

水平渦と2次流を伴う複断面開水路流れの 非定常3次元数値解析

3-D Computation of Unsteady Flows in Compound Open Channels
with Horizontal Vortices and Secondary Currents

細田 尚¹・櫻井寿之²・村本嘉雄³

Takashi HOSODA, Toshiyuki SAKURAI and Yoshio MURAMOTO

¹正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-01 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工修 建設省土木研究所 ダム部水工水資源研究室 (〒305 つくば市旭1)

³フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-01 京都市左京区吉田本町)

The non-linear $k-\varepsilon$ model is applied to 3-D computation of unsteady flows in compound open channels with horizontal vortices generated by the shear instability and the secondary currents of 2nd kind. Model performance is investigated through the examination of the calculated results. It is pointed out that the typical flow features such as the horizontal vortices and the secondary currents can be simulated numerically by the non-linear $k-\varepsilon$ model considering the effect of the strain parameter on the eddy viscosity, though further model refinement is needed to reproduce the 3-D flow structure precisely.

Key Words : Compound open channel flow, Turbulence model, Numerical analysis, Hydrodynamic instability

1. はじめに

本研究は、複断面開水路流れの非定常3次元構造を数値解析的に再現できる3次元モデルの開発を目的としている。複断面流れは、低水路と高水敷の境界付近に発生する、せん断不安定に起因する大規模水平渦運動、および境界面付近の強い斜昇流を伴う断面内の第2種2次流の存在で特徴づけられる。水平渦運動に関しては、断面を2層に分割した2層水深積分モデルの適用性が確認されているが¹⁾、水平渦と2次流を同時に解析し、より詳細な流れの3次元構造を再現するためには、高次乱流モデルを用いた3次元解析を行う必要がある。そこで本研究では、流れの3次元構造を詳細に再現できる数値解析モデルについて考察する。

本研究では、乱流モデルとして非線形 $k-\varepsilon$ モデルを用いる。せん断不安定に起因する渦運動は、標準型 $k-\varepsilon$ モデルでは再現できず、渦動粘性係数とひずみ速度テンソルに関するモデル定数 C_μ のストレイン・パラメータ依存性を考慮することの必要性が指摘されている²⁾。さらに、第2種2次流に関しては、代数応力モデルによって再現可能なことが検証されており^{3), 4)}、非線形 $k-\varepsilon$ モデルは、代数応力

モデルを物質客観性の原理に基づいて渦動粘性係数を用いた表示に変換したモデルと等価であることから⁵⁾、第2種2次流もある程度再現可能と考えられる。

そこで、非線形 $k-\varepsilon$ モデルを用いて3次元非定常計算を行い、水平渦運動と断面内の第2種2次流を同時に再現することを試みるとともに、池田らの実験結果⁶⁾と比較することで、流れの再現性およびモデルの適用性について考察する。

2. 数値解析モデル

(1) 基礎式

基礎式は連続式、3次元のレイノルズ方程式および乱流モデルによって構成される。乱流モデルには、ひずみ速度の非線形項を考慮することにより乱れの非等方性を再現できるようにした非線形 $k-\varepsilon$ モデルを用いる。以下に用いた基礎式の概要を示す。

(連続式)

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

表-1 モデル定数の値

$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	C_1	C_2	C_3	A_1	A_2
1.44	1.92	1.0	1.3	0.4	0	-0.13	0.5	0.3

(運動方程式)

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_i u_j} \right) + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (2)$$

(k 方程式)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial x_j} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{D}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} \quad (3)$$

(ε 方程式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial x_j} = & -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \\ & \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{D}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

構成則として、式(5)で表される2次の項まで考慮した非線形 $k-\varepsilon$ モデルを用いる^{7), 8), 9)}。

(Reynolds応力)

$$-\overline{u_i u_j} = D S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{k}{\varepsilon} D \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \quad (5)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad D = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad S_{lij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \frac{\partial U_j}{\partial x_r},$$

$$S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} + \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \right), \quad S_{3ij} = \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \quad (6)$$

