

潮汐波の伝播を考慮した塩水侵入の数値解析

NUMERICAL ANALYSIS OF SALT INTRUSION CONSIDERING THE PROPAGATION OF TIDAL WAVE

伊福 誠¹・楠 芳洋²

¹正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科(〒790-77松山市文京町3番)

²学生会員 愛媛大学大学院 理工学研究科(〒790-77松山市文京町3番)

There have been only a few studies on the instability of salt wedge under the influence of tidal motion and the behavior and instability conditions of interfaces when tidal wave propagates in the river. To clarify these phenomena, it is necessary to analyze by a vertical two-dimensional or three-dimensional model. In addition, it also becomes very important how to model the effects of tidal waves at a upstream boundary. Numerical analysis was carried out on salt intrusion caused by the propagation of tide, with two-dimensional Reynolds and diffusion equations used as the governing equations under such a boundary condition that tidal waves are transmitted through a upstream boundary. It was possible to explain the temporal variation of water level, the vertical structure of flow and salinity during the flood or ebb tide in estuary. The location of isohalines changed periodically with variations in tide and depended upon Froude number.

Key Words: two-dimensional model, salt intrusion, Boussinesq approximation, coordinate transformation

1. はじめに

我々が使用している水のほとんどは地下水や河川水などの淡水である。河川に塩水が遡上した水域での河川水は飲料水としては不適当である。また、農業用水として使用すると、耕地の土壌は塩分過剰となり植物の根が害される。このようなことから、感潮河川において河川水を取水する場合には、河口密度流の混合形態や時空間的な非一様性を詳細に把握する必要がある。こうした検討は、塩水遡上機構だけではなく重力循環や乱れの変動によって誘発される汚染物質の拡散・循環や底泥の輸送を解明するのに重要である。これまで、定常な塩水楔の流れについての研究は数多く行われてきた(たとえば、吉田¹⁾)。しかしながら、緩・強混合型の流れに関する研究は少ない。

小松ら²⁾はせん断乱流による強混合形態を実験水槽で実現させ、各混合形態の塩水侵入特性を比較する上で重要な特性量となる見かけの拡散係数についての評価法について検討している。さらに、池永ら³⁾は現地河川における観測を通して、潮汐の影響下における塩水楔の界面破壊の条件を提案している。しかしながら、3次元数値解析における潮汐波の伝播は浅水長波方程式によっている。

こうしたことから、本研究では潮汐波の伝播を考慮した河口密度流の流速場の構造や塩分輸送特性を調べるための2次元数値モデルを構築し、既存の実験結果に基づく解析を行いその有用性を検証しようとしたものである。

2. 数値計算

(1) 支配方程式

a) 運動量方程式と連続の式

x 方向の運動量方程式は x 軸を水平な基準面にとり z 軸を鉛直上向きにとると次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} (Bu^2) + \frac{\partial}{\partial z} (uw) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (B\tau_{xx}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (1)$$

ここに、 t は時間、 u および w は、それぞれ x 方向および z 方向の流速成分、 B は水路幅、 p は圧力、 ρ は流体の密度である。また、 τ_{xx} および τ_{xz} はレイノルズ応力であり、テンソル表示すると以下のように表される。

$$\tau_{ij}/\rho = (\nu + \nu_t) (\partial u_j / \partial x_i + \partial u_i / \partial x_j) \quad (2)$$

ここに、 ν は動粘性係数である。また、 ν_t は渦動粘性係

数であり、次式で与えられる。

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \left[\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]^{1/2} \quad (3)$$

ここに、 c_s はモデル定数($c_s=0.1$)、 Δ は格子平均サイズ($\Delta = (\Delta x \cdot \Delta z)^{1/2}$)、 Δx および Δz は、それぞれ水平および鉛直方向の格子間隔である。

また、連続の式は次式で与えられる。

$$\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} (Bu) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

b) 水面形の方程式

水面形の方程式は連続式を底面から水面まで積分して、次式のように与えられる。

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} (B \int_{z_b}^{\xi} u dz) = 0 \quad (5)$$

ここに、 ξ は基準面から自由水面までの高さ、 z_b は基準面から河床までの高さである。

圧力は静水圧分布を仮定すると次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} p &= \rho_0 g (\xi - z) + \beta g \int_z^{\xi} S dz \\ \beta &= \rho_0 (\rho_s - \rho_0) / \rho_s \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 ρ_s および ρ_0 は、それぞれ海水および淡水の密度である。

