

# 水表面近傍の乱れに対する応力方程式 モデルの適用

APPLICATION OF A REYNOLDS STRESS MODEL TO  
TURBULENCE NEAR A FREE SURFACE

杉原裕司<sup>1</sup>・松永信博<sup>2</sup>  
Yuji SUGIHARA and Nobuhiro MATSUNAGA

<sup>1</sup>正会員 工修 九州大学助手 総合理工学研究科 (〒816-8580 福岡県春日市春日公園6-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 九州大学助教授 総合理工学研究科 ( ) 同上 ( )

A numerical analysis has been made to investigate the applicability of the Launder-Reece-Rodi Reynolds stress model to turbulence near a free surface. The model has been applied to oscillating-grid turbulence in a homogeneous fluid with a finite depth. Anisotropic distortion of the near-surface turbulence has been numerically simulated. The model predicts a strong influence of free surface on turbulent structure within the range of the order of integral lengthscale. The numerical solutions normalized by using the exact solution for the infinite depth have been compared with experimental data. A good agreement is seen between the both. This agreement shows that the Reynolds stress model is useful for the turbulence near a free surface.

**Key Words :** Reynolds stress model, turbulence, free surface, numerical simulation

## 1. 緒 論

開水路乱流場においては、水表面の存在が平均流速の分布特性に強い影響を及ぼすことが指摘されている。また、大気-水域間の物質輸送過程においては、水表面近傍の乱れが重要な役割を担っている。従って、水表面近傍における乱流解析の精度向上は、これらの水理現象の予測手法の確立において重要な課題である。

水表面近傍においては、乱流渦は扁平に変形され、乱れの非等方性が顕著となる。非等方乱流場を対象とした乱流数理モデルにレイノルズ応力方程式モデルがある。このモデルは、DNS や LES に比べて計算機負荷も小さく、比較的高い精度で工学的乱流場を予測できることから、現在活発に整備されているモデルである。開水路乱流場に対するレイノルズ応力方程式モデルの適用性を検討した研究として、例えば Gibson & Rodi<sup>1)</sup>、河原と常山<sup>2)</sup>のものがあるが、この種のモデルが水表面近傍の乱流特性をどれ程正確に解析できるのかについてはもっと詳細に検討されなければならない。

本研究の目的は、現在提案されている様々な応力方程式モデルのベースになっている Launder, Reece & Rodi<sup>3)</sup>の応力方程式モデル（以下 LRR モデル）が、水表面近傍での非等方な乱れ特性をどの程度解析できるのかについてその適用性を検討することである。モデルの基本性能を評価する場合には、解析的な取り扱いが容易な乱流場を対象とする方が望ましい。そこで本研究では、平均流が存在せず、拡散と散逸が釣り合った乱れ場である振動格子乱流を解析対象とする。この乱れ場は水表面の影響がない場合（以下基本場）においてもある程度の非等方性を持っている。従って、水表面による非等方効果を正しく解析するためには、まず基本場の非等方度を評価しておく必要がある。本解析では、基本場の LRR モデルの解析解を通じて、水表面の影響の無視できる場合の非等方度の実験値をモデル定数に反映させている。そのようなモデル定数値を用いて、水表面の影響がある場合の数値解析を行い、従来の水表面近傍での実験値と比較・検討することによってモデルの適用性を検討している。

## 2. 水表面の影響のない場合における LRR モデルの解析解

図-1 に振動格子乱流水槽の模式図を示す。振動格子乱流は、静止流体中において格子を鉛直振動させた際に形成される乱流場である。この乱れの特徴は、近似的に平均流がなく、乱流統計量は水平面内において一様で鉛直方向にのみ変化する。また、水平流速の乱れが等方的である。これらの特性を考慮すれば、基本場における振動格子乱流を記述する LRR モデル方程式は以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_S \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\epsilon} \left( w^2 \frac{dk}{dz} + w^2 \frac{dw^2}{dz} \right) \right\} &= \epsilon \\ C_S \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\epsilon} 3w^2 \frac{dw^2}{dz} \right\} &= C_{\phi 1} \frac{\epsilon}{k} \left( w^2 - \frac{2}{3} k \right) + \frac{2}{3} \epsilon \\ C_{\epsilon} \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\epsilon} w^2 \frac{d\epsilon}{dz} \right\} &= C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $k$  は乱れエネルギー、 $\epsilon$  はエネルギー散逸率、 $w$  は鉛直流速の乱れ強度、 $z$  は格子振動中心から鉛直上向きに取られた座標である。また、 $C_S$ 、 $C_{\phi 1}$ 、 $C_{\epsilon}$  および  $C_{\epsilon 2}$  はモデル定数である。水平流速の乱れ強度については、その等方性を考慮することにより  $k$ 、 $w$  から算定できる。本解析では、格子振動中心において  $k_0$ 、 $\epsilon_0$  の乱れが生成されているものとし、そこでの  $w^2$  は  $r k_0$  で与えられるものとする。ここで、 $r$  は定数である。以上より境界条件は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} k &= k_0, \quad w^2 = r k_0, \quad \epsilon = \epsilon_0 \quad at \quad z = 0 \\ k &\rightarrow 0, \quad w^2 \rightarrow 0, \quad \epsilon \rightarrow 0 \quad as \quad z \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

