

# 移動床におけるsaltation粒子の反発機構 に関する基礎的実験

EXPERIMENT ON COLLISION OF SALTATING PARTICLE  
WITH MOVABLE BED

後藤仁志<sup>1</sup>・酒井哲郎<sup>2</sup>

Hitoshi GOTOH and Tetsuo SAKAI

<sup>1</sup>正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606 京都市左京区吉田本町)

<sup>2</sup>フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606 京都市左京区吉田本町)

Collision and repulsion of saltating particle on a bed brings the irregular motion, which can be regarded as the physical background of non-equilibrium bed-load transport. In the most of the numerical models of successive saltation, the collision of saltating particle with bed-material particle is treated as the collision between two rigid bodies. While, on the movable bed, not only the bed-material particle colliding with the saltating particle but other particles in the neighborhood of the colliding particle are affected by the saltating particle. In other words, the consideration as the granular assemblies is required on the modeling of collision process on a movable bed.

In this study, to collect the basic information on the collision process on a movable bed, a physical experiment is conducted. The characteristics of the coefficient of restitution and the energy budget of the collision are investigated by analyzing the video film recorded by a high-speed camera.

**Key Words:** Collision and repulsion, Saltation, Bed-load motion, Bed-material particle, Granular material, High-speed camera

## 1. 緒 言

掃流砂の非平衡性は、砂粒子の不規則運動に起因するstep lengthの確率密度関数に規定されるが、この確率密度関数の推定には、砂粒子の不規則運動を数値的に追跡するLagrange型の数値シミュレーションが有効である。この種のシミュレーションでは掃流運動の支配的形態であるsaltationが対象とされるのが一般的である。saltationは、底面での不規則衝突・反発により不規則継続跳躍となるが、砂層表面での反発特性は、仮想反発面傾斜角と反発係数を変数とする仮想反発モデルで表現される。この場合、仮想反発面傾斜角は、底面粒子配置の凹凸に起因する反発面の不規則性を表現するため確率変数として処理され、一方、反発係数は、砂層表面との衝突前後の砂粒子の速さの関係を規定する経験定数として定義される。また、反発係数の推定は、saltation層厚や流砂量などの掃流運動のマクロ的特性量に基づいて行われるのが一般的である。

従来の反発モデルでは、saltation粒子に直接衝突される底面構成粒子とsaltation粒子の間の2体衝突問題が取り扱われてきたが、現実の移動床ではsaltation粒子に直接衝突される底面構成粒子の周囲の粒子も衝突の影響でずれ動くため、多体衝突問題を扱う必要がある。言い換えると、砂層が移動床である場合には、底面を構成する砂粒子間の相互作用を伴うずれ動きが衝突に伴うエネルギー吸収機構に複雑に関連し、物性値としての反発係数とは別に底面粒子群の幾何的配列特性が重要な役割を担っているものと考えられる。

近年、粒状体の数値モデルである個別要素法を用いて、砂粒子の衝突・反発過程のミクロなレベルの力学機構を明らかにしようとする試みが始まられているが（例えば、三島・秋山・土屋<sup>1)</sup>、Haff and Anderson<sup>2)</sup>），衝突・反発の素過程の実験データの収集は行われず、数値予測が先行している。

本研究では、移動床における反発係数の合理的推定のための基礎的情報を収集するため、移動床上の

衝突・反発過程の物理実験を実施して、底質粒子群の幾何的配列特性と反発係数の関係および衝突前後のエネルギー収支について考察する。なお、実現象としての衝突・反発事象は3次元的な側面を有するが、ここでは移動床の本質的特徴である河床構成粒子のずれ動きに議論の焦点を絞り、場の条件を単純化するため、2次元場の現象を解析対象とする。