また、状態方程式は次式で表される。

$$\rho = \rho_0 + \beta S \quad (7)$$

c) 乱流拡散方程式

乱流拡散方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} (BuS) + \frac{\partial}{\partial z} (wS) \\ &= \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left(BK_{xx} \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial S}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 S は塩分、 K_{xx} 、 K_{zz} は乱流拡散係数であり、水平および鉛直方向の速度成分に依存すると仮定すると次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_{xx} &= \gamma_x (a_L u^2 + a_T w^2) / q \\ K_{zz} &= \gamma_z (a_T u^2 + a_L w^2) / q \\ q &= (u^2 + w^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 γ_x 、 γ_z は正の係数、 a_T 、 a_L は拡散係数に寄与する特性長であり、次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} a_T &= (\Delta x \cdot \Delta z)^{1/2} \\ a_L &= c_1 \cdot a_T \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、 c_1 は正の係数である。

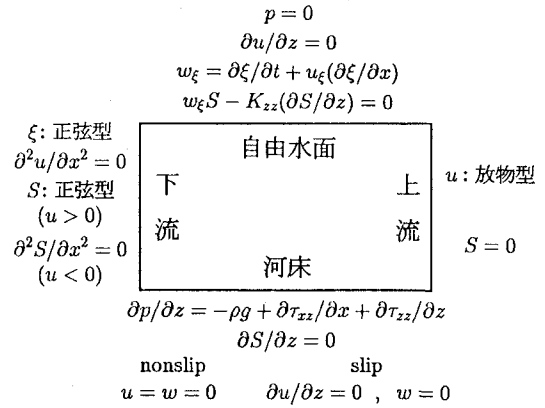


図-1 境界条件

(2) 初期条件および境界条件

初期条件は、潮汐波および上流からの淡水流入量がない状態とする。河口、上流、河床および自由水面においては、図-1に示す境界条件を課す。下流境界においては、水位を正弦波で与える。また、塩分は流速が正(下流から上流方向)の場合は正弦型で与え、流速が負の場合には $\partial^2 S / \partial x^2 = 0$ とする。一方、上流境界においては、流速分布は放物線分布を仮定する。浅水長波方程式を特性曲線法で解き、水位および断面平均流速を算出する。仮定した放物型の流速分布を河床から自由水面まで積分し水深方向に平均して得られる平均流速と特性曲線法で算出した断面平均流速から比例係数を求め、放物型の流速分布を決定する。さらに、長波近似を用い下流から伝播する潮汐波の変動を算出して透過させる方法を取った。

(3) 座標変換

自由水面の時空間的変動や河床の空間的变化のため、対象とする数値解析領域は必ずしも矩形ではない。解析対象領域を矩形として取り扱おうと、境界における取り扱いが容易になり、領域内の流れ場を記述するのに好都合であると考え。そこで、図-2(a)のような河川断面において次式のような座標変換を行う。

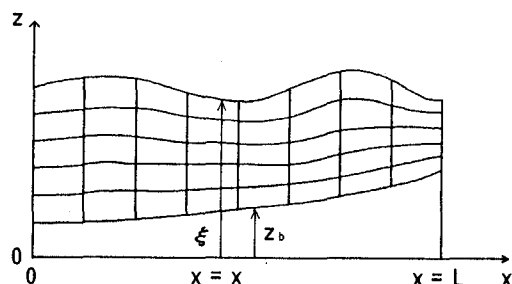
$$\left. \begin{aligned} z' &= (z - z_b) f_b(x, t) \\ f_b(x, t) &\equiv 1 / [\xi(x, t) - z_b(x, t)] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