ここに、 (x, y, z) : 空間座標, t : 時間, (U, V, W) : 時間平均流速ベクトル, P : 平均圧力, (u, v, w) : 乱れ速度ベクトル, ν : 動粘性係数, ρ : 流体の密度, k : 乱れエネルギー, ε : 乱れエネルギー散逸率, D : 渦動粘性係数を表す。添え字 i, j, r は 1, 2, 3 の値をとり、それぞれ 1 は x 方向, 2 は y 方向, 3 は z 方向を表す。また、添え字 i, j, r に関して総和の規約を用いている。式(5)の右辺第3項が2次の非線形項となっている。さらに、 C_μ を定数とした $k-\varepsilon$ モデルでは、せん断不安定に起因する非定常な渦運動が再現できず、この点を改良するためには、渦動粘性係数に対するストレイン・パラメータ S の影響を考慮する必要性が指摘されている²⁾。Gatski・Spezialeの理論⁵⁾では、 C_μ はストレイン・パラメータとローテーション・パラメータの関数になるが、モデルの簡単化のためまずストレイン・パラメータのみを考慮する。

S の定義を式(7)に示す。また、本研究では C_μ と S の関係式として Kato・Launder¹⁰⁾ がカルマン渦の解析に用いた式(8)を用いる。

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (7)$$

表-2 計算の水理条件

低水路内 水深(cm)	高水敷水 深(cm)	高水敷幅 (cm)	水路勾配
3.85	0.85	16.0	1/1000

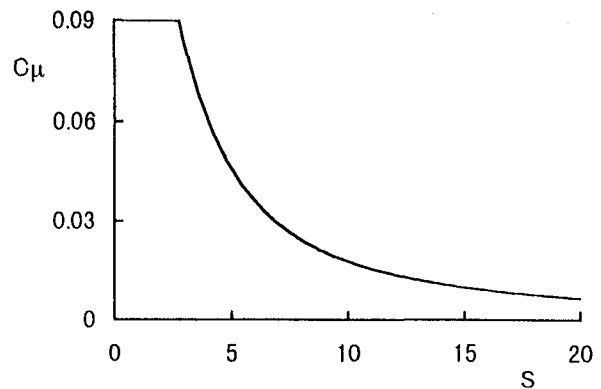


図-1 C_μ と S の関係 ($A_1=0.5, A_2=0.3$)

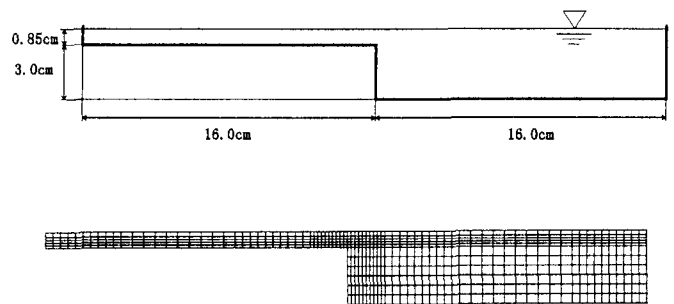


図-2 水路断面と格子分割

$$C_\mu = \min \left[0.09, \frac{A_2}{1 + A_1 (\min[20, S])^{1.5}} \right] \quad (8)$$

(2) 数値解析法

数値解析法として、圧力、 k および ε を直方体格子の中央で、流速ベクトルの成分を側面で定義する互い違い格子の有限体積法を用いた。運動方程式、 k および ε 方程式の移流項には QUICK スキームを用い、圧力は収束計算で求めている。