## 2. 実験の概要

### (1) 実験装置

本研究では、鉛直2次元場での衝突・反発過程を高速度ビデオカメラで撮影し、画像解析を実施する。

実験装置の概要を図-1に示す。試験粒子として硬貨状のシリンドラーを用い、2枚の透明アクリル板（アクリル樹脂キャスト）をシリンドラーの厚さより僅かに広い間隔を隔てて直立させた装置内にシリンドラーを敷き詰めて砂層をモデル化した。

実験装置には、傾斜路が設けられており、衝突粒子は、傾斜路を転動しつつ加速され、敷き詰められたシリンドラー群に衝突する。この傾斜路は装置と独立しており、衝突位置を任意に設定することが可能である。また、装置底面からの反射の影響を遮断するため、装置の底面には、衝撃吸収用のゴムシートが敷かれている。

装置の側壁を担うアクリル版の内の1枚は、容易に着脱可能となっており、必要に応じて装置を倒し、シリンドラーの整列操作を行うことができる。装置内に配列したシリンドラーの個数は、横20個×縦5段の合計100個であった。シリンドラーは、直径3.79cm、厚さ0.340cm、1個あたりの重量3.26g、比重1.07g/cm<sup>3</sup>であり、シリンドラー相互の反発係数（物性値としての反発係数）は0.910である。また、回転運動を計測するため、シリンドラーには半径方向にラインを書き加えた。

### (2) 実験方法

実験では、同一の底質粒子配列に対してsaltation粒子の衝突位置を変化させ、底質粒子群の挙動を解析した。全てのケースを通じてsaltation粒子に衝突される粒子は同一で、砂粒径のスケール以下の衝突位置の相違、すなわち、仮想反発面傾斜角の相違が底質粒子群の挙動に及ぼす影響が解析対象である。

本実験に先立って、傾斜路の固定位置を小刻みに移動させながら衝突実験を繰り返し、傾斜路の固定位置と仮想反発面傾斜角の関係を把握した。本実験では、この結果を受けて、所定の位置に傾斜路を固定し、傾斜路上端でシリンドラーを静かに離して傾斜路を転動降下させ、底質粒子群に衝突させた。高速度ビデオのメモリーの制約から継続撮影時間が0.875秒間に制限されるため、傾斜路の特定位置を粒子が通過するのを目視確認しスタートトリガーとすることとした。撮影を衝突直前から開始することにより、継続撮影時間内に全ての粒子の運動が停止することは確認している。

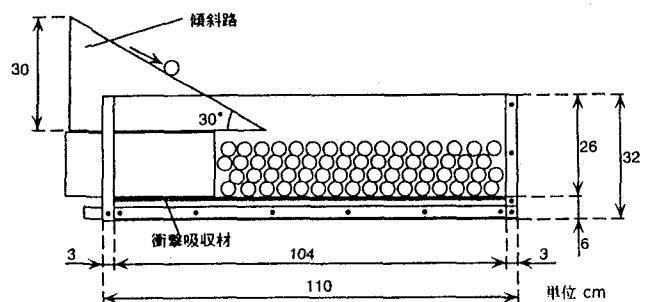


図-1 実験装置

撮影には、PHOTORON社製ハイスピードビデオカメラ（FASTCAM-Rabbit）を用いた。このカメラのサンプリング速度は、30コマ/秒～600コマ/秒の範囲で設定できるが、本体内のRAMに記憶できる画像数が210に制限されるため、サンプリング速度を増加させると継続撮影時間が短縮される（例えば、撮影速度が30コマ/秒だと7秒間、600コマ/秒だと0.35秒間の継続撮影が可能である）。ここでは、手動トリガーを利用していることも考慮して、撮影速度を240コマ/秒（撮影時間0.875秒）に設定した。

### (3) 解析方法

画像解析においては、手軽に入手できるパーソナルコンピュータ用ソフトウェアを導入した簡易的な方法を適用し、作業の効率化とシリンドラーの移動軌跡の追跡精度の向上に配慮した。