すなわち、計算領域は図-2(b)のような矩形断面となる。

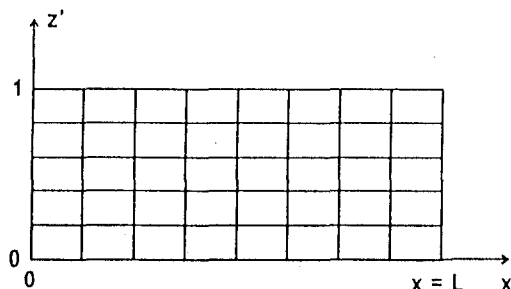
式(11)の座標変換は、変数 (x, z, t) を (x, z', t) に変換するものである。この座標変換を図-2(a)に対して行くと、次式を得る。

$$z' = 0 \quad (\text{河床}), \quad z' = 1 \quad (\text{自由水面}) \quad (12)$$

すなわち、図-2(a)のような海浜断面は、図-2(b)のような矩形領域に変換される。座標変換によると独立変数が (x, z, t) から (x, z', t) に変わる。この場合、座標変換



(a) 変換前



(b) 変換後

図-2 座標変換

による微分は以下ようになる。

$$\left. \begin{aligned} \partial/\partial t &= \partial/\partial t + F_1 \cdot \partial/\partial z' \\ \partial/\partial x &= \partial/\partial x + F_2 \cdot \partial/\partial z' \\ \partial/\partial z &= F_3 \cdot \partial/\partial z' \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

なお、 F_1 、 F_2 および F_3 は、それぞれ次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &\equiv z' / f_b (\partial f_b / \partial t) - f_b (\partial z_b / \partial t) \\ F_2 &\equiv z' / f_b (\partial f_b / \partial x) - f_b (\partial z_b / \partial x) \\ F_3 &\equiv f_b \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

以上の座標変換を運動量方程式、連続の式、水面形の方程式および乱流拡散方程式に適用し、流れ場や塩分の時空間的変動を計算した。

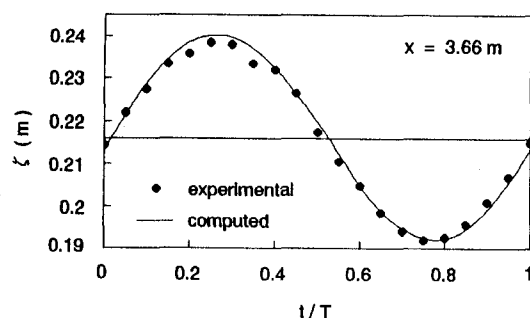
3. 解析結果

(1) Perrels・Karelse⁴⁾の実験に基づく解析

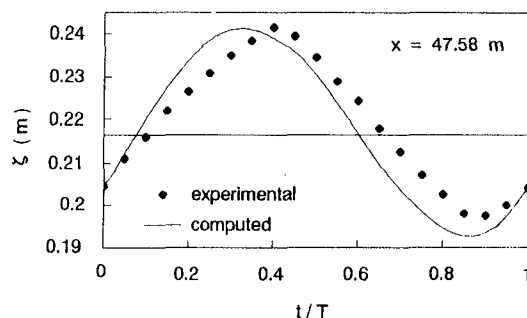
海水と淡水の密度差は0として、下流側境界で振幅2.5 cm、周期558.75 sの潮汐波を与え、上流境界における淡水流入量は $2.9 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ とした場合の結果である。なお、河床における境界条件はnonslipである。

a) 水位の経時変化

図-3(a)および(b)は、それぞれ河口から3.66 mおよび47.58 mの地点における水位(ζ)の経時変化を示したものである。図中の黒丸および実線は、それぞれ実験結



(a) $x=3.66 \text{ m}$



(b) $x=47.58 \text{ m}$

図-3 水位の経時変化

果および計算結果を示す。

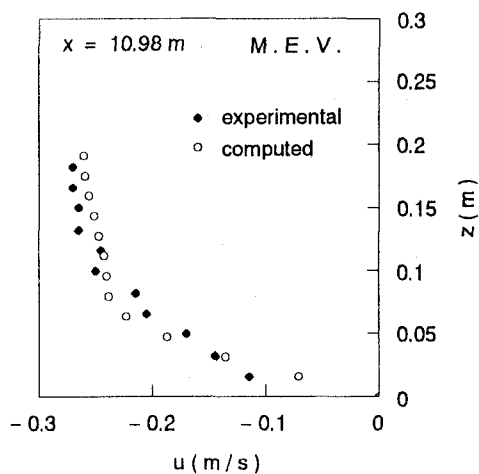
$x = 3.66 \text{ m}$ における(a)をみると、峯の位相における水位にごく僅かな差を生じているが、実験結果と計算結果との位相のズレはなく波形はほぼ一致している。 $x = 47.58 \text{ m}$ における(b)をみると、実験結果と計算結果とを比較すると峯において位相のズレが生じている。また、計算結果で谷の位相における水位は実験結果より低い。