解析の見通しを良くするために、境界値  $k_0$ 、 $\epsilon_0$  を用いて式(1)、(2)を無次元化する。その際の無次元諸量は以下のように定義される。

$$\tilde{k} = k/k_0, \quad \tilde{w}^2 = w^2/k_0, \quad \tilde{\epsilon} = \epsilon/\epsilon_0, \quad \tilde{z} = z/(k_0^3 \epsilon_0^{-2})^{1/2} \quad (3)$$

無次元化された方程式系は、

$$\left. \begin{aligned} C_S \frac{d}{d\tilde{z}} \left\{ \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} \left( \tilde{w}^2 \frac{d\tilde{k}}{d\tilde{z}} + \tilde{w}^2 \frac{d\tilde{w}^2}{d\tilde{z}} \right) \right\} &= \tilde{\epsilon} \\ C_S \frac{d}{d\tilde{z}} \left\{ \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} 3\tilde{w}^2 \frac{d\tilde{w}^2}{d\tilde{z}} \right\} &= C_{\phi 1} \frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{k}} \left( \tilde{w}^2 - \frac{2}{3} \tilde{k} \right) + \frac{2}{3} \tilde{\epsilon} \\ C_{\epsilon} \frac{d}{d\tilde{z}} \left\{ \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} \tilde{w}^2 \frac{d\tilde{\epsilon}}{d\tilde{z}} \right\} &= C_{\epsilon 2} \frac{\tilde{\epsilon}^2}{\tilde{k}} \\ \tilde{k} &= 1, \quad \tilde{w}^2 = r, \quad \tilde{\epsilon} = 1 \quad at \quad \tilde{z} = 0 \\ \tilde{k} &\rightarrow 0, \quad \tilde{w}^2 \rightarrow 0, \quad \tilde{\epsilon} \rightarrow 0 \quad as \quad \tilde{z} \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。ここで、 $\sim$  は無次元量を示す。

式(4)の非線形方程式系を解くに当たり、次のように

に定義される  $\tilde{\zeta}$ -座標系を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\zeta}}{d\tilde{z}} &= \frac{\tilde{\epsilon}}{C_S \tilde{k} \tilde{w}^2} > 0 \quad for 0 < \tilde{z} < \infty \\ \tilde{\zeta} &= \zeta_0 \quad at \quad \tilde{z} = 0 \\ \tilde{\zeta} &\rightarrow \infty \quad as \quad \tilde{z} \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式(6)を用いて、式(4)、(5)を  $\tilde{\zeta}$ -系へ変換すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{k}}{d\tilde{\zeta}^2} + \frac{d^2 \tilde{w}^2}{d\tilde{\zeta}^2} &= C_S \tilde{k} \tilde{w}^2 \\ \frac{d^2 \tilde{w}^2}{d\tilde{\zeta}^2} &= \frac{C_S C_{\phi 1}}{3} \tilde{w}^2 - \frac{2}{9} C_S (C_{\phi 1} - 1) \tilde{k} \tilde{w}^2 \\ \frac{d^2 \tilde{\epsilon}}{d\tilde{\zeta}^2} &= \frac{C_S^2 C_{\epsilon 2}}{C_{\epsilon}} \tilde{\epsilon} \tilde{w}^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{k} &= 1, \quad \tilde{w}^2 = r, \quad \tilde{\epsilon} = 1 \quad at \quad \tilde{\zeta} = \zeta_0 \\ \tilde{k} &\rightarrow 0, \quad \tilde{w}^2 \rightarrow 0, \quad \tilde{\epsilon} \rightarrow 0 \quad as \quad \tilde{\zeta} \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式(7)の解として、境界条件を考慮して次のような関数形を仮定する。

$$\tilde{k} = \left( \frac{\tilde{\zeta}}{\zeta_0} \right)^{-\alpha}, \quad \tilde{w}^2 = r \left( \frac{\tilde{\zeta}}{\zeta_0} \right)^{-\beta}, \quad \tilde{\epsilon} = \left( \frac{\tilde{\zeta}}{\zeta_0} \right)^{-(3+\gamma)} \quad (9)$$

