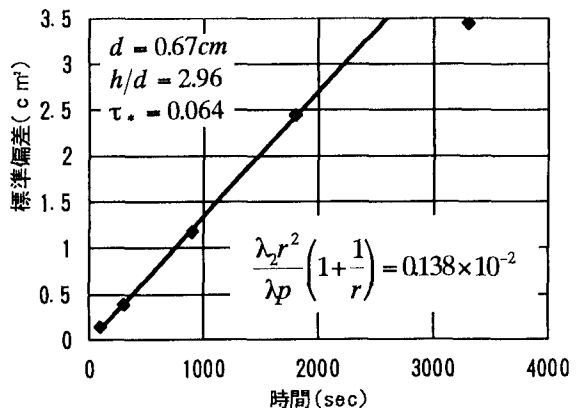


図-3 標準偏差の時間的变化

壁の効果を、足立の方法⁴⁾によって除外した。

(3) Pickup RateおよびStep Lengthに現れる相対水深の特性

この実験ではトレーサ粒子のpickup rateは指数分布、step lengthはガンマ分布であるとしてパラメータ λ_1 , λ_2 および r を定めた。ここに λ_1 はstep lengthの分布を示すパラメータで $[L^{-1}]$, λ_2 はrest periodの分布でのパラメータで $[T^{-1}]$, r はstep length関数のパラメータである。ガンマ分布を用

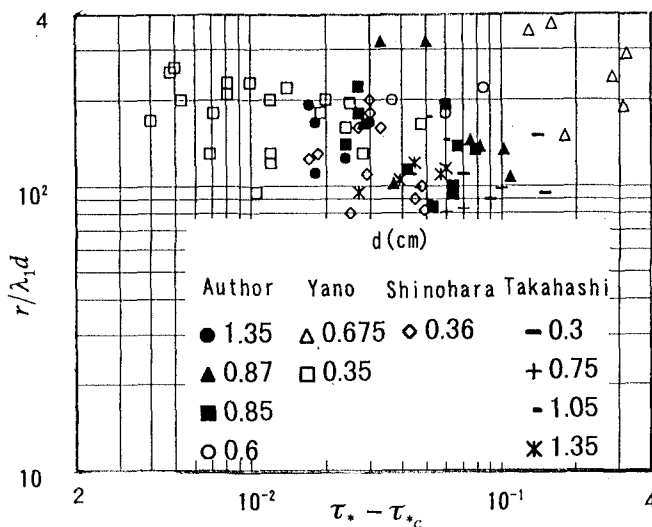


図-4 step length の比較

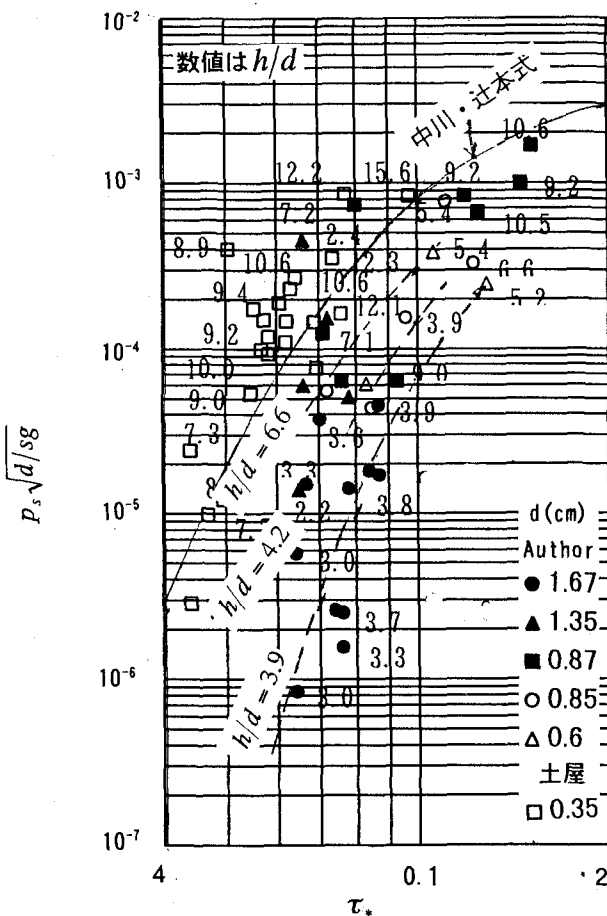


図-5 pickup rate の h/d による減少

いた理由は、1 個の粒子のトレーサーによったときの適合性と、 λ_1 、 λ_2 および r をきめるについて、トレーサー粒子の置き方に入る人為的影響を除外するためである。このモデルでは以下の諸量はつぎのように表される⁵⁾。

$$\text{残留確率 } f(t) = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \quad (7)$$

$$\text{平均移動距離 } \bar{x} = \int_0^\infty x \cdot f_1(x) dx = \lambda_2 tr / \lambda_1 \quad (8)$$

