

路床近くに設置された水平円柱周辺の圧力

Pressure Around a Horizontal Circular Cylinder Near a Plane Bed

前島正彦¹・伊藤政博²

Masahiko MAEJIMA and Masahiro ITO

¹正会員 工修 福井工業高等専門学校教授 環境都市工学科 (〒916鯖江市下司町)

²正会員 工博 名城大学教授 理工学部土木工学科 (〒468名古屋市中天白区塩釜口1-501)

The discrete vortex method has been applied to the flow field around a horizontally-submerged circular cylinder near a plane bed and analyzed the flow field with variation of distance e between the cylinder (diameter D) and the plane bed. We studied the pressure applied onto the circular cylinder and the plane bed comparing the case of uni-direction flow and the case of simple harmonic surface wave (period T). The velocity and pressure distributions near the cylinder have been calculated in time sequence about combination of 72 cases in which non-dimensional depth of water $h/D=200$, non-dimensional wave height $H/D=10$, gap ratio $e/D=2, 1, 0.5, 0.25$, non-dimensional period or Keulegan-Carpenter number $T_* = K = TU/D = 40, 30, 20, 15, 10, 5$ and viscous-frequency number $\beta = Re/K = 250, 500, 1000$, where U is maximum horizontally water velocity in depth of cylinder and Re is Reynold's number.

Key Words: circular cylinder, gap ratio, harmonic wave, discrete vortex method

1. はじめに

本研究は、波動場(周期 T)および一様流場での路床近くの海底パイプラインのモデルとしての水平円柱を対象として、路床から円柱下部(直径 D)までの距離 e の変化による、円柱と路床に作用する圧力特性の変化を離散渦法を用いた数値計算によって調べている。とくに、過去の研究では、あまり触れられていない、円柱直下の洗掘と関係する路床の圧力特性について、波動場と一様流場とを比較検討している。

最初に一様流について過去に報告した計算結果・実験結果および他の研究者の研究結果について、この報告に関連することをまとめておく。

- 計算と実験による、円柱直下付近での圧力係数勾配の時間平均値の極小値は円柱が路床に近づくにつれて小さくなっている¹⁾。
- 路床平均圧力の極小値は e/D が小さくなるほど減少し、実験では極小値の発生位置は不変であるが、計算では e/D が小さくなるほどわずかではあるが円柱直下へ移動する¹⁾。
- 揚力極大のときは円柱下部の $-D \leq x \leq D$ の領域の速

度が低下し、円柱下部に作用する圧力と円柱直下の路床の圧力も増加する¹⁾。

- ストローホル数 St は e/D が小さくなるにつれ小さくなる。実験では $e/D=0.3$ で円柱下方からの渦の放出は停止する^{2),3)}。
- 前方よどみ点は e/D が小さくなるほど路床側の下流方向へ移動している^{1),3),4)}。
- e/D が小さくなるほど、揚力係数は大きくなる^{1),3),4)}。

計算では、無次元水深 $h/D=200$ 、無次元波高 $H/D=10$ と固定して、ギャップ比 e/D を 2, 1, 0.5, 0.25 の4種類、無次元周期 $T_* = K = TU/D$ を 40, 30, 20, 15, 10, 5 の6種類、 $\beta = Re/K$ を 250, 500, 1000 の3種類の計72ケースについて計算を行い、円柱各部に作用する圧力、円柱近傍の流速・圧力分布、および路床の圧力分布を時間 $5T$ にわたって時系列的に求めた。水深と波高は、円柱の存在が水面は計に影響しないこと、円柱付近の流れが水平方向の単振動流に近くなることを考慮した。波長は、 $T_* = 5$ のとき $390D$ 、 $T_* = 40$ のとき $1020D$ である。なお、 U は円柱中心深さでの水粒子の最大水平速度、 $Re = UD/\nu$ はレイノルズ数である。ただし、 ν は動粘性係数である。

2. 離散渦法による計算

(1) 円柱周りの波れ場を表現する複素ポテンシャル

波れ場として一様流あるいは微小振幅表面波を考える。ここでは離散渦法を適用するために、一様流あるいは微小振幅表面波を表わす複素ポテンシャル、離散渦を表現する複素ポテンシャル、路床形状を表現する2重湧き出し複素ポテンシャルを使用する。これらの複素ポテンシャルは、流れ関数の値が路床と円柱表面で一定値となる境界条件を満足する必要がある。そのため、円柱表面の境界条件は、一様流あるいは微小振幅表面波を表わす複素流れポテンシャルについてはMilne-Thomsonの円定理⁹⁾を使用して満足させ、離散渦と路床形状を表現する複素ポテンシャルについては円柱内部に虚像を置くことで解析的に満足させた。路床の境界条件は、路床内部に規則的に配置した路床形状を表現する2重湧き出しの強さを、路床上の選点でのみ流れ関数の値を等しくすることで近似的に満足させた。