$\alpha, \beta > 0, \quad \gamma > -3$

式(9)を式(7)の第1式へ代入すると、恒等的に次の関係式が得られる。

$$\alpha = \beta = 2 \quad (10)$$

$$\frac{6}{C_S \zeta_0^2} = \frac{r}{1+r}$$

また、式(9)を式(7)の第2式へ代入すると、同様に

$$\alpha = \beta = 2 \quad (11)$$

$$\frac{6}{C_S \zeta_0^2} = \frac{r C_{\phi 1}}{3} - \frac{2}{9} (C_{\phi 1} - 1)$$

が得られる。式(10)、(11)より  $C_{\phi 1}$  と  $r$  の間には、

$$C_{\phi 1} = \frac{7r - 2}{(1+r)(3r-2)} \quad (12)$$

の関係が成立し、モデル定数  $C_{\phi 1}$  は乱れの非等方性から決定されるべきパラメータであることがわかる。また、 $\alpha=\beta=2$  が得られたことから、 $\tilde{w}^2$  と  $\tilde{k}$  の比は空間的に一定で、その値は  $r$  を取ることがわかる。ただし、式(12)は、式(9)のべき乗解の存在を保証する条件になっていることに注意が必要である。式(9)を式(7)の第3式へ代入すると、

$$(\gamma+3)(\gamma+4) = \frac{6C_S C_{\epsilon 2}(1+r)}{C_{\epsilon}} \quad (13)$$

が得られる。従って、 $\gamma$  は次式のように表される。

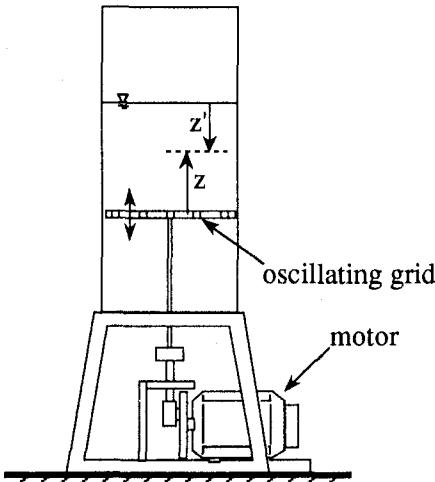


図-1 振動格子乱流水槽の模式図

$$\gamma = -\frac{7}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{6C_S C_{\epsilon 2}(1+r)}{C_{\epsilon}}} \quad (14)$$

式(6)の定義式より、

$$\frac{d\tilde{\zeta}}{d\tilde{z}} = \frac{\tilde{\epsilon}}{C_S \tilde{k} \tilde{w}^2} = \frac{1}{C_S r} \left( \frac{\zeta_0}{\tilde{\zeta}} \right)^{\gamma-1} \quad (15)$$

となる。式(15)を積分することにより、次のような $\tilde{\zeta}$ と $\tilde{z}$ の関係式を求めることができる。

$$\left( \frac{\tilde{\zeta}}{\zeta_0} \right)^{\gamma} = \frac{\tilde{z}}{z_0} + 1 \quad (16)$$

ただし、 $z_0 = C_S \zeta_0 r / \gamma$ である。

以上より、式(9)へ式(16)を代入し、 $\alpha=\beta=2$ の関係を用いれば、基本場のLRRモデルの解析解は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{k} &= \left( \frac{\tilde{\zeta}}{\zeta_0} \right)^{-2} = \left( \frac{\tilde{z}}{z_0} + 1 \right)^{-2/\gamma} \\ \tilde{w}^2 &= r \left( \frac{\tilde{\zeta}}{\zeta_0} \right)^{-2} = r \left( \frac{\tilde{z}}{z_0} + 1 \right)^{-2/\gamma} \\ \tilde{\epsilon} &= \left( \frac{\tilde{\zeta}}{\zeta_0} \right)^{-(3+\gamma)} = \left( \frac{\tilde{z}}{z_0} + 1 \right)^{-(3+\gamma)/\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ただし、 $\gamma$ は式(14)で与えられる。