b) 流速の鉛直分布

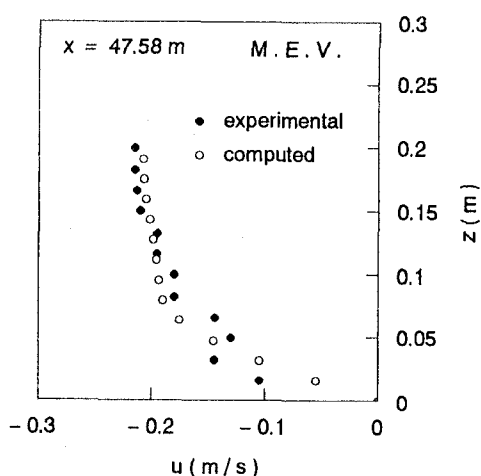
図-4は、河口からの距離が10.98 mと47.58 mの地点で落潮時における下流方向への流速が最大となる位相(以下、M.E.V.と呼ぶ)および漲潮時における上流方向への流速が最大となる位相(以下、M.F.V.と呼ぶ)における流速の鉛直分布を示したものである。図中の黒丸および白丸は、それぞれ実験結果および計算結果である。また、流速は上流方向を正、下流方向を負としている。

(a)は、 $x = 10.98 \text{ m}$ におけるM.E.V.での流速の鉛直分布を示す。底面および水面近傍では実験結果が計算結果より幾分大きく、中層域では計算結果が実験結果より大きいようではあるがその差はごく僅かであり、実験結果をうまく再現し得ている。(b)は、 $x = 47.58 \text{ m}$ におけるM.E.V.での流速の鉛直分布を示す。定性的および定量的にも(a)とよく似た傾向を示す。

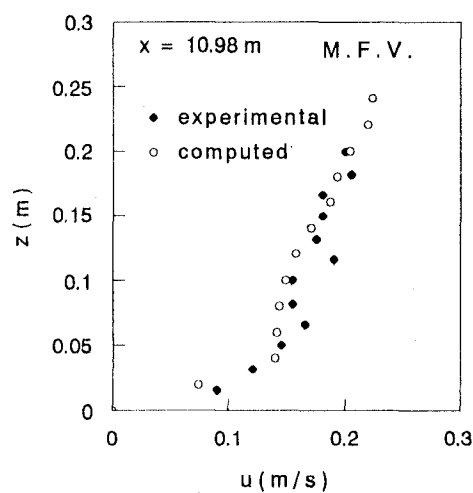
(c)は、 $x = 10.98 \text{ m}$ におけるM.F.V.での流速の鉛直分布を示す。中層域において実験結果より計算結果が



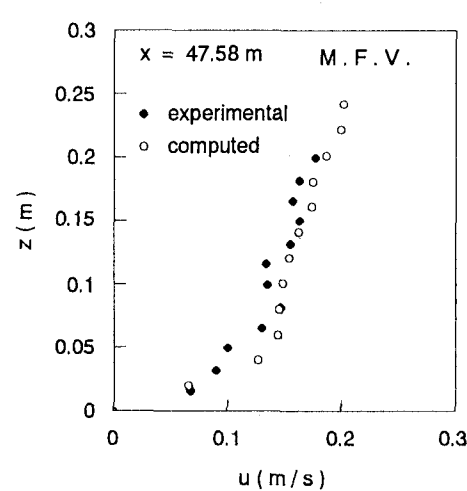
(a) $x = 10.98 \text{ m}$ (M.E.V.)



(b) $x = 47.58 \text{ m}$ (M.E.V.)



(c) $x = 10.98 \text{ m}$ (M.F.V.)



(d) $x = 47.58 \text{ m}$ (M.F.V.)