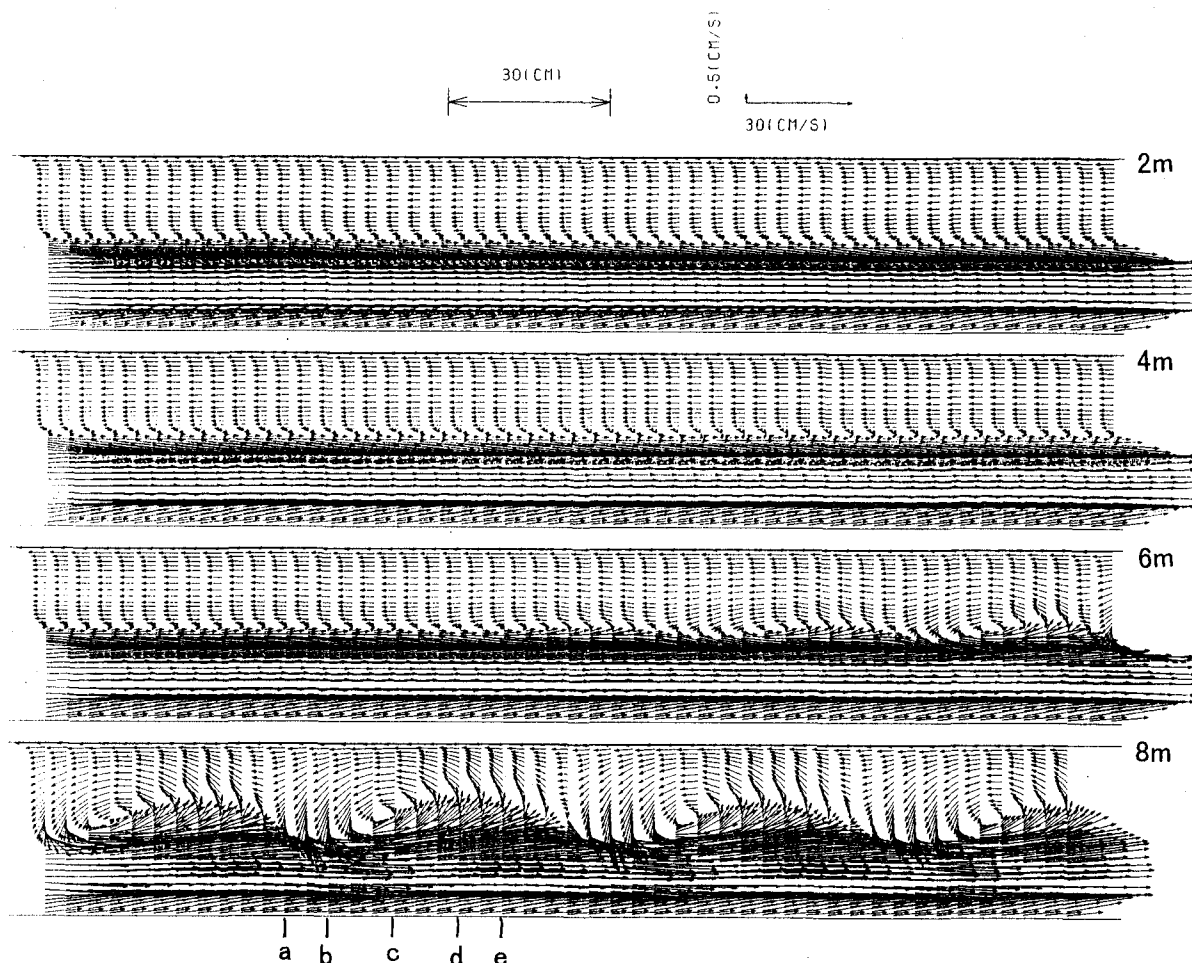


図-3 水面から3層目の平面流況 ($t = 130 \text{ sec}$)

また、 $k-\varepsilon$ モデルにおいて自由表面近傍での鉛直方向乱れの減衰を考慮する方法として、水面の k を対称条件で計算した k の0.8倍程度とする補正の方法¹¹⁾、渦動粘性係数に水面近傍で減衰する関数を乗じる方法¹²⁾等があるが、本研究ではより簡単に、表層から一つ下の格子の k の0.8倍を表層の k とした。