次に、水表面の影響を受けない振動格子乱流において、 $\tilde{k}$ と $\tilde{w}^2$ の比である $r$ の値が空間的に一定であるか否かを実験データに基づいて検討する。図-2に、振動格子乱流場のLDV測定データから算定された $r$ の空間分布を示す。ここで、 $S$ は格子の振動幅、 $M$ はメッシュ間隔である。また $Re$ は、格子の振動数を $f$ 、作業流体の動粘性係数を $\nu$ とした時に、 $fS^2/\nu$ で定義される格子

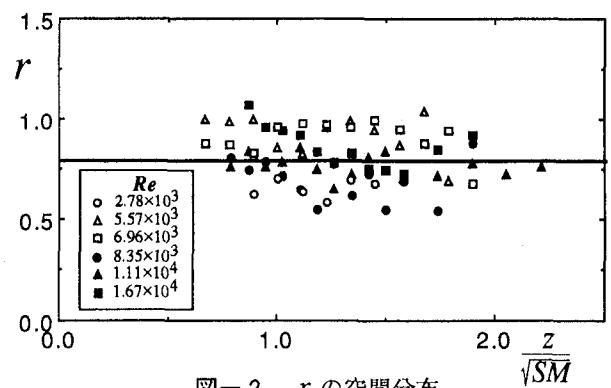


図-2  $r$  の空間分布

レイノルズ数である。データのはらつきが比較的大きいが、 $r$ は格子振動条件に依らず空間的にはほぼ一定で、0.8程度の値を取ることがわかる。 $r$ のより正確な評価については今後検討されるべき課題である。

基本場の解析からもわかるように、LRRモデルのモデル定数は、 $r$ 、 $\zeta_0$ 、 $\gamma$ の値に依存している。乱流計測から、 $\gamma = 0.4$ 、 $z_0 = 1.82$ となることがわかっている<sup>4)</sup>。また振動格子乱流の時間減衰実験から、 $C_{\epsilon 2} = 1.90$ の妥当性が検証されている<sup>5)</sup>。従って、 $r = 0.8$ を考慮すれば、式(10)の第2式、(12)、(14)および $z_0 = C_S \zeta_0 r / \gamma$ から全てのモデル定数値を決定できることになる。本解析の結果と実験結果に基づいて決定された定数値は以下のようになる。

$$C_S = 0.0613, \quad C_{\phi 1} = 5.0, \quad C_{\epsilon} = 0.0841, \quad (18)$$

$$C_{\epsilon 2} = 1.90, \quad r = 0.8$$

一方、Launder et al.<sup>3)</sup>の採用したモデル定数は、

$$C_S = 0.11, \quad C_{\phi 1} = 1.50, \quad C_{\epsilon} = 0.15, \quad C_{\epsilon 2} = 1.90$$

であり、本研究で決定された値とかなり異なる。以下の節では、モデル定数値として式(18)を用いて水表面近傍の乱れ特性の数値解析を行う。

### 3. 水表面が存在する場合の数値解析

水表面が存在する場合については解析解を得ることが困難なので、数値解析を行う。ただし、この場合、水表面の存在による乱れの再配分の効果を考慮するために、次の圧力-歪み速度相関モデルを式(1)の第2式の右辺に付加した基礎方程式を用いる。

$$\Phi^S = 2C_d \frac{\epsilon}{k} w^2 f_S \quad (19)$$

ここで、 $C_d$ はモデル定数であり、 $f_S$ についてはGibson & Rodiに倣って次式のように与えた。

$$f_S = \frac{L}{z_S} \frac{Z^2}{1-Z}, \quad L = \frac{k^{3/2}}{\epsilon}, \quad Z = \frac{z}{z_S} \quad (20)$$