図-4 流速の経時変化

幾分小さいようであるが、その差はごく僅かなものであり実験結果をうまく再現し得ている。(d)は、 $x = 47.58 \text{ m}$ におけるM.F.V.での流速の鉛直分布を示す。計算結果は実験結果より大きいようであるが、その差はごく僅かであり実験結果をうまく再現し得ている。以上のことから、構築したモデルで流れの鉛直構造をうまく捉えることが可能であると考ええる。

c) 水位と塩分の位相変化

図-5は、淡水流入量が $2.9 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ の場合の河口から3.66 mの地点における水位と塩分の位相変化を示したものである。なお、実線は水位を示す。

底面付近および水深のほぼ1/3程度の深さにおいては、塩分はピークに達した後も高塩分の状態が続き、塩分の時間的な変動は小さい。一方、水面付近では塩分の変動が大きく、ピークに達した後1/4周期程度ほぼ同一の塩分が続く。なお、水位のピークと塩分のピークとの間には1/16周期程度の位相のズレがある。

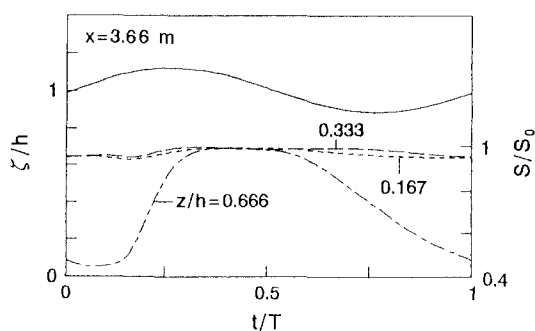


図-5 水位と塩分の位相変化

d) 乱流拡散係数と水位の位相変化

図-6は、淡水流入量が $2.9 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ の場合の河口から3.66 mの地点における水位と乱流拡散係数の位相変化を示したものである。図-5と図-6を比較すると、塩分のピークが生じる位相は、乱流拡散係数が0となる位相とほぼ一致することが分かる。このことは、流速に依存する乱流拡散係数を用いたため、流速が0となる