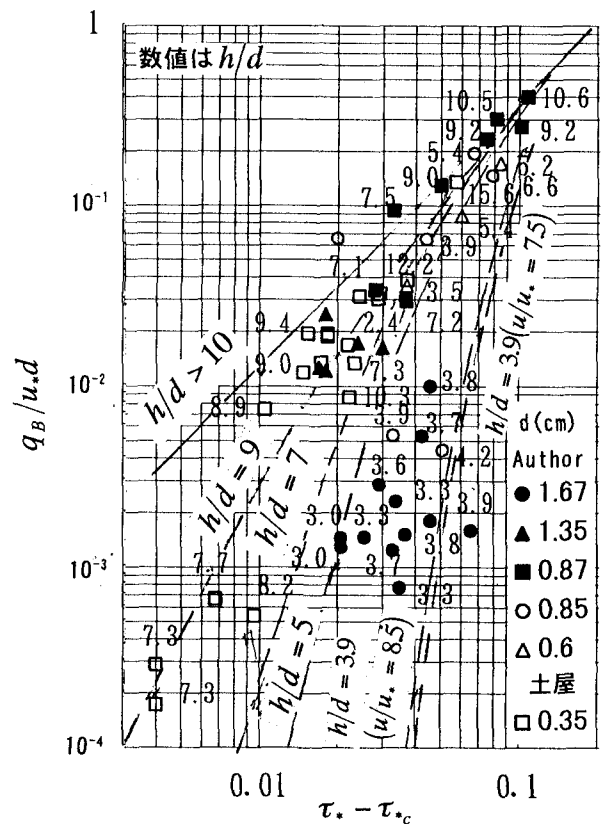


図-6 h/d による流砂量の減少

$$\text{標準偏差 } \sigma_s^2 = (\lambda_2 t / \lambda_1^2) (r+1) \quad (9)$$

集団トレーサー法による(7)～(9)式の適合性を図-1～3に示す。上式のモデルでは、pickup rateは λ_2 、平均step lengthは、 r/λ_1 に相当する。Step lengthの測定値を既往の結果と共に図-4に示す。引用した矢野ら⁶⁾、篠原ら⁷⁾および高橋⁸⁾の実験は全て $h/d > 10$ で、図からstep lengthは h/d が小さくなると小さくなる傾向を示すが、一応 $100d$ とみなせる。pickup rate p_s は図-5に示す。 p_s は τ_s が同じでも h/d の減少に伴って、 $h/d > 10$ に対して10～50%小さくなっている。図中の実線は中川・辻本の理論値で、この式は $h/d > 10$ の矢野、篠原、高橋らの実験値と一致しているので $h/d > 10$ に対応する値とみなす。鎖線は同じ h/d についてbest fit curveとして引いた。鎖線の τ_s に対する p_s の傾向は $h/d > 10$ と相似である。

Pickup rateに関係する外力は、砂に作用する平均流とその乱れである。乱れは大きさは平均流に支配されるので、砂の高さでの平均流の変化が関係していると考えられる。

(4) 流砂量

本実験で測定した流砂量を図-6に示す。同じ $\tau_s - \tau_{sc}$ に対して h/d の小さいときは流砂量は少なくなっている。図中の点線については後述する。