表層の ε は杉山¹³⁾が提案する次式を用いた。

$$\varepsilon_s = \frac{C_{\mu 0}^{3/4} k_s^{3/2}}{0.4 \Delta y_s}, \quad (C_{\mu 0} = 0.09) \quad (9)$$

上式中、添字 s は表層の値を、 Δy_s は水面からの距離を表す。さらに、壁面境界条件としてwall function法を用いた。

表層の連続式と運動方程式に関しては、基礎式(1)および(2)を自由水面を考慮して表層のコントロール・ボリュームで積分した式を用い¹⁴⁾、水面変動も計算している。

(3) 計算条件

モデル定数として、表-1に示す値を用いた。この定数を用いたときの C_{μ} と S の関係を図-1に示した。Wall function法を用いたときの S の値は

$1/\sqrt{2C_{\mu 0}} \approx 2.36$ であり、図-1の関係を用いても対数則の領域には影響を与えないことが確認される。

($S = 2.36$ の C_{μ} の値が0.09になっている。)

計算の水利条件は、池田らの実験⁶⁾の内CASE Aに合わせて設定した(表-2参照)。

計算の境界条件として、下流端で一定の水深を与え、その他の水理量は勾配0の条件を用いた。上流端でも、強制的に流速を与えることはせず、勾配0の条件で計算した。

断面の格子分割を図-2に示す。流れ方向(x -方向)には $\Delta x = 4 \text{ cm}$ とした。格子数は、流れ方向に200(水路長8 m)、水深方向(z -方向)に10、水路幅方向に80である。また、時間間隔は $\Delta t = 0.002 \text{ sec}$ である。

3. 計算結果の考察

図-3に、計算開始から十分時間が経過した後の、水面から3層目の平面流況を示した。(15 cm/sで動く移動座標系から見た結果を示してある。)水路長の半分より下流から高水敷と低水路の境界面が徐々に不安定になり、渦の発生と成長が見られる。下流端から2 mの区間では、渦間隔がほぼ一定となっている。この領域が渦が十分に発達した平衡領域であ

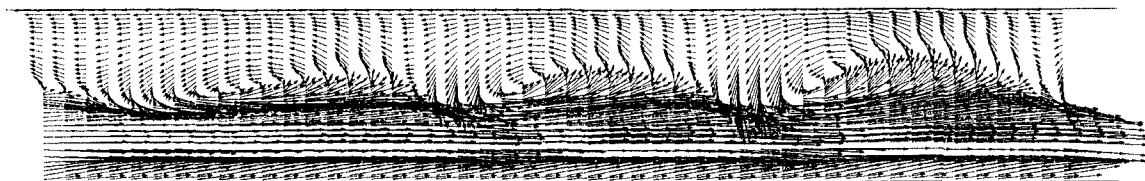


図-4 水面から3層目の平面流況 ($t = 90 \text{ sec}$)