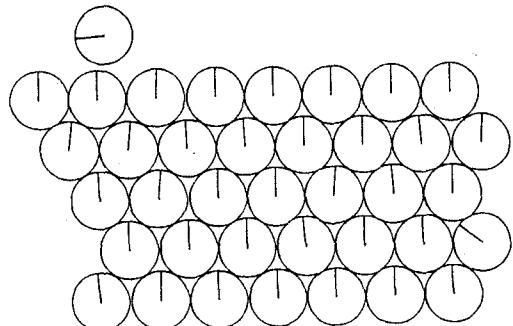
画像解析には、ビデオインターフェイスを標準装備したApple Power Macintosh7500/100上で、Avid VideoShop（Power Macintoshに標準添付）、Adobe Photoshop（スキャナー等のハードウェアに添付されるLimited Version）、グラフィックスソフトCanvasの3つのソフトウェアを用いた。

パソコンへのデータの取り込みには、ビデオ入力ポートに接続したハイスピードカメラで画像を再生しながら、Avid VideoShopを用いた。ここでは、鮮明かつ詳細な画像データを取り込めるように、再生画像を一時停止して、データ転送速度の制約によるサンプリングデータの劣化を防止した。

一連の運動を視覚的に把握するには、瞬間像の重ね合せが有効であるが、撮影された画像（図-2(a)参照）は不透過なため、前処理、すなわち、画像の中からシリンドラーの輪郭部だけを抽出する作業を行う必要がある。これには、グラフィックスソフトCanvasを活用するが、Avid VideoShopでサンプリングした瞬間像はそのままではCanvasにLoadできない。そこでデータ形式の変換に、Adobe Photoshopを用いた。Canvasに取り込まれた画像データには、輪郭部分の線画データを貼り付けた。全てのシリンドラーについてこの作業が終了したら、元画像データを消去し、輪郭部だけのデータを保存した（図-2(b)参照）。各瞬間の画像に関して同様の作業を繰り返して、一連の輪郭部データを重ね合わせると、衝突過程における粒子群の運動が鮮明に浮かび上がる。



(a) 画像の一例



(b) 粒子の輪郭

図-2 画像処理の方法

瞬間像からは、シリンダーの位置と回転角が読みとれるから、移動速度、変位、角速度、角変位などが容易に計算できる。

### 3. 衝突過程の粒子群の挙動

図-3は、衝突時の運動の時間経過を示したものである。衝突の瞬間を  $t=0.0\text{s}$  として、 $t=1/240, 3/240, 6/240, 9/240, 23/240\text{s}$  の瞬間の画像を順に示している。図中には、衝突以前の粒子の位置を破線で示し、衝突に伴って有為な運動が見られた粒子について実線で表示した。なお、底質粒子の配列については、最下層の粒子間に角棒を挿入して固定することにより強制的に隙間を設け、その上に順次粒子層を積み上げて規則配列を整えた。粒子間の隙間は  $0.83\text{cm}$  である。

衝突は、砂層表層の左から 2 番目の粒子（図中の記号 B）と saltation 粒子（図中の記号 A；以下では、傾斜路を降下してきた粒子を示すための呼称として「saltation 粒子」を用いる）との間で生じる。衝突直後の  $t=1/240\text{s}$  には、衝突された底質粒子 B とそれに隣接する表層粒子（図中の記号 C），さらに衝突された底質粒子の下手側直下の第 2 層の粒子（図中の記号 D）に有為な変位が見られる。 $t=3/240\text{s}$  には、衝突の影響は、衝突された底質粒子 B から斜め右下方向に伝播し、第 3 層の粒子（図中の記号 E）および第 4 層の粒子（図中の記号 F）にも有為な変位が生じている。また特徴的なのは、表層の変位が順次