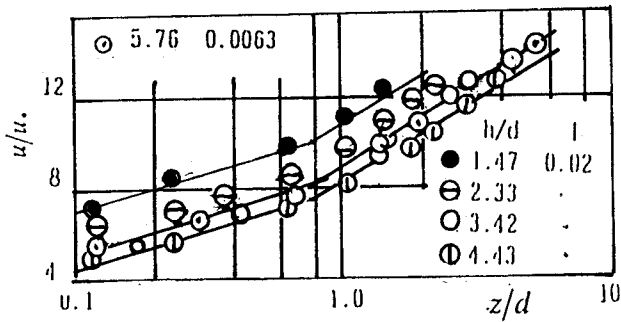


図-7 移動床、同粒径からなる粗面状の流速分布

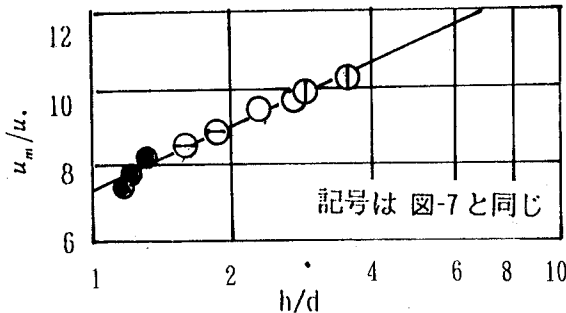


図-8 移動床、同粒径からなる粗面状の平均流速分布

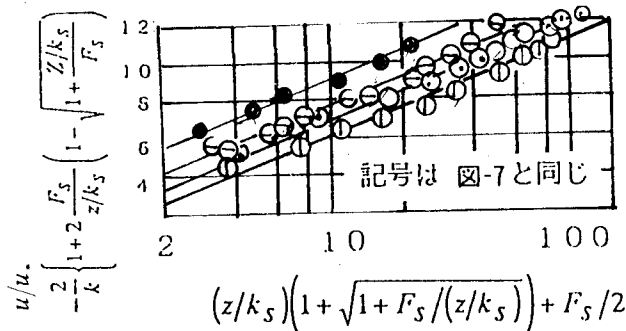


図-9 粒子による応力増加を考慮したときの流速分布

4. 相対水深の減少に伴う砂礫面近傍の流速の変化

(1) 相対水深が小さい場の砂礫面近傍の流速分布

相対水深が小さくて砂礫を流すため必然的に急勾配になる。従来から急勾配になると、抵抗が増すことは滑面でも知られており、その理由は、滑面の場合には水表面の乱れによる乱れの増加とされている。粗面の場合には、それに roughness sublayer での乱れが加わる。

移動床に用いた粒径と同じ、 $d = 1.27\text{cm}$ の砂の固定床で流速を測定した結果を図-7に示す。相対水深の大きさにかかわらず、従来から言われているように、底面近くの roughness sublayer で流速が一樣になる領域がある。滑面上を砂礫が堆積せずに流れているときも、底面より粒径の1.5倍の範囲で流速が一樣化を示すことを著者は確かめた。ただ相対水深が大きいときは、その上部に、 $k = 0.4$ の shear flow の層が直結するが、相対水深が小さいときは、roughness sublayer の上に、 k が小さい層が生じ、 $k = 0.4$ となる層が観測されない場合が多い。これは、roughness sublayer と

surface shear flow のあいだに buffer 層が存在すると考える。 h/d が小さいときは roughness sublayer と buffer layer のみとなり、 h/d が大きい、質量力が大きい流れでは、buffer layer がうすく、場合によっては消失していると考えられる。この roughness sublayer と buffer layer のみからなる流れでも、平均流速を対数分布則であらわしたとき、buffer layer の領域が相対的に大きいので図-8に示すように対数則の成立を示すが、 k の値は底面の流速分布とは異なる値を示す。図-7の形で砂礫に作用する流速を表すと、上、下層の k の値と境界の位置および砂礫面の境界条件を定める必要があり、これらの決定が煩雑である。

(2) Roughness sublayer 内の流速分布

Roughness sublayer 内では、粗度要素による剥離から噴出が生じるといわれている。これをつぎのようにモデル化する。床面上に突起物または突起して移動する砂礫があるとき、その周りをまわる流れが生じる。この流れで突起物の近傍で主流に平行な面を上昇および下降する流れが生じる。1個の突起物による上昇、下降する単位面積あたりの質量差を ρq とする。この q は主流の速度勾配および突起物の遮蔽面積に関係するので $q \propto cd^2(du/dz)$ 、ここに c は突起物の面積係数で、 cd^2 で水のあたる面積を表す。単位面積に j 個の突起があるとき、高さ z に生じるせん断力はその点の流速を u として、運動量の差から

$$\tau = \rho \beta u (du/dz) \quad (10)$$

ここに、 $\beta = jcd^2$ と表す。roughness sublayer 内では乱れによるせん断応力にこの応力が加わるとする。

$$\tau = \rho l^2 (du/dz) + \rho \beta u (du/dz) \quad (11)$$

とする。この式を $z = z_0$ で $u/u_* = u_0/u_*$ として解くと、

$$u/u_* = (1/k) \ln \left\{ \left(z/k_s \right) \left(1 + \sqrt{1 + F_s / (z/k_s)} \right) + F_s / 2 \right\} + \frac{2}{k} \left\{ 1 + 2 \frac{F_s}{z/k_s} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{z/k_s}{F_s}} \right) \right\} + A_r \quad (12)$$