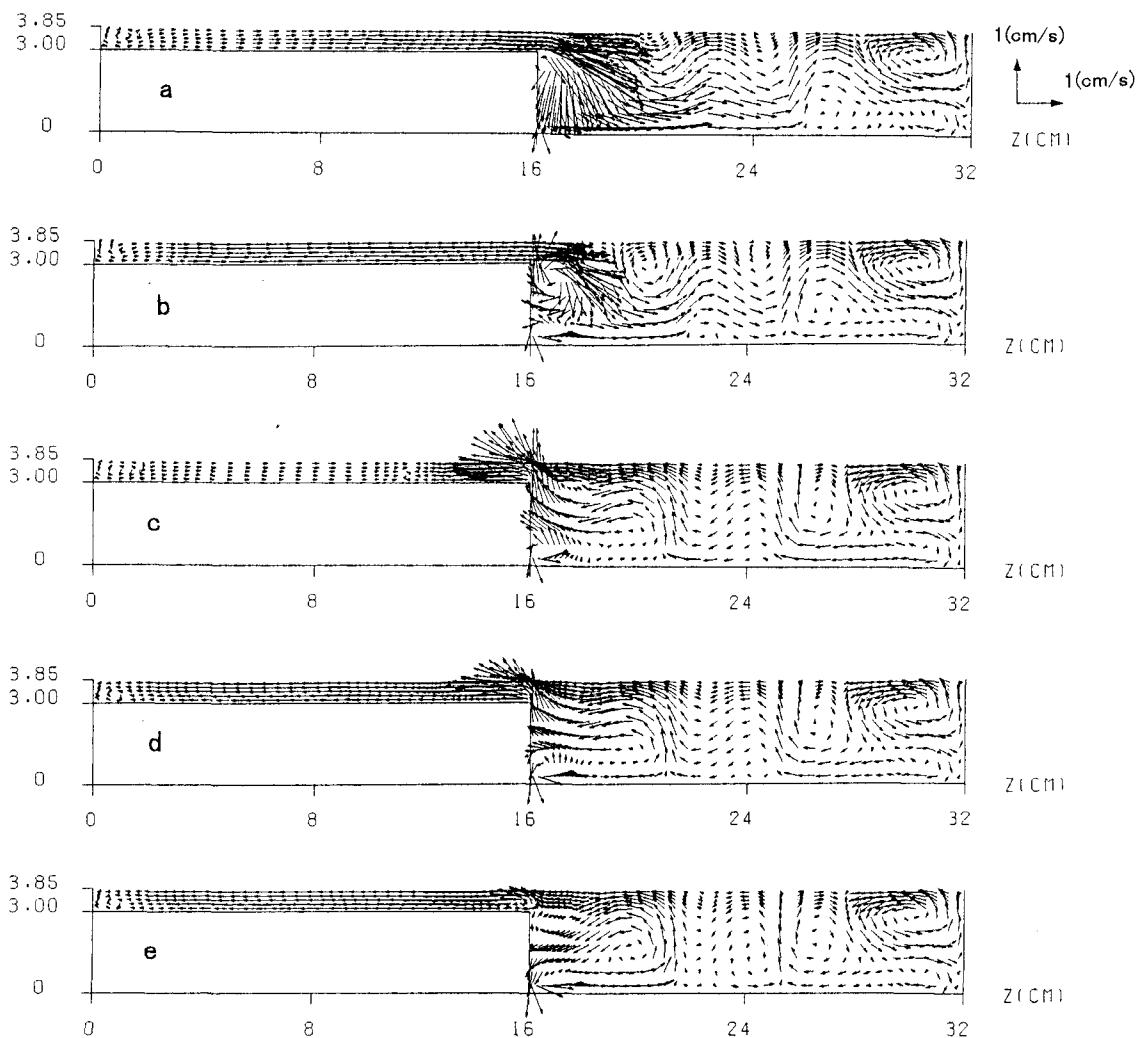


図-5 横断面内の流況 ($t=130 \text{ sec.}$)

るかどうかは、領域を拡張した計算結果と比較する必要があるが、本研究ではこの領域を平衡領域とみなして考察をすすめる。図-4には図-3より40 sec前の下流端から2 mの領域の平面流況を示した。図-3とほぼ同様な流況になっており、形状をあまり変化させることなく渦が流下していくことが分かる。

下流端から2 mの領域での、横断面内流況を示したのが図-5である。断面の位置は図-3の平面図に示した。渦の上流側では高水敷から低水路に向かう流れが卓越し、高水敷から低水路へ向かって斜め

に潜り込む流れが見られる。低水路側岸付近ではほとんど下向きの流れになっている。渦の中心より少し上流では、高水敷から低水路に向かう流れの流速が若干減少し、低水路側壁近傍で右回りの循環が見られる。渦の中心付近では、強い鉛直上向きの流れが卓越し、その下流では低水路から高水敷に乗り上げる強い流れが生じている。このような流れの3次元構造は、池田ら⁶⁾が示した境界面近傍の流れの構造(図-6)を少なくとも定性的には再現していると考えられる。