すなわち、路床と円柱表面で流れ関数の値が一定という境界条件を満足する複素流れポテンシャルを次式のよう
に表わす.

$$\Phi = \Phi_o + \sum \Phi_{Vm} + \sum \Phi_{dn} \quad (1)$$

ここで、 Φ_0 は、一様流あるいは微小振幅表面波のポテンシャルを円柱表面の境界条件を満足するように修正したもので、一様流に対しては、

$$\Phi_0 = U \left(z + \frac{D^2}{4z} \right) \quad (2)$$

である。なお、 U は一様流の強さである。微小振幅表面波に対しては、

$$\Phi_o = \frac{U}{k} [\cos k(z - z_o) + \cos k\{(D/2)^2 / z - \bar{z}_o\}] \quad (3)$$

ただし、 $k=2\pi/L$ 、 $z_0=ct-i(D/2+e)$ である。なお、図-1に示すように、座標原点は円柱中心にあり、 U は円柱中心の水深での微小振幅表面波としての水粒子の水平速度の最大値、 L は波長、 c は波速、 i は虚数単位である。

ポテンシャル $\Sigma \Phi_{V_m}$ は、離散渦群を表すもので、円柱の点 W_m に中心を持つ渦ポテンシャルと、円柱内部 W_{ma} に渦中心を持ち大きさが同じで回転方向が逆の渦ポテンシャルとを組み合わせたものである。つまり

$$\sum \Phi_{V_m} = i \sum K_m \{ \ln(z - W_m) - \ln(z - W_{ma}) \} \quad (4)$$

$$W_m \overline{W}_{mq} = (D/2)^2 \quad (5)$$

である. ただし, K_m は離散渦の強さである.