ただし、 $F_s = \beta u_* / 2kv$ で突起による剥離の効果を表す。実験では粒径 12.7mm の砂礫を 1.71cm^2 に1個はりつけてあり、上部から $(1/4)d$ に相当する面に水が当たっているとして、 β を決め、式(12)を計算した結果は、図-7の結果が図-9のように全部の実験を通じて、かつ buffer region, roughness sublayer を通じて、一定の k で説明できることを示した。結果的に、砂礫の高さにおける流速は、相対水深よりも砂面の構成に支配されることが示された。 k は 0.57 で、buffer region のそれと一致し、 A_r は $F_s \approx 0.67 \sim 0.8$ の範囲で 1.6 ~ 4.6 であった。

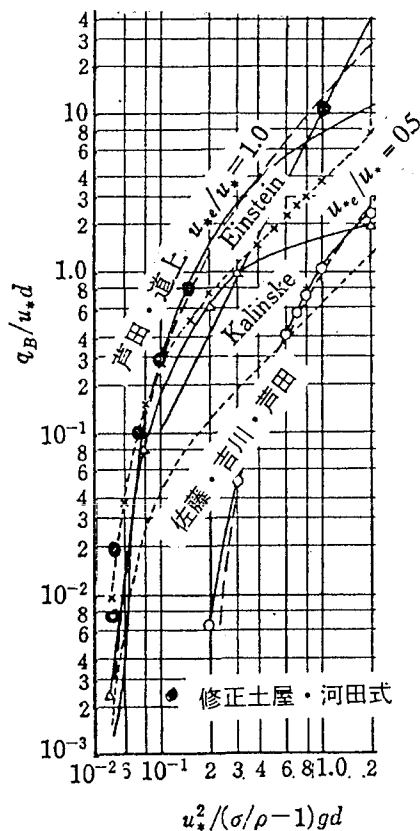


図-10 修正土屋・河田式と他の公式との比較

5. 相対水深の減少に伴う流砂量

相対水深の減少に伴う流砂量の減少は、飛び出し確率と底面付近の流速の減少であるが、ここまでの考察では前者の影響が大きい。砂礫の移動形式は個別粒子が転動または跳躍で流砂量は跳躍モデルによる必要がある。この砂礫の移動形態の現象を説明する式として、土屋ら⁹⁾は、(1)式より出発して、決定論的に単位時間、単位面積あたり飛び出す砂粒量 G_0 を m を砂礫の質量、 N を個数として次式で表した。

$$G_0 = mN = \frac{1}{\sqrt{2g}} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho} + \frac{1}{2}} \left\{ \frac{e \tan \beta}{1-e} \right\} \left(\sqrt{\frac{\lambda_m}{4}} L_m \right)^{-1} \quad (13)$$

$\lambda_m = 4H_n/L_m$

ここに e 、砂礫の反発係数、 β 、砂礫の飛び出し角度、 H_n 、 L_m 、砂礫の平均跳躍高さおよび平均跳躍距離である。そして流砂量式を次式で表した。

$$\frac{q_B}{u_*d} = \frac{e \tan \beta}{1-e} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho}{\sigma} \right) \frac{u}{u_*} \times \left\{ (1+e) - \sqrt{(1-e)^2 + \frac{2(1-e)}{\frac{3}{4} \lambda C_D \left(\frac{u}{u_*} \right)^2 \tau_*}} \right\} (\tau_* - \tau_{*c}) \quad (14)$$