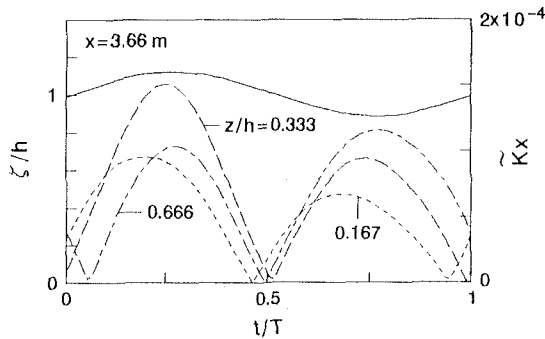


図-6 水位と乱流拡散係数の位相変化

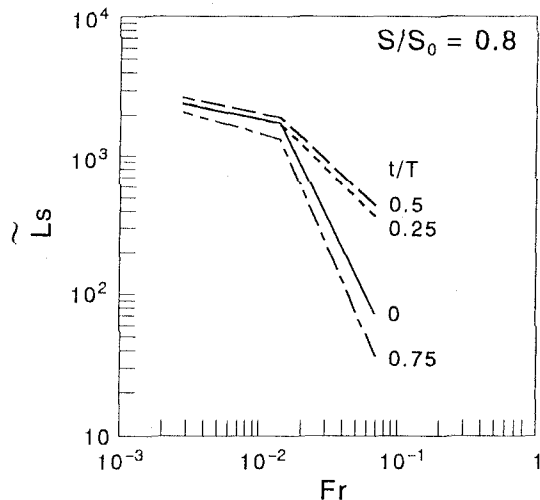


図-7 塩水浸入距離と Fr

位相で移流や拡散による塩水の浸入が止まり、その位相を過ぎると淡水流入量の影響が徐々に強くなり塩水が後退するためであると考え。

e) 淡水流入量が塩水の浸入距離に及ぼす影響

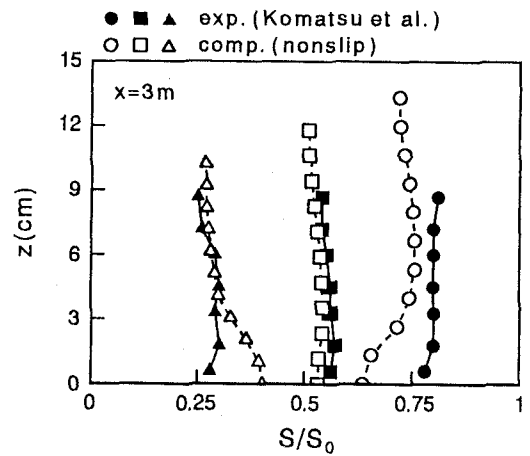
図-7は、淡水流入量が塩水の浸入距離に及ぼす影響を示したものである。 $\tilde{L}_s$ は塩水の浸入距離を潮汐波の振幅で除して無次元化している。塩水浸入距離は、 $S/S_0=0.8$ の等塩分線が河床と交わる地点の河口からの距離と定義した。また、フルード数 Fr は上流境界における断面平均流速を用いて算出した。なお、図中で $t/T=0$ は下流境界における水位が静水位である位相を表す。塩水の浸入距離は潮汐変動に伴って周期的に変化している。また、淡水流入量が $2.9 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ から $1.45 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ に増大すると浸入距離は $1/36 \sim 1/5$ 程度に激減する。

(2) 小松ら²⁾の実験に基づく解析

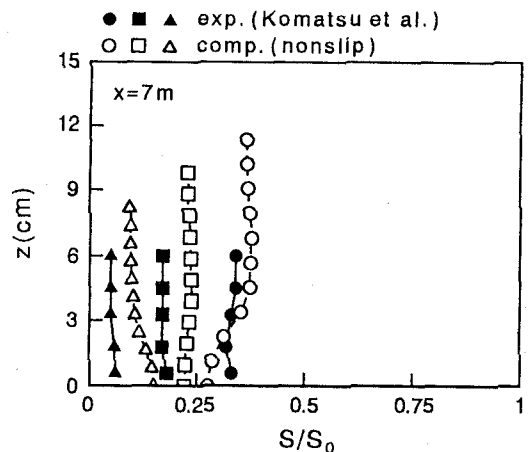
下流側境界で振幅1.5 cm、周期240 sの潮汐波を与え、上流境界における淡水流入量は $3.5 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ とした場合の結果である。なお、河床勾配は $1/200$ である。

a) 塩分の鉛直分布

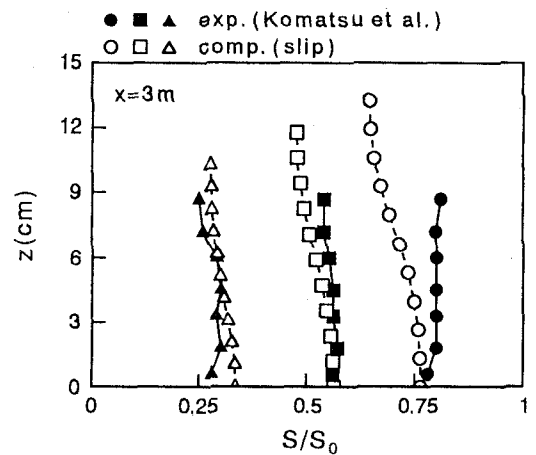
図-8は、河口からの距離が3 mと7 mの地点における



(a) $x=3 \text{ m}$ (nonslip)

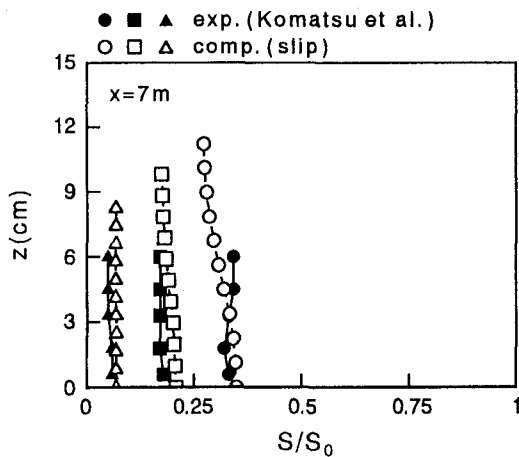


(b) $x=7 \text{ m}$ (nonslip)



(c) $x=3 \text{ m}$ (slip)

塩分の鉛直分布を示したものであり、(a)と(b)および(c)と(d)は、それぞれ底面において nonslip および slip の境界条件を課した場合である。また、図中の黒丸、黒矩形および黒三角は、それぞれ満潮時、一潮汐平均および干潮時の実験結果である。さらに、白丸、白矩形および白三角は、それぞれ満潮時、一潮汐平均および干潮時の計算結果である。なお、図中の S_0 は下流境界に



(d) $x=7\text{ m}$ (slip)