Φ_{di} は路床の形状を表現するもので、円柱表面の境界条件を満足するように 2 重湧き出しを路床内と円柱内の虚

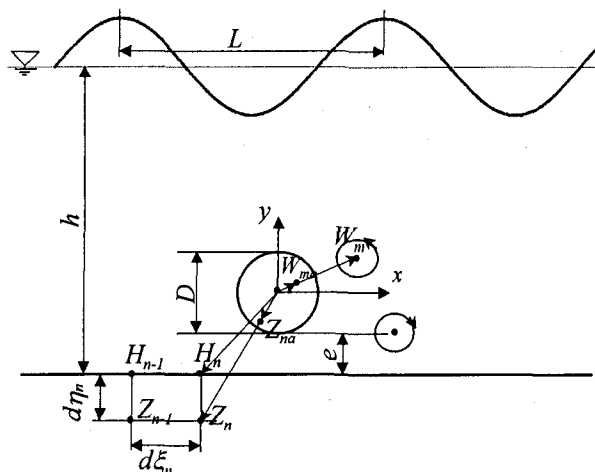


図-1 座標系と記号の定義

像に置いたものである⁶⁾。つまり、

$$\Phi_{dn} = M_n \{1 / (z - Z_n) - E_n / (z - Z_{na})\} \quad (6)$$

$$Z_n = (D/2)^2 / \bar{Z}_{ng}, E_n = (D/2 / \bar{Z}_n)^2 \quad (7)$$

ただし、 Z_n は路床内部に路床から dh_n の深さに水平方向に dx_n の間隔で置いた任意の点である。

ここで、係数 M_n はこの2重湧き出しの強さで、路床上の選点 H_n で流れ関数の値が一定となるように決定する。

(2) 計算方法

離散渦法の具体的な計算方法の概略は次のようである。

- 離散渦の発生位置については、円柱表面上の36等分点に選点を置き、選点の $0.05D$ 外側で初期渦を発生させる。その初期離散渦の強さは、36選点の速度が零になるように決定する。この発生方法によって円柱からの流れの剥離は計算開始時点から安定したものとなる。
- 渦導入時間間隔 Δt_v は、円周を36等分していることから、一様流速 U で渦が移動するとき Δt_v 間で隣の渦発生点に到達する時間 $\pi D/72/U$ に近い値で、路床の無い一様流中にある円柱周りの流れ場での試行計算を行い、 $\Delta t_v = 0.05T_0$ ($T_0 = D/U$: 基準時間) とした。
- 路床上の選点は $d_{xy} = D/6$ 、おきに $x = -20D$ から $x = 20D$ まで置き、選点から $d_{yy} = D/3$ の深さに2重湧き出しを配置した。
- 実際の渦では渦糸のように中心で速度が無限大になることはないので、中心部分では強制渦、外部では自由渦的な構造を有する粘性渦を使用した。
- 強制渦部分の初期半径は $0.05D$ 、つまり、円柱表面と初期渦の中心の距離とした。
- 離散渦の強制渦部分が円柱表面あるいは路床に入ったら、その渦を消去する。

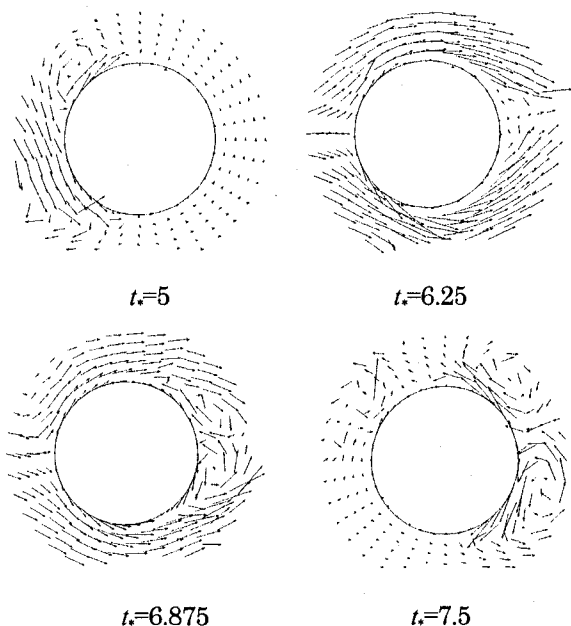


図-2 円柱周辺の流れ ($e/D=0.25$, $K=5$)

- 計算時間が離散渦の数の2乗に比例するので、離散渦の増加を押さえるために、二つの離散渦が互いの強制渦部分に入ったら一つの等価渦に置き換える。
- 考察の対象を円柱近傍の力学諸量に限定しており、さらに追跡時間が短いので、渦点の追跡積分には単純Euler法を用いた。

3. 解析結果

圧力係数 C_p は、

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{0.5 \rho U^2} \quad (8)$$

より求めている。ここに、 ρ は流体の密度、速度 U はそれぞれの流れに対して前節で定義した量であり、参照圧力 p_{ref} は、そのつど定義する。

(1) 円柱周辺の流況

前述のように 72 ケースについて計算を行ったが、著者らの計算の範囲では粘性渦の粘性を表わすパラメタ β の影響は見られなかった。これ以後、路床近接の影響が顕著な、 $e/D=0.25$, $\beta=1000$ の、短周期の例として $K=5$ 、長周期の例として $K=40$ の場合をとりあげて説明する。

図-2 に $e/D=0.25$, $K=5$ の場合の円柱周辺の流況を流速ベクトルで示す。計算開始からの無次元経過時間を $t^*=tU/D$ とする。 $t^*=5$ は、 $x=0$ で式(3)のポテンシャルの与える水平方向の速度が 0 となり、円柱周辺の流れが左向きから右向きに変わる瞬間である。そのため円柱右側ではほとんど流れが生じていないが、左側の円柱近くには直前の半周期の右から左への流れによつて生じた渦が残っている。 $t^*=6.25$ は右向きの流速が最大になるときで