図-7には境界面に沿った水面変動を示した。下

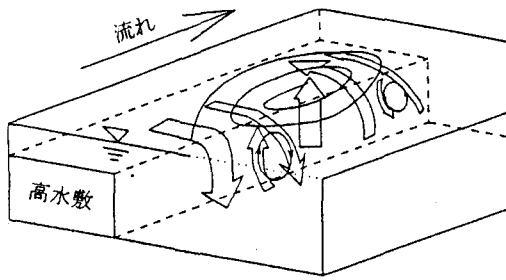


図-6 池田らによる境界面近傍の流れの3次元構造

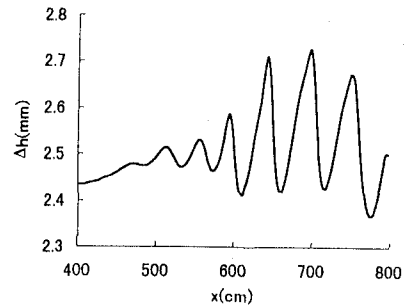


図-7 境界面に沿った水面変動 (t=130sec.)

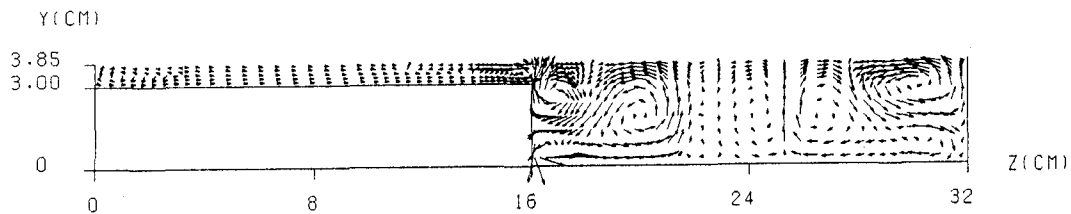


図-8 空間平均された横断面内の流れ

流に向かって水面変動が増幅し振幅がほぼ一定の状態に達する様子が分かる。この図より、渦の間隔は約60cmであり、実験結果の73.3cmより少し小さくなっている。また、計算結果の水面変動の振幅はほぼ0.3mmであり、実験結果の約0.4mmより小さい。

図-8には、上述の下流2mの領域で空間平均した横断面内の流れを示した。空間平均された流れは、時間平均を用いた通常の実験結果と厳密には異なるが、十分平衡状態に達している領域での空間平均はアンサンブル平均と同等と考えられ、計算結果の処理の容易さから、空間平均された流れを示した。境界面から斜昇流が生じ低水路の水面で流れが中央に向かう様子が再現されているが、低水路中央付近で、通常の長方形断面開水路の流れの2次流で観察されない上昇流が生じており、計算の自由水面の境界条件や $k-\epsilon$ 方程式の拡散項の高精度化など、モデル改良の必要性が認められる。

さらに、計算結果を水深積分した横断方向の平均流速分布の比較を図-9に示したが、境界面から低水路側の分布形に若干の相違が見られる。

このように、計算結果は複断面流れの低水路と高水敷境界面近傍の3次元構造を定性的にはほぼ再現していると考えられるが、渦の大きさや水面変動の振幅、低水路内の第2種2次流のパターン、水深平均流速の横断分布に実験結果と差違がみられ、境界条件の取り扱いを含めたモデル改良の必要性が指摘

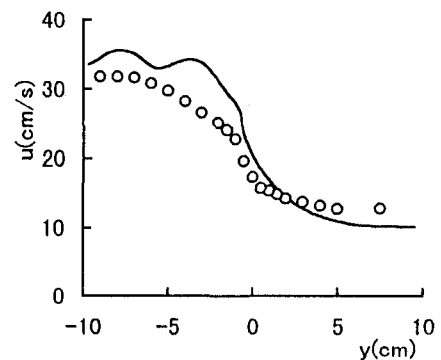


図-9 水深平均流速分布

される。

4. おわりに

本研究では、非線形 $k-\epsilon$ モデルを用いて、複断面開水路流れの非定常3次元構造を再現できる3次元数値解析モデルについて考察した。得られた結果を要約すると以下ようになる。