図-8 塩分の鉛直分布

おける塩分の最大値(海域の塩分)である。

(a)は、 $x=3\text{ m}$ における結果である。一潮汐平均では、実験結果と計算結果は良く符合している。しかしながら、計算結果は、満潮時および干潮時の底面近傍での鉛直勾配が大きく実験結果との差は大きい。

(b)は、 $x=7\text{ m}$ における結果である。満潮時においては実験結果と計算結果は良く符合している。しかしながら、干潮時および一潮汐平均では計算結果が実験結果より高い塩分を示す。

(c)は、 $x=3\text{ m}$ における結果である。満潮時において底面での差はないものの上層付近では鉛直勾配が大きく実験結果と計算結果との差は大きい。一潮汐平均および干潮時には実験結果と計算結果は良く符合する。nonslipの境界条件を課した(a)と比較すると、実験結果と計算結果との一致の度合いは良いようである。

(d)は、 $x=7\text{ m}$ における結果である。全体的に実験結果と計算結果は良く符合している。nonslipの境界条件を課した(b)と比較すると、河口近傍における結果と同様、slipの境界条件を課した場合が実験結果と計算結果との一致の度合いは良い。実験結果を比較的うまく再現し得た乱流拡散係数を評価する際に用いた各係数の値は、 $\gamma_x=0.001$ 、 $\gamma_z=0.015$ 、 $c_1=100$ であった。なお、本論文では、強混合型の塩分分布の再現に努めたが、前述した3つの係数をコントロールすることによって弱混合型の塩分分布の再現も可能である。

b) 断面平均した塩分の空間分布

図-9は、断面平均した塩分の空間分布を示したもの

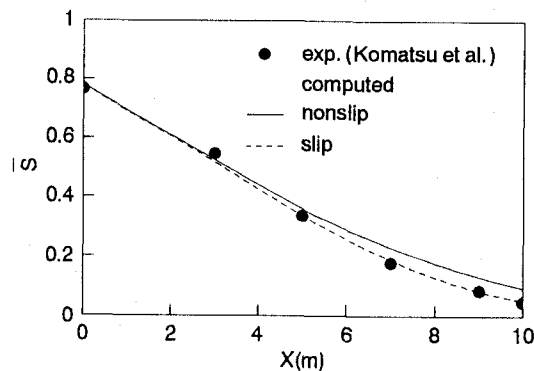


図-9 断面平均した塩分の空間分布

である。なお、実線および破線は、それぞれnonslipおよびslipの境界条件を課した場合の計算結果である。slipの境界条件を課した場合では、河口から3 mの地点で僅かな差が生じているものの実験結果を良く再現し得ている。一方、nonslipの境界条件を課した場合では、 $x=3\text{ m}$ より上流側では実験結果より計算結果の塩分が高い。

4. おわりに

流速の時空間的変動に依存する渦動粘性係数や乱流拡散係数を用いて小松らおよびPerrels・Karelseの実験に基づいて解析を行った結果、流速分布や塩分の分布についてほぼ満足いく結果が得られた。しかしながら、拡散係数を評価する際の係数と密度流の混合形態、潮汐波の特性や淡水流入量等との関連を明らかにするまでには至らなかった。さらに多くの解析を通してその量的な評価に努めるつもりである。

謝辞：本研究は文部省科学研究費総合研究A(代表:澤本正樹)による研究の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) 吉田静男:河口密度流とその解析方法, 1988年度水工学に関する夏期研修会講義集, pp.B-21-B-2-15, 1988.
- 2) 小松利光, 安達貴浩, 孫 双科, 柴田敏彦:強混合型感潮河川における見掛けの拡散フラックスの評価法, 水工学論文集, 第40巻, pp.505-510, 1996.
- 3) 池永 均, 山田 正, 内島邦秀, 笠井雅広, 向山公人, 大東淳一:塩水遡上の3次元数値解析と潮汐を考慮した塩水楔の破壊に関する研究, 水工学論文集, 第41巻, pp.509-514, 1997.
- 4) Perrels, P.A.J. and M. Karelse: A two-dimensional numerical model for salt intrusion in estuaries, In: J.C.J. Nihoul (editor), Hydrodynamics of Estuaries and Fjords, Elsevier Scientific Publishing Company, pp.107-125, 1978.

(1997.9.30 受付)