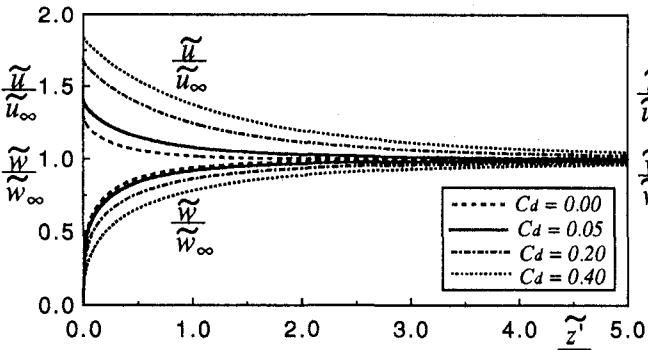


図-3 水表面近傍における乱れ強度分布の $C_d$ 依存性

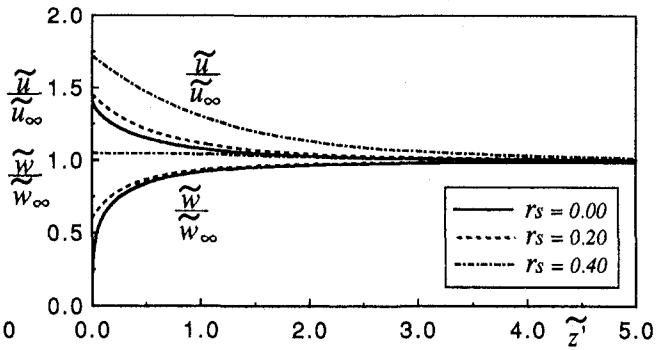


図-4 水表面近傍における乱れ強度分布の $r_s$ 依存性

ただし、 $z_S$ は格子振動中心から水表面までの距離を示す。従って、 $\Phi^S$ は水表面近傍のみで鉛直方向の乱れを減衰させ、水平方向に再配分する効果をもつ。2節の場合と同様に、 $z=0$ における境界値  $k=k_0$ 、 $\epsilon=\epsilon_0$ で基礎方程式を無次元化して解析を行った。水表面における境界条件には次式を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{k} &= 1, & \tilde{w}^2 &= r, & \tilde{\epsilon} &= 1 & \text{at } \tilde{z} = 0 \\ \frac{d\tilde{k}}{d\tilde{z}} &= 0, & \tilde{w}^2 &= r_S \tilde{k}, & \frac{d\tilde{\epsilon}}{d\tilde{z}} &= 0 & \text{at } \tilde{z} = \tilde{z}_S \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ただし、水表面における  $k$  と  $\epsilon$  の境界条件は現在のところ確立されておらず、ここでは便宜的に対称条件としている。また、水表面での  $\tilde{w}^2$  が  $\tilde{k}$  に比例するものとし、その比例定数を  $r_S$  とする。式(21)の条件のもとで、解析結果が実験値に最も良く適合する  $C_d$  や  $r_S$  の値については次節で検討されている。数値計算においては非定常計算を行い、定常状態に落ち着くまで計算を繰り返すことによって定常解を求めている。基礎方程式の差分化には、クランク・ニコルソン・スキームを用いた。

#### 4. 解析結果および考察

図-3 に、 $C_d$  の値を 0.0, 0.05, 0.2, 0.4 と変化させた場合の水表面近傍での乱れ強度の数値解析結果を示す。 $\tilde{u}$ ,  $\tilde{w}$  は、それぞれ水平、鉛直流速の乱れ強度であり、ここでは  $r_S=0$ ,  $\tilde{z}_S=2.5$  の結果を示している。 $\tilde{u}$  は、水平方向の乱れの等方性と乱れエネルギーの定義より、

$$\tilde{u} = \sqrt{(2\tilde{k} - \tilde{w}^2)/2} \quad (22)$$

を用いて計算されている。図の縦軸は、基本場のそれぞれの  $\tilde{z}$  における局所的な乱れ強度  $\tilde{u}_\infty$ ,  $\tilde{w}_\infty$  で規格化されており、これらの値は式(17)の解析解を用いて求められている。 $\tilde{z}$  は  $\tilde{z} = \tilde{z}_S - \tilde{z}$  で定義された水表面から鉛直下向きに取られた無次元距離であり、 $\tilde{l}_{u\infty}(=0.14\tilde{z})$  は浦他<sup>6)</sup>によって提案された経験式から計算された水平方向の積分長さスケールである。以下の考察で用いられ