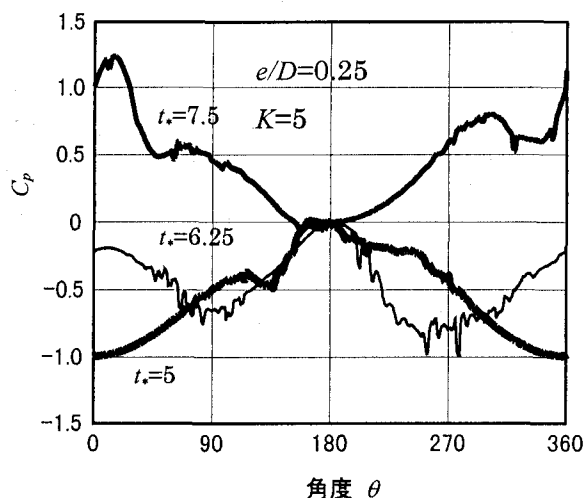


図-3 円柱周辺圧力分布

あるが、円柱上下部に流れの剥離が見られ、円柱右側(下流側)には円柱に接した極めて小さい渦が発生している。また、円柱下部の速度が上部の速度より大きく、円柱左下部には、まだ前の周期の渦の影響が見られる。 $t^*=6.25$ から 1/8 周期後の $t^*=6.875$ で双子渦が見られるが、 $t^*=7.5$ は y 軸上での波動速度が 0 になり流れが右向きから左向きに変わる瞬間であるが、双子渦のどちら側の渦も円柱近傍から放出されずに半周期が終わる。

(2) 円柱周りの圧力の時間変動

図-3は $e/D=0.25$, $K=5$ での円柱周りの圧力分布の時間変動である。同図の p_{ref} は、図-1の x 軸の正方向から左回りに $\theta=180^\circ$ の角度の円柱表面の圧力である。時間変動は、流況の説明に用いたのと同じ時間で代表させている。ただし、図が煩雑になるため $t^*=6.875$ は省いた。 $t^*=5$ と 7.5 では、 C_p が $\theta=90^\circ$ と $\theta=270^\circ$ 付近で変動しており、圧力分布に渦の影響が現れていると推測される。図-3によれば、直前の半周期で発生した渦による流れの状況が $t^*=5$ では上から下に向かう流れが優勢で、 $t^*=7.5$ では上下対称に近い流れと異なっている。このため、 $t^*=5$ と 7.5 の圧力分布も異なった形状となり、流体力の周期変動が周期ごとに異なったものとなると考えられる。 $t^*=6.25$ では、円柱上・下部の圧力低下、下流部の流速低下による圧力上昇が見られる。

図-4に $e/D=0.25$, $K=40$ での円柱周りの圧力の時間変動を $t^*=40$ から 60 までを5おきに表示している。 $t^*=40$ と $t^*=60$ は図-3の $K=5$ の場合と同様に流れの加速度による圧力分布に渦の影響が加わったものになっている。剥離の影響を示すことが目的の図なので途中の時刻は表示していないが、特徴的なことは、途中の二つの時刻で $\theta=180^\circ$ 付近の前方よどみ点(○で表示)が図で左側に、つまり、路床から離れる側に移動していることである。なお、 $t^*=60$ では流れの位相が半周期進んで前方よどみ点は $\theta=0^\circ$ に移動

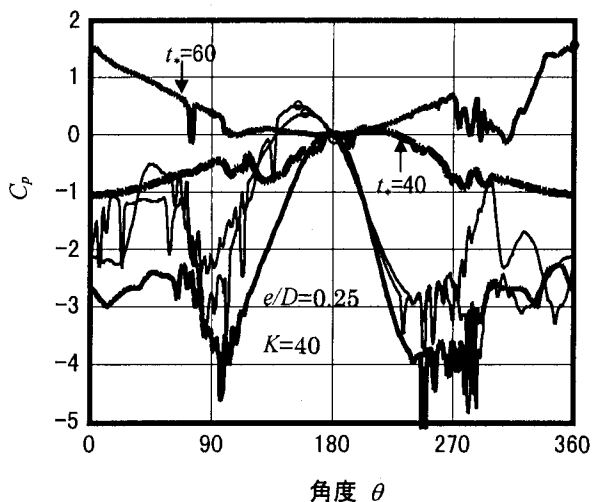


図-4 円柱周辺圧力分布

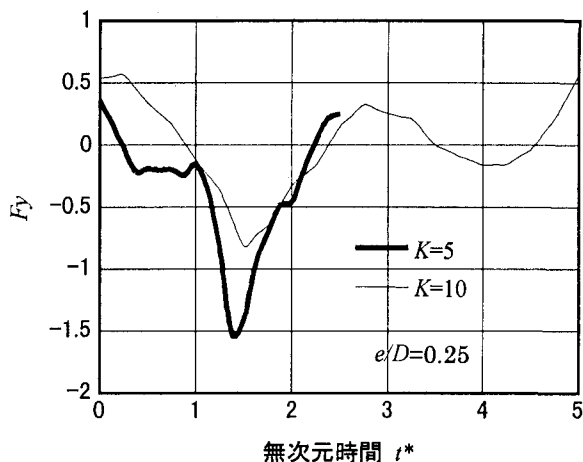


図-5 F_y の変動

している。一方、一樣流の場合は、前方淀み点が路床に近づく側に移動することがすでに報告されている。波動場での前方よどみ点の円柱上方への移動が、 e/D が小さくなくても下向きの力が上向きの力より大きい原因になっていると考えられる。Sumer ら⁷⁾ は $e/D=0.1$ で、 $K=4$ で下向きの力が大きく、 $K=6$ で上向きの力が大きい実験結果を示している。粘性の影響を円柱からの渦発生だけで処理しているが、路床からの渦発生も考慮する必要があると考えている。