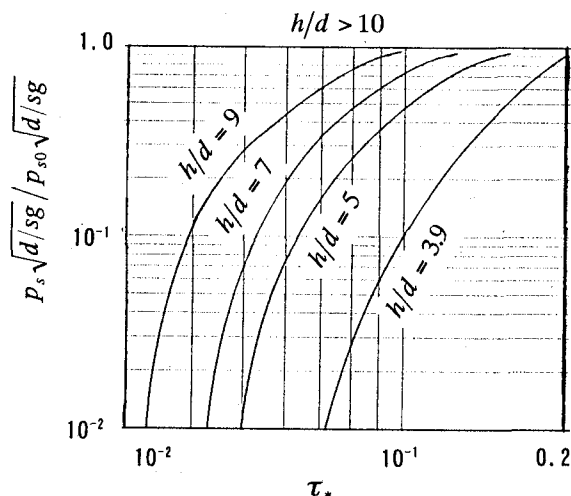


図-11 $h/d < 10$ に対する pickup rate の減少率

この式の $\left\{ \right\}$ は、 H_m および L_m の量を表す。土屋らの決めた、 $e = 0.55$ 、 $\lambda = 0.4$ 、 $\tan \beta = 0.268$ を用い、 u/u_* は 8.5 とし、既往の流砂公式と比較したとき、芦田・道上式の、 $u_c/u_* = 0.5$ と $u_c/u_* = 1.0$ との間に入り $1/0.33$ をかけると、図-10 に示すようにと一致する。ここでは $h/d > 10$ については $1/0.5$ を乗じたときが測定値の下限をとっているの、乗数を $1/0.5$ とする。式(13)は、主として飛び出し確率の力学的機構を説明するものと考えられる。飛び出し確率の減少は h/d の減少に伴う乱れのスケールの減少に対して、砂礫の重さが相対的に大きくなったためと推定できるが、これを力学的に決めるのは困難であるから、pickup rate の測定値から推算する。pickup rate の期待値は式(13)に見合うと考えられるので、 h/d が関係する場合の pickup rate は式(13)に h/d の関数 $f(h/d)$ が関与するとして、

$$p_s (A_s d^2)^{-1} \approx f(h/d) mN \quad (15)$$

とし、 $h/d > 10$ については、中川・辻本の式¹⁰⁾

$$p_s \sqrt{d/sg} = 0.03 \tau_* (1 - 0.035/\tau_*) \quad (16)$$

で説明できるとし、 $h/d < 10$ については、図-5 において、同じ τ_* において、式(16)に対する比で与えられるものとする。同じ h/d についての p_s の測定値が少ないので、これを一般的な形で表すことは難しいが、例えば測定値の多い $h/d \approx 3.9$ については図中の点線のように決め、式(16)の比を表すと図-11 のようになる。この関係を $f(h/d)$ とする。

この $f(h/d)$ を式(13)に与えて、流砂量式(14)を計算すると、図-6 において $h/d = 3.9$ について、点線のようになる。このケースで $u/u_* = 7.5$ の場合の計算結果も付記した。 $h/d = 6.6$ 、 4.2 についても

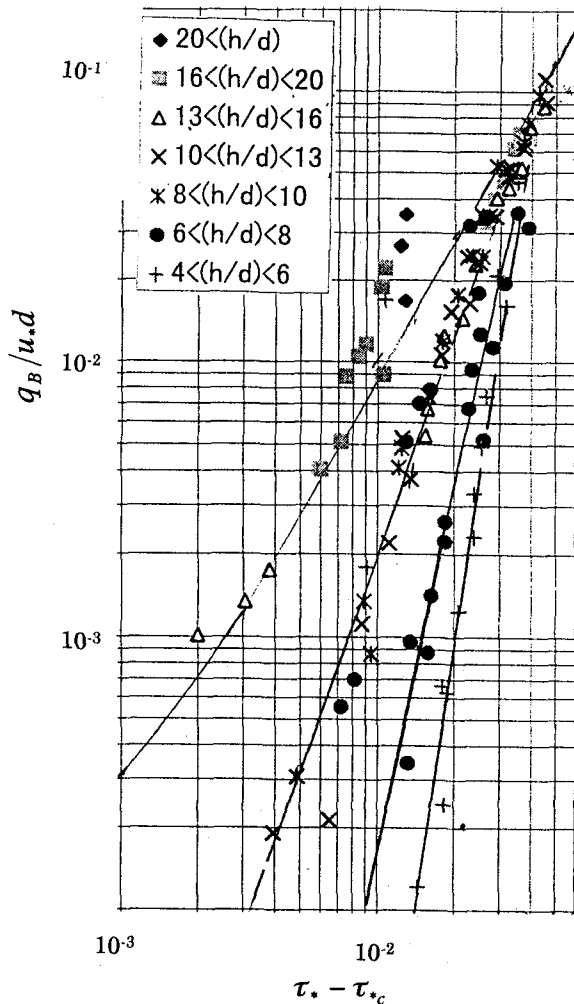


図-12 実験値に予測式の適用結果
(Suszka¹¹⁾ のデータ)