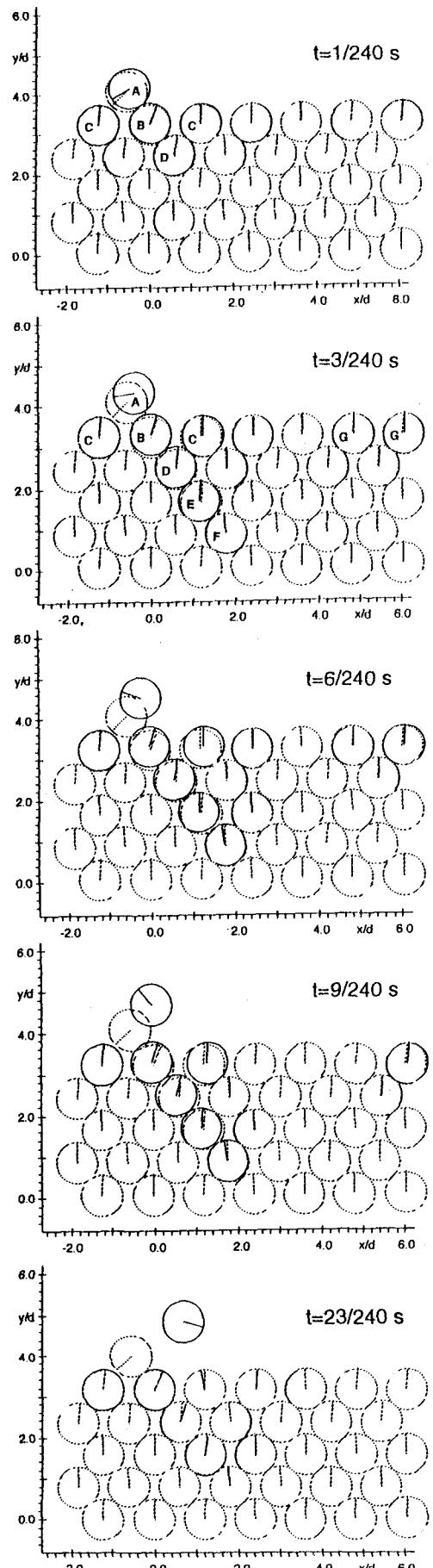


図-3 衝突過程（時間経過）

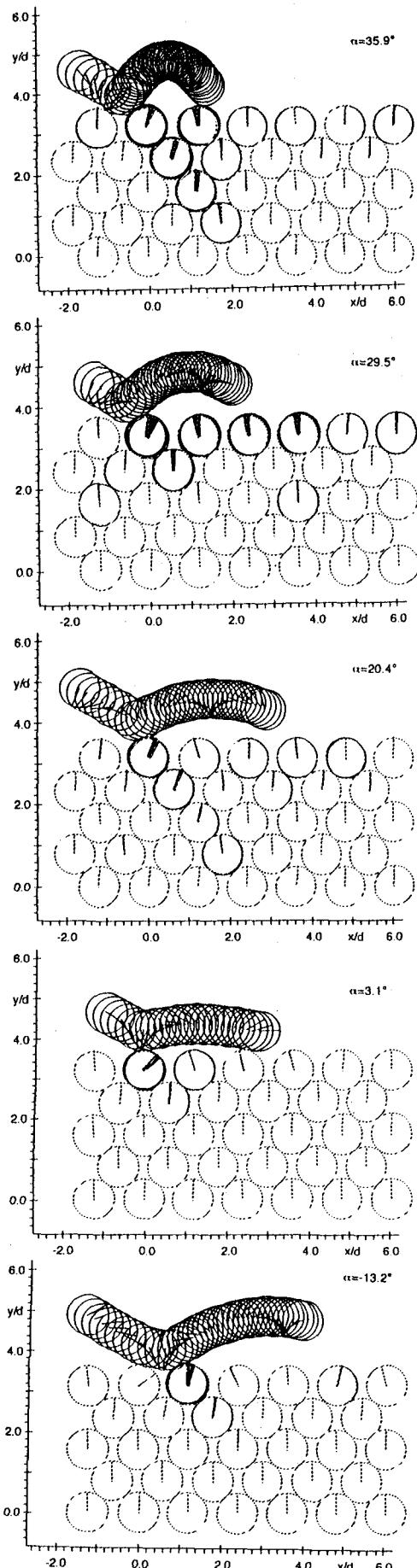


図-4 衝突過程（仮想反発面傾斜角の影響）

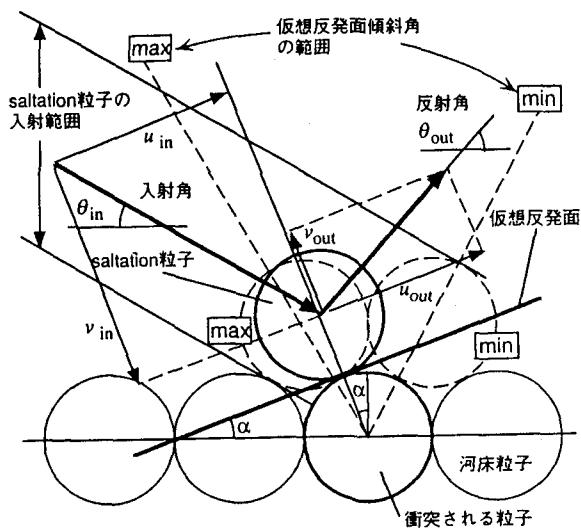


図-5 衝突・反発過程の定義図

下手側に伝播するのではなく、衝突された底質粒子Bから下手側に4,5番目の粒子（図中の記号G）に有為な鉛直変位が生じていることである。なお、この図には粒子層の一部を表示しており、表示範囲の右側にも粒子層が続いているので粒子層端部の直接的な影響でこれらの粒子に鉛直変位が生じた可能性は低い。

$t=3/240\text{ s}$ に見られた底質粒子の運動は、 $t=6/240\text{ s}$ および $t=9/240\text{ s}$ で一層顕在化するものの、 $t=23/240\text{ s}$ では底質粒子に（一連の運動の結果として回転角変位は見られるものの）有為な鉛直変位は見られず、衝突過程がほぼ終了していることが理解できる。

次に、図-4に、衝突位置（すなわち、仮想反発面傾斜角 $\alpha$ ；定義は図-5参照）の相違による衝突過程の相違を示した。底質粒子の配列は全てのケースで、図-3と同様の規則配列である。規則配列においても、粒径レベルの凹凸の存在（すなわち、ここで対象とする2次元場では砂粒子が円であること）のために、衝突過程は粒子の衝突位置（仮想反発面傾斜角）によって異なる特性を有する。一連のケースでは、仮想反発面傾斜角による衝突過程の相違に注目して、入射角と入射速度（衝突直前のsaltation粒子の速度）を同一に設定した。仮想反発面傾斜角は、saltation粒子の入射方向の上手側で衝突が生じるほど大きな値となり、衝突位置が下手側に移動するにつれて単調減少する。底質粒子の頂部での衝突の場合に仮想反発面傾斜角はゼロとなり、それより下手側では負の値をとる。