図-5に $K=5$ と 10 の円柱に作用する円柱単位長さ当たりの y 方向の力を ρU^2 で割った無次元力(以後 F_y と記す)の波動半周期間の変動を示す。 $K=5$ と 10 とともに $t_* \approx 1.5$ で円柱下方の速度が上方より大きいことによって生ずる負の力が極値に達するが、 $K=10$ では、 F_y がその後、正、負と力の方向が交互に変わっている。すなわち、一樣流の場合、円柱下流部に渦が放出される時間は $t_* = 5$ 程度であったが、波動場の加速度流れではそれより短時間で放出される。図-2で観察されたように $K=5$ では渦は放出がなく、

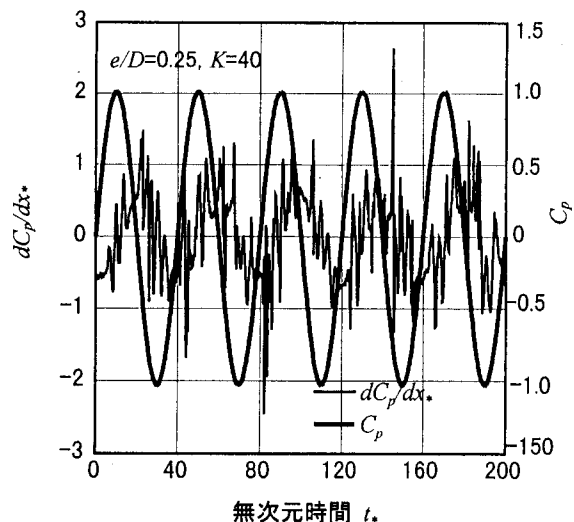


図-6 円柱直下($x=0$)の路床の圧力と圧力係数

$K=5$ からの $K=10$ の間に渦が放出されるか否かの限界値が存在すると考えられる。

(3) 路床圧力の時間変動

路床の圧力は路床上の選点でのみ計算した。圧力係数の勾配は、 $D/6$ おきに計算された圧力から5点差分公式を用いて計算した。

さて以下に、時間変動を論じる前に路床圧力の変動の平均値について考察を加える。

図-6に、波動場における円柱直下の路床の圧力係数 C_p と圧力係数の勾配 dC_p/dx_* の時間変動を示す ($e/D=0.25$, $K=40$)。だし、 p_{mf} は円柱直下の路床の圧力の時間平均値である。同図より、路床の圧力の時間変動は、ほぼ周期 $t_* = 40$ のきれいな単振動であり、円柱下部からの渦放出による影響はほとんど見られない。また、この図から時間積分に単純 Euler 方を用いても円柱近傍の力学量に数値積分による不安定は生じていないと判断される。

一方、路床の圧力勾配の時間変動は、平均的には振幅が1程度の周期変動であるが、ときおり ± 2 ほどの大きさとなり、この瞬間的な大きな値の出現は、円柱下面から放出される渦の影響によるものと考えている。この圧力勾配の大きさは一樣流の場合と同程度のものである⁹⁾。

図-7に、 $K=40$ の場合の各 e/D に対する路床の圧力勾配の5周期平均値を示す。円柱直下は平均値が0であるが、無次元座標 $x_* = x/D$ が、 $|x_*| \approx 0.2 \sim 0.5$ で最大値、最小値を示し、 $|x_*| \approx 0.8 \sim 1.5$ で次の極値を示し、その分布は円柱直下点を軸として逆対称分布を示している。なお、同図より $e/D=2$ の場合、ほぼ $dC_p/dx_* = 0$ となり、路床への円柱の影響がなくなっていると推察される。