$h/d = 3.9$ と同じ傾向で減少するとみなして p_s の減少率を決め、丸めた値で図-11に表した。これによって流砂量を求めた結果も図-6に記入した。測定した流砂量は一般に散らばりをもつが、計算で求めた線は測定値に近い。図-12は急勾配で測定されたSuszka¹¹⁾のデータを、彼らの示す限界掃流力 τ_{*c} を用いたときは $\tau_* - \tau_{*c}$ が負になるので、芦田¹⁾による限界掃流力を用いた $\tau_* - \tau_{*c}$ について表示したもので、相対水深が小さいものほど、流砂量は小さいことを示す。図中の $h/d \leq 10$ については式(14)に $1/0.5$ を乗じたものに、図-11の $f(h/d)$ をかけ、 $u/u_*' = 7.5$ としたときの結果である。

したがって相対水深の小さい場での流砂量は式(14)に、図-11で与えられる補正率をかけ、式(14)中の u/u_*' については、砂面の突起物の量とその密度を求めて式(12)で評価すれば求められる。

6. 結び

(1) 流れおよび砂の運動方程式の相似より現地で

h/d の小さい場での流砂量は同じ h/d の実験値より求める必要がある。

- (2) h/d の小さい場では、同じ $\tau_* - \tau_{*c}$ でも h/d が10以上は、従来の予測式と変わらないが h/d が10以下になると h/d が小さくなるに従って流砂量が減少する。その要因はpickup rateの減少と流速が従来の対数則で予測するものより減少することにある。
- (3) 流速の減少はroughness sublayer内で凹凸が相対的に大きくなり、このときの流速は砂面に突起する砂礫のまわりを循環する流れによるせん断応力が付加されているとして、流速式をみちびき、層によって流速分布係数の変化するのを、みかけ上1つの係数で表し、流速の予測を容易にした。
- (4) 砂礫の移動が各個粒子の転動、跳躍型式であるから跳躍をモデル化した式(14)に図-11に示すpickup rateの補正率と、式(12)で述べた流速を導入することによって、流砂量が予測できることを示した。
- (5) 飛出し確立の補正についてさらに解析的裏付けが必要であるが、実用的にはこの方法で十分利用できる。

参考文献

- 1) 芦田和男・大同淳之・高橋 保・水山高久：急勾配流れの抵抗と限界掃流力に関する研究,京大防災研究所年報第16号B pp481-494 1973.
- 2) 水山高久：山地河川の掃流砂に関する研究,京都大学学位論文,pp96 1977.
- 3) 辻本哲郎・細川迭男：急勾配における礫の限界掃流力と流砂量,土木学会論文集第411号/II-12,pp127-134,1989.
- 4) 足立昭平：長方形断面水路の側壁効果に関する研究,土木学会論文集,第81号 pp17-26,1962.
- 5) Yang C.T. and W.W.Sayre:Stochastic Model for Sand Dispersion.Proc.ASCE, Journal of Hydraulic Division, Vol.97 HY2 265-288,1971.
- 6) 矢野勝正・土屋義人・道上正規：砂礫の流送機構の確率過程としての特性について,京大防災研究所年報第11号B pp61-73 1968.
- 7) 篠原謹爾・椿東一郎：河床砂礫の移動機構に関する考察,九州大学応用力学研究所所報第10号 pp85-90 1957.
- 8) 高橋正祐：河床礫の流送に関する実験的研究(第1報),新砂防 60, pp4-14 1966.
- 9) 土屋義人,河田恵照：Salutation機構にもとづく流砂量式について,土木学会関西支部学術講演会概要集 II-27, 1973.
- 10) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T. : Sand bed instability due to bed load motion, Proc. ASCE,Journal of the Hydraulics Division, 106, HY 12, pp2029-2051, 1980.
- 11) Suszka,I and Graf,W.H. : Sediment transport in steep channels Journal of Hydraulics science and Hydraulic Engineering, JSCE, Vol.5, No1 pp11-26 1987.

(1997.9.30受付)