$\alpha=35.9^\circ$ では、衝突の影響は斜め右下に伝播しているが、 $\alpha$ が減少して $\alpha=29.5^\circ$ になると衝突の影響は下方には顕著に伝播せず、表層を下手側に伝播するようになる。さらに $\alpha$ が減少すると、表層の下手側への衝突の影響も弱まり、直接衝突された表層粒子の近傍に影響が限定される様子が示されている。saltation粒子について見ると、 $\alpha=35.9^\circ$ では、衝突の前後で粒子位置を示す円の間隔が大きく異なってい

る。このことは、衝突に伴い粒子の移動速度が顕著に減少したこと、言い換えると、saltation粒子が衝突によって運動エネルギーを顕著に損失したことを示している。 $\alpha$ が減少して  $\alpha=29.5^\circ$  になると衝突後の円の間隔は  $\alpha=35.9^\circ$  の場合より僅かではあるが増大し、以下のケースでも  $\alpha$  の減少とともに円の間隔が増大する。すなわち、仮想反発面傾斜角が減少するにつれて衝突前後のsaltation粒子のエネルギー損失も減少することが理解できる。なお、 $\alpha=13.2^\circ$  の場合には、saltation粒子は、いったん左から2番目の底質粒子に衝突した直後に、その下手側の粒子（左から3番目）に再衝突している。ここでは第1番目の衝突を解析対象とし、衝突後の速度は、第1番目の衝突が生じた直後の（第2番目の衝突が生じる以前の）速度で定義した。