路床の圧力分布の時間変動に対する渦の影響を考えよう。ただし、図-5で見たように路床圧力には渦の影響が小さいので圧力勾配の分布を考える。図-8は、

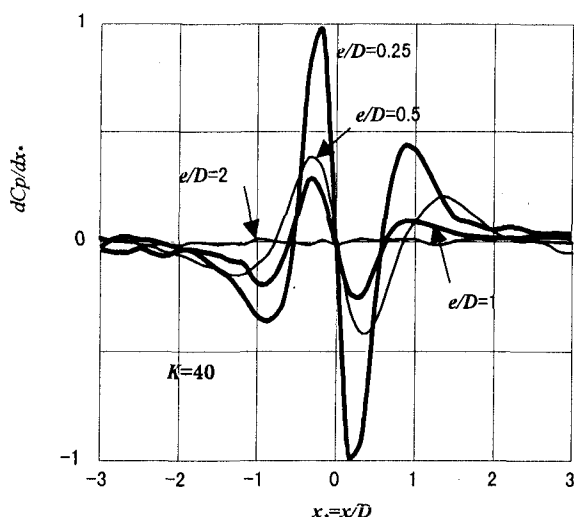


図-7 路床の平均圧力勾配

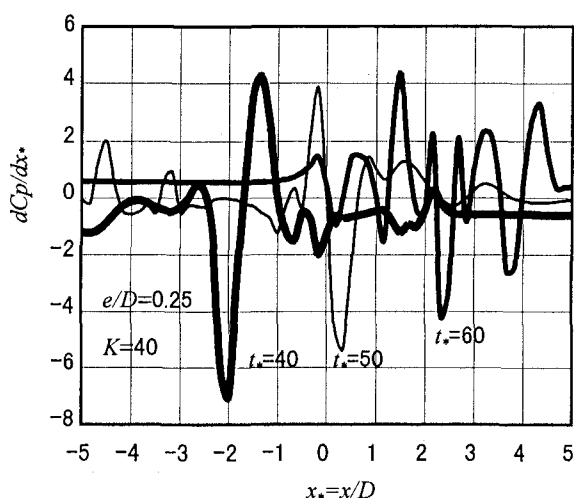


図-8 路床の圧力勾配

$e/D=0.25$, $K=40$ での路床の圧力勾配分布の時間変動である。流れが左向きから右向きに変わるとき($t_*=40$)、円柱左側の路床の圧力勾配は、前の周期で発生した渦の影響によってかなり変動しているが、円柱右側の路床の圧力勾配はほぼ一定である。円柱より左側の路床に右向きの流速が最大のとき($t_*=50$)、値の大きさは大きく異なるものの、図-7の平均値による分布形とほぼ相似の分布を示している。流れが右向きから左向きに変わるとき($t_*=60$)、円柱右側の路床の圧力勾配は、直前の周期で発生した渦の影響によってかなり変動しているが、円柱左側の路床の圧力勾配は直前の周期の渦が消滅したことによってほぼ一定値になっている。

4. 結論

以上、波動場での路床近くの水平円柱周辺の流れを離散渦法によって数値シミュレーションした結果を一樣流

の結果と比較検討してきた。この検討によって、波動場中円柱が路床面に作用する圧力や円柱から渦が離脱するに至る経過時間に大いなる違いがあることが判明した。さらに、波動場では、円柱に作用する揚力の方向が一樣流の場合と全くことなるという知見を得た。

参考文献

- 1) 久保田稔、前島正彦、高須悟：路床近くに設置された円柱周りの流れ場構造—離散渦法を用いて—、大同工業大学紀要 第30巻, pp. 203-215, 1994.
- 2) Bagnold, R. A.: Fluid Forces on a Body in Shear-Flow, Experimental use of Stationary Flow, *Proc. Royal Society London, Series A*, Vol. 340, pp.147-171, 1974.
- 3) Bearman, P.W. and Zdravkovich, M.M.: Flow around a circular cylinder near a plane Boundary, *J. Fluid Mech.*, Vol.89, part1, pp.33-47, 1978.
- 4) Fredsø, J. and Hansen, E. A.: Lift forces on pipelines in steady flow, *Journal of Water, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 113, No.2, pp.139-155., 1987
- 5) Milne-Thomson, L.H.: Theoretical Hydrodynamics, 4th ed., MacMillan, New York, 1968.
- 6) Von Müller, W.: Systeme von Doppelquellen in der ebenen Strömung, *Zeitschrift f. angew. Math. and Mech.*, 9, Heft3, pp.200-213, 1929.
- 7) Sumer, B.M., Jensen, H.R. and Fredsø, J: Effect of a plane boundary on oscillatory flow around a circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, Vol. 1225, pp.271-300, 1991.

(1997.9.30受付)