- (1) Reynolds応力の構成則に2次の非線形項を考慮し、さらに C_μ にストレイン・パラメータの影響を考慮したモデルで、複断面開水路流れの非定常3次元解析を行い、低水路と高水敷境界付近で生じるせん断不安定に起因する水平渦が再現されていること

を確認した。

- (2) 渦の近傍の流れの3次元構造は、池田らが可視化実験から得た構造と定性的には一致している。
- (3) 渦間隔が一定になっている領域で横断面内流速を平均すると、境界面付近の斜昇流や側壁近傍の2次流が定性的には再現されていることが確認された。
- (4) しかし、定量的には、低水路内の2次流のパターン、渦の大きさや水面変動の振幅、水深平均流速の横断分布に実験結果と差違がみられ、自由水面境界条件の取り扱い、や $k-\varepsilon$ 方程式の拡散項の高精度化、 C_μ と S の関係やモデル定数の値などの検討が必要と考えられた。

参考文献

- 1) Kimura, I., Hosoda, T. and Muramoto, Y.: Numerical analysis of horizontal vortices in compound open channel flows by the two-layered flow model, Proc. of 27th Congress of IAHR, San Francisco, California, Vol. Theme A, pp.823-828, 1997.
- 2) Hosoda, T., Kimura, I. and Muramoto, Y.: Vortex formation processes in open channel flows with a side discharge by using the non-linear $k-\varepsilon$ model, Proc. of 11th Symposium on Turbulent Shear Flows, Grenoble, France, Vol.2, pp.19.1-19.6, 1997.
- 3) Naot, D. and Rodi, W.: Calculation of secondary currents in channel flow, J. of Hydraulic Div., ASCE, 108(8), pp.948-968, 1982.
- 4) Naot, D., Nezu, I. and Nakagawa, A.: Hydrodynamic behaviour of compound rectangular open channel, J. of Hydraulic Engrg., ASCE, 119(3), pp.390-408, 1993.
- 5) Gatski, T.B. and Speziale, C.G.: On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows, J. Fluid Mech., Vol.254, pp.59-78, 1993.
- 6) 池田駿介, 村山宣義, 空閑 健: 複断面開水路内の乱流構造解析と縦渦生成に関する研究, 土木学会論文集 No. 509/II-30, pp.131-142, 1995.
- 7) Yoshizawa, A.: Statistical analysis of the deviation of the Reynolds stress from its eddy viscosity representation, Phys. Fluids Vol.27, pp.1377-1387, 1984.
- 8) Rubinstein, R. and Barton, J.M.: Nonlinear Reynolds stress models and the renormalization group, Phys. Fluids A 2, pp.1472-1476, 1990.
- 9) 明 賢國, 笠木伸英: 乱れの壁面漸近条件を考慮した非等方性 $k-\varepsilon$ 乱流モデルの提案, 日本機化学会論文集 (B編), 56巻531号, pp.94-100, 1990.
- 10) Kato, M. and Launder, B.E.: The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders, Proc. 9th Symposium on Turbulent Shear Flows, Kyoto, Vol.1, pp.P10.4.1-10.4.6, 1993.
- 11) 棚津家久, 中川博次: 修正 $k-\varepsilon$ モデルによる開水路乱流の数値計算, 土木学会論文集 No.387/II-8, pp.125-134, 1987.
- 12) 細田 尚: 開水路流れにおける乱流拡散機構に関する水理学的研究, 京都大学博士論文, 1990.
- 13) 杉山 均, 秋山光庸, 松原 珠: 複断面開水路内の乱流構造解析と縦渦生成に関する研究, 土木学会論文集 No.515/II-31, pp.55-65, 1995.
- 14) 岩佐義朗, 細田 尚, 平岡順次, 岡川一義: 無巻水路トンネル内の流れの抵抗則について, 京都大学防災研究所年報 第34号B-2, pp.337-353, 1991.

(1997. 9. 30受付)