#### 4. 衝突過程の支配パラメータ

##### (1) 反発係数

図-6は、次式で定義される反発係数  $e$  と  $f$  の仮想反発面傾斜角に対する依存性を示している。

$$u_{out} = e \cdot u_{in} \quad (1)$$

$$v_{out} = f \cdot v_{in} \quad (2)$$

ここに、 $(u_{in}, v_{in})$ ：衝突直前の砂粒子速度の仮想反発面に対する水平成分と鉛直成分、 $(u_{out}, v_{out})$ ：衝突直後の砂粒子速度の仮想反発面に対する水平成分と鉛直成分である（図-5 参照）。

通常のsaltationのシミュレーションでは、反発係数  $e, f$  は一定とされるが、移動床の効果、すなわち、直接衝突された底質粒子の近傍の粒子群の移動により、仮想反発面傾斜角によって異なる反発係数が得られることが理解できる。反発係数  $e$  と  $f$  を比較すると、 $e$  は仮想反発面傾斜角への依存性が比較的弱く、概ね1.0付近の値をとるのに対して、 $f$  は仮想反発面傾斜角への顕著な依存性を示し、仮想反発面傾斜角の増加とともに減少し、 $\alpha=20^\circ$  付近で極小値をとった後、再び増加に転じる。

##### (2) 衝突過程のエネルギー収支

次に、図-7は、仮想反発面傾斜角に対する衝突前後のエネルギー収支の変化について示したものである。図中の記号は、 $E_{KB}$ ：衝突直前の粒子の運動エネルギー、 $E_L$ ：粒子間の摩擦によるエネルギー損失、 $E_{RB}$ ：衝突に伴う底質粒子群の運動に消費されたエネルギーを示している。

粒子の運動エネルギーについては、衝突前後の粒子の変位から衝突時の速度を、角変位から角速度を算定することにより計算した。次に、衝突に伴う底質粒子群の運動に消費されたエネルギー ( $E_{RB}$ ) に関しては、衝突によって生じる底質粒子の鉛直最大変位から計算した位置のエネルギーで置き換えて求めた。さらに、衝突直前の運動エネルギーから衝突直後の運動エネルギーと底質粒子群の運動に消費されたエネルギーを差し引いたものが、粒子間の摩擦によるエネルギー損失 ( $E_L$ ) に相当すると定義した。