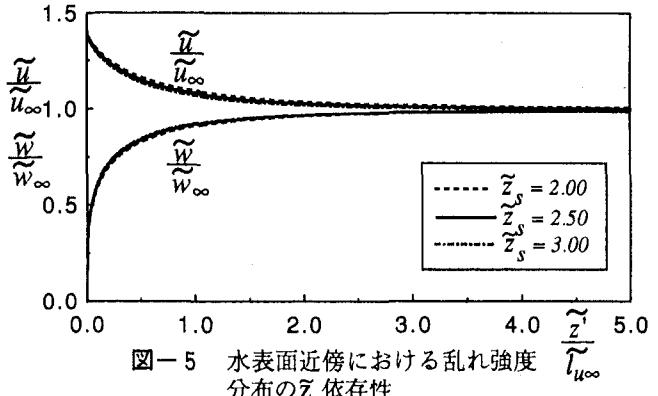


図-5 水表面近傍における乱れ強度分布の $\tilde{z}_S$ 依存性

る添字  $\infty$  は、水表面の影響のない基本場における乱流特性量の解析解であることを意味する。この図より、水表面近傍では  $\tilde{u}$  は基本場のそれよりも増加し、 $\tilde{w}$  は急激に減衰することがわかる。水表面から離れるにしたがって乱れ強度は基本場の値に速やかに戻り、水表面の影響の及ぶ領域 (Surface-Influenced Layer ; 以下 SIL) は表面の近傍に限られている。また、 $C_d$  が大きいほど SIL が拡大する傾向があり、SIL 厚の解析結果は  $C_d$  値に強く依存する。ただし、これらの  $C_d$  値と SIL 厚の関係は、水表面での境界条件とも密接に関係していることに注意が必要である。水表面から十分離れた領域における数値解と基本場の解析解の一一致は、本研究の数値解析が妥当であることを示唆する。

図-4 に、 $r_S$  を変化させた場合における、 $\tilde{u}$ ,  $\tilde{w}$  の水表面近傍での挙動を示す。ここでは  $C_d=0.05$ ,  $\tilde{z}_S=2.5$  の解析結果を示している。基本場の非等方性度  $r$  が 0.8 であり、また水表面近傍では  $\tilde{w}$  が減衰するはずであることから、 $r_S$  は 0.8 よりも必ず小さな値を取るはずである。ここでは、 $r_S=0.0$ , 0.2, 0.4 の 3 種類について解析を行っている。この図から、 $r_S$  が増加するにしたがって  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{w}$  ともに増加する傾向にある。また、 $r_S$  が 0.0, 0.2 と比較的小さい場合には水表面近傍で  $\tilde{u}$  が基本場に比べて増加し、 $\tilde{w}$  が減衰するという物理的に妥当な挙動が再現されているが、 $r_S=0.4$  のケースでは  $\tilde{w}$  が基本場のそれよりも増加しており非物理的な解となっている。

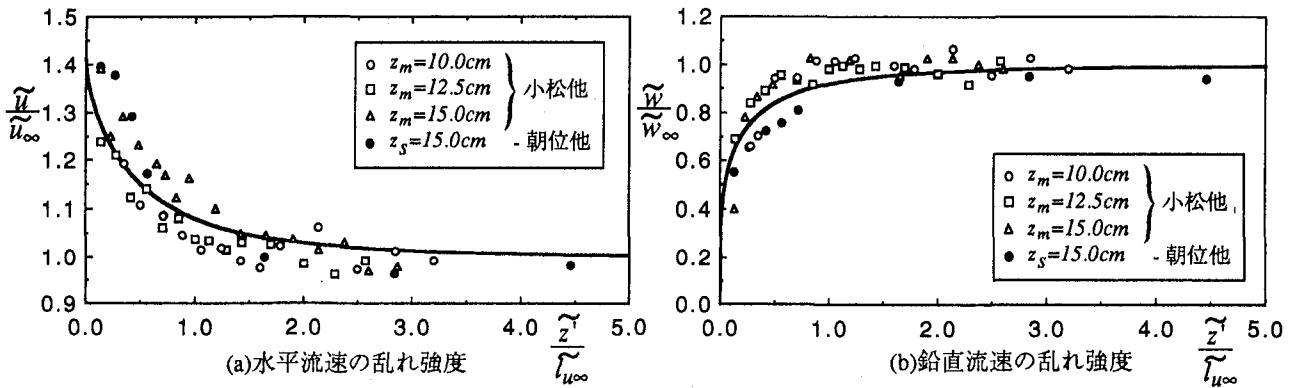


図-6 水表面近傍における乱れ強度分布の解析結果と実験値との比較

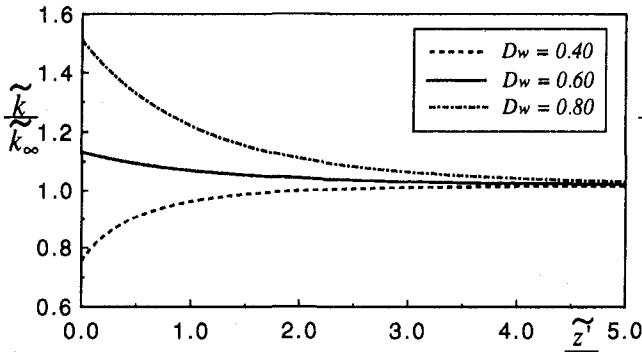


図-7  $k-\epsilon$ モデル解における水表面近傍の $\tilde{k}$ 乱れエネルギー分布の $D_w$ 依存性

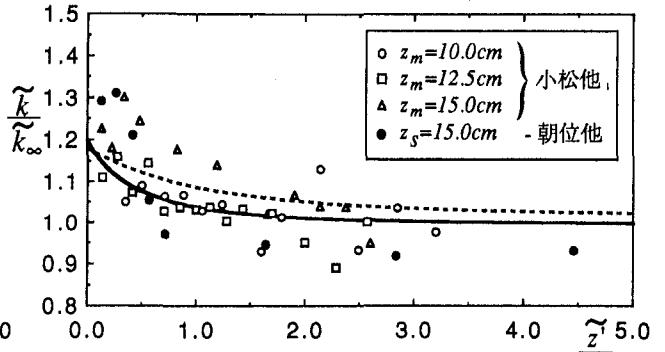


図-8 水表面近傍における乱れエネルギー $\tilde{k}$ 分布の解析結果と実験値との比較

図-5に、水深 $\tilde{z}_S$ を変化させた場合の $\tilde{u}$ ,  $\tilde{w}$ の水表面近傍での挙動を示す。ここでは $r_S=0$ ,  $C_d=0.05$ の解析結果を示している。解析は $\tilde{z}_S=2.0$ , 2.5, 3.0の3種類のケースに対して行われている。この範囲の $\tilde{z}_S$ の結果に関しては、規格化された分布の $\tilde{z}_S$ 依存性は非常に小さくほぼ普遍分布とみなせる。

図-6(a),(b)は、それぞれ水表面近傍における $\tilde{u}$ ,  $\tilde{w}$ の挙動に関して解析結果と小松他<sup>7)</sup>, 朝位他<sup>8)</sup>の実験値とを比較したものであり、図中の実線が数値解を示す。ただし、小松他の実験は $z_m$ の位置に測定点を固定して水深を徐々に変化させたものであるが、このように規格化した場合には本解析の結果と比較できるものと思われる。彼らのデータは $z_S=10\sim15\text{cm}$ のものに相当し、これを松永他<sup>9)</sup>の $k_0$ ,  $\epsilon_0$ の経験式を用いて無次元化すると $\tilde{z}_S=1.8\sim2.7$ となる。この範囲における規格化された数値解の $\tilde{z}_S$ 依存性が小さいことを考慮して、ここでは $\tilde{z}_S=2.5$ の数値解と実験値の比較を行う。また、 $r_S$ と $C_d$ の値については、実験値に最も良く適合するものとして $r_S=0$ ,  $C_d=0.05$ を用いており、以下の解析でもこれらの値が用いられる。数値解と実験値の乱れの挙動およびSILの厚さは良く一致しており、乱れに及ぼす水表面の影響は積分長さスケールのオーダーの領域に限られていることがわかる。また実験値においてもこのように規格化された乱れの挙動は、 $z_S$ に依らずほぼ普遍的に表せる。これらの一貫性は、LRRモデルが水表

面近傍の乱れに対して有効であることを示唆している。

現在、最も広く用いられている乱流モデルとして $k-\epsilon$ モデルが挙げられる。従って、ここで $k-\epsilon$ モデルが水表面近傍の乱れエネルギーの挙動をどの程度解析できるのかを調べておくことは有益である。ただし、標準型の $k-\epsilon$ モデルは等方モデルであることから、通常の解析方法では水表面による非等方効果を考慮できない。そこで、水表面での乱れの減衰を取り込む福津の方法<sup>10)</sup>を適用する。これは、予め $k$ ,  $\epsilon$ の水表面での境界条件として対称条件を課した解析を行い、その結果得られた水表面での乱れエネルギー $k_a$ に減衰係数 $D_w$ を乗じた $k=D_w k_a$ を新たな境界条件として解析を行う方法である。ただし、この場合も $\epsilon$ について対称条件を課している。図-7に、 $D_w$ の値を0.4, 0.6, 0.8と変化させた場合の $k-\epsilon$ モデルによる乱れエネルギーの解析結果を示す。 $D_w$ が比較的小さい0.4の場合には、水表面近傍で $\tilde{k}$ は基本場のそれよりも減少する傾向にある。一方、 $D_w$ が0.6, 0.8の場合には水表面近傍で $\tilde{k}$ は基本場の場合よりも増加する。 $D_w$ が大きいほど水表面近傍での $\tilde{k}$ は大きくなる傾向にある。