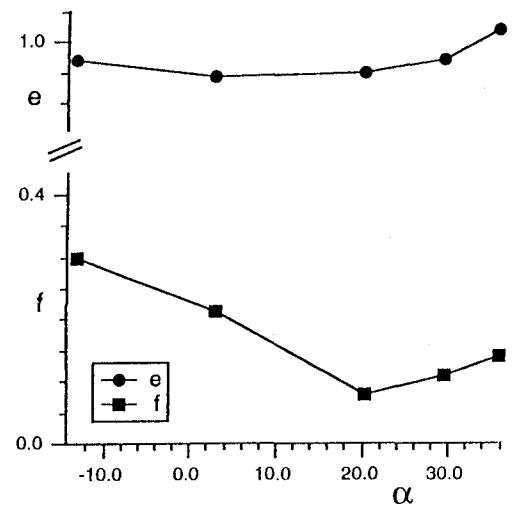


図-6 仮想反発面傾斜角と反発係数

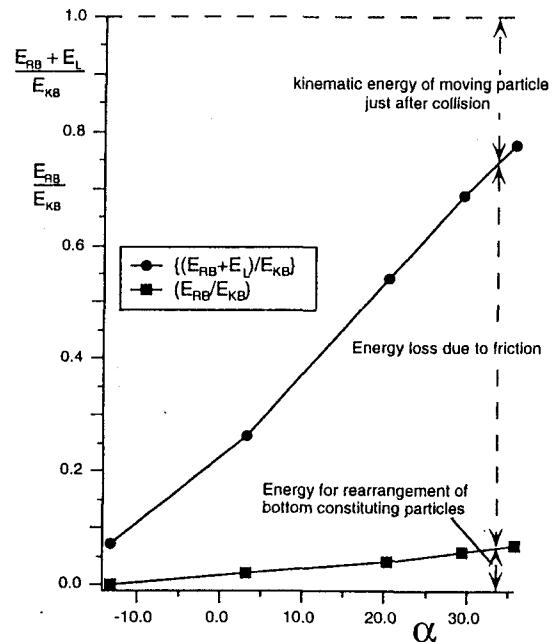


図-7 仮想反発面傾斜角とエネルギー収支

衝突直前の全エネルギー（衝突直前のsaltation粒子の運動エネルギー）が、衝突直後のsaltation粒子の運動、摩擦によるエネルギー損失、底質粒子群の運動（位置の変化）の3者にどのように配分されたのかが分かり易いように、衝突直前のsaltation粒子の運動エネルギーで規格化して表示した。

仮想反発面傾斜角が増加するにつれて、衝突直後のsaltation粒子の運動エネルギーが単調に減少し、一方、摩擦によるエネルギー損失と底質粒子群の運動に消費されるエネルギーは増加する。特に摩擦によるエネルギー損失は仮想反発面傾斜角の増加に対して顕著な増加傾向を示している。

エネルギー収支の評価に際しては、側壁との摩擦によるエネルギー損失の評価が不可欠であるが、こ

こでは、以下のような方法で、側壁の影響を検討した。実験に用いたものと同様のシリンダーに糸を取り付けた振り子を用い、同一の振り子を一方は空気中で、他方はアクリル側壁の間で振動させ、減衰振動過程をビデオで撮影して比較した。長時間の観察では側壁の摩擦による減衰効果が認められたが、衝突過程の終了に要する数秒程度の時間では、両者間で振り子の振動特性に有為な相違は見られなかつた。このことから、極めて短時間に終了する衝突現象を扱う限りは側壁の影響を無視しても精度上の問題はないものと判断した。

### (3) 衝突直後の粒子の運動エネルギー

図-6 に見られる反発係数の極小値の存在と図-7 に見られる衝突直後の saltation 粒子の運動エネルギーの単調減少傾向とは一見すると矛盾しているように思われる。そこで、従来の反発モデル<sup>3)</sup>に本研究で得られた反発係数の特性を加味して、衝突直後の saltation 粒子の運動エネルギーについて検討する。

衝突直前・直後の saltation 粒子の運動エネルギー比は、

$$\frac{E_{KA}}{E_{KB}} = \frac{1}{2} m |\mathbf{u}_{out}|^2 / \frac{1}{2} m |\mathbf{u}_{in}|^2 \\ = e^2 \cos^2(\theta_{in} + \alpha) + f^2 \sin^2(\theta_{in} + \alpha) \quad (3)$$

と書ける。ここに、 $m$ : 粒子の質量である。式(3)を  $e, f$  一定の条件で  $\alpha$  で微分して

$$d(E_{KA}/E_{KB})/d\alpha = -2(e+f)(e-f) \\ \times \sin(\theta_{in} + \alpha) \cos(\theta_{in} + \alpha) \quad (4)$$

が得られるから、反発係数  $e, f$  の大小関係と角度  $(\theta_{in} + \alpha)$  によりエネルギーの増減が決定される。

まず、反発係数  $e$  と  $f$  については、図-6 によれば常に  $e > f$  である。一方、角度  $(\theta_{in} + \alpha)$  に関しては、仮想反発面傾斜角の定義域に依存する。