図-8は、水表面近傍での $\tilde{k}$ に関して、LRRモデルおよび $k-\epsilon$ モデルの解析結果と実験値を比較したものであり、図中の実線がLRRモデルの解を点線が $k-\epsilon$ モデルの解を示す。ただし、 $k/k_\infty$ の実験値は、小松他, 朝位他のデータと式(22)および $r=0.8$ の関係を用いて算

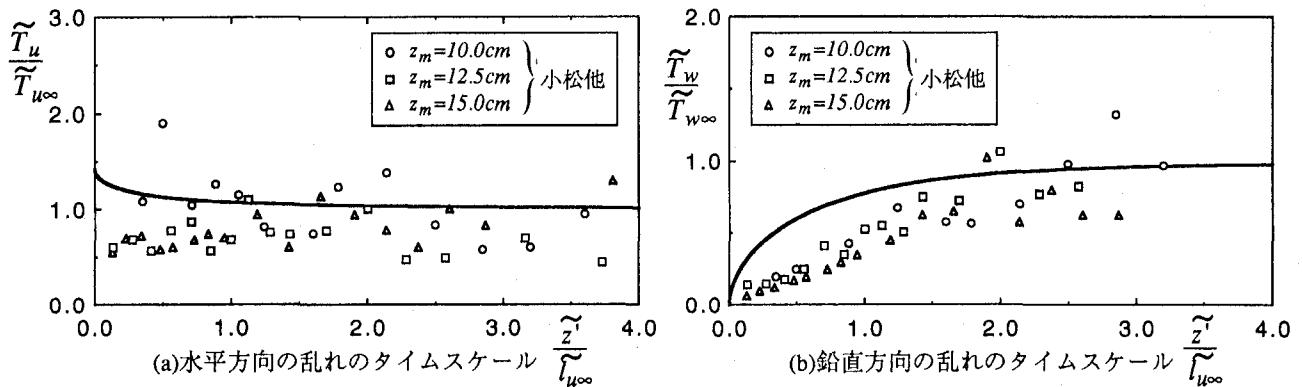


図-9 水表面近傍における乱れのタイムスケールの解析結果と実験値との比較

定されている。また、 $D_w$ の値に関しては、最も実験値に適合するものとして $D_w = 0.625$ を用いている。実験値においては、水表面近傍の乱れエネルギーが基本場のそれに比べて増加する傾向にあり、LRRモデルはこの特徴を良く再現できている。一方、 $k-\epsilon$ モデルの解析結果はLRRモデルに比べて空間的に緩やかに変化しており、水表面近傍での急激な変化を再現できていないが、等方モデルとしてはまずまずの結果が得られている。

図-9 (a),(b)は、それぞれLRRモデルの数値解から算定した水平、鉛直方向の乱れのタイムスケール

$$\frac{\tilde{T}_u}{T_{u\infty}} = \frac{\tilde{u}^2/\bar{\epsilon}}{\tilde{u}^2_\infty/\bar{\epsilon}_\infty}, \quad \frac{\tilde{T}_w}{T_{w\infty}} = \frac{\tilde{w}^2/\bar{\epsilon}}{\tilde{w}^2_\infty/\bar{\epsilon}_\infty} \quad (23)$$

と乱れの自己相関係数から算定された積分タイムスケールの実験値<sup>7)</sup>を比較したものであり、図中の実線が数値解を示す。ただし、数値解と実験値のタイムスケールの定義は同一のものではないが、それぞれの基本場の特性量で規格化された無次元量の挙動は普遍的であると考えられる。タイムスケールの挙動で非常に特徴的なことは、 $T_w$ が水表面の影響を強く受け大きく減衰する一方で、 $T_u$ はほぼ一定値を保っていることである。これらの図の比較から、LRRモデルが、この挙動を定性的には再現していることがわかる。

## 5. 結 論

本研究では、振動格子乱流場を対象として水表面近傍の乱れに対する応力方程式モデルの適用性について検討した。得られた結果を要約すると以下のようになる。

1. 水表面が存在しない基本場に関するLRR型レイノルズ応力方程式モデルの解析解を導出した。
2. 基本場の解析に基づいて、振動格子乱流場に適合するモデル定数値を推定した。
3. 水表面が存在する場合の数値解析を行った。水表

面による圧力一歪み速度相関のモデル定数値や水表面での境界条件について検討した。

4. 乱れ強度、乱れエネルギーおよび乱れのタイムスケールに関して数値解と従来の実験値とを比較した。その結果、SILの厚さや乱れ特性の挙動において両者は良く一致し、LRRモデルが水表面近