仮想反発面傾斜角の最大・最小値は、規則配列の場合には簡単な幾何的考察から、粒子の接触角  $\gamma$  (図-8 参照) を用いて、

$$\alpha_{min} = \begin{cases} -\theta_{in} & (\theta_{in} \leq \gamma) \\ -\gamma & (\theta_{in} > \gamma) \end{cases} \quad (5)$$

$$\alpha_{max} = \begin{cases} \sin^{-1}\{(1+\beta)\sin\theta_{in} - 1\} & (\theta_{in} \leq \gamma) \\ -\theta_{in} + 90^\circ & (\theta_{in} > \gamma) \end{cases} \quad (6)$$

と表せる。ここに、 $\beta$ : 粒子間隙の粒子直径に対する比であり、接触角  $\gamma$  との間に、

$$\sin \gamma = \frac{1+\beta}{2} \quad (7)$$

なる関係が成立する。なお、接触角  $\gamma$  は最密充填配列では、 $\gamma=30^\circ$  となる。本研究の条件では、 $\beta=0.219$  であるから、 $\gamma=37.55^\circ$  となり、仮想反発面傾斜角の定義域は、 $-30^\circ \leq \alpha \leq 37.01^\circ$  となり、角度  $(\theta_{in} + \alpha)$  の範囲として、 $0^\circ \leq (\theta_{in} + \alpha) \leq 67.01^\circ < 90^\circ$  が得られる。

以上のことから、本研究のケースでは、式(4)の符

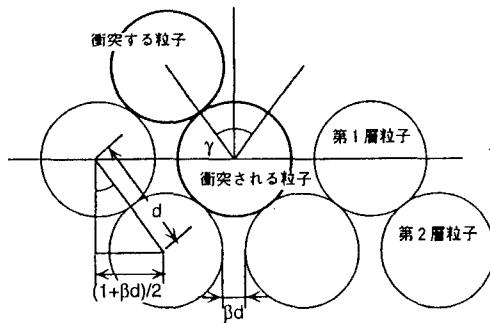


図-8 粒子接触角の説明

号は常に負となり、衝突前後のエネルギー比の単調減少性が示される。

## 5. 結語

本研究では、移動床における衝突・反発過程の物理実験を実施して、底質粒子群の幾何的配列特性と反発係数の関係および衝突前後のエネルギー収支について考察した。

反発係数の仮想反発面傾斜角への依存性やエネルギー収支における底質粒子の移動に伴うエネルギー消費の存在など、移動床固有の反発特性が実験を通じて確認された。ここでは、移動床の基本的特性（固定床との相違）に焦点を当てるため、規則配列を対象としたが、今後は、他の種類の規則配列や不規則配列でも同様の検討を行って、粒子配列と反発事象の関連を明らかにしたい。また、衝突事象の saltation 粒子の初速度に対する依存性に関しても併せて検討したい。さらに、個別要素法によるシミュレーションを利用して、実験条件の絞り込みなど研究の効率化にも取り組む予定である。

**謝辞：**本研究の遂行にあたり、文部省科学研究費（基盤研究(B)、「流体・粒子相互作用系としての波動場土砂移動の解析」、代表：東北大学・澤本正樹教授）の補助を受けたこと、および、京都大学工学部・谷川知実君（現、建設省）の熱心な協力を得たことを付記して、謝意を表する。

## 参考文献

- 1) 三島豊秋・秋山誠司・土屋義人：飛砂における砂粒の反発機構の数値解析、海岸工学論文集、第40巻、pp.271-275、1993.
- 2) Haff,P.K. and Anderson,R.S : Grain Scale Simulation of Loose Sedimentary Beds; The Example of Grain-Bed Impacts in Aeolian Saltation, Sedimentology, Vol.40, pp.175-198, 1993.
- 3) 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次：流体粒子相互作用系としての掃流層の数値解析、土木学会論文集、第485号 II-26, pp.11-19, 1994.

(1997.9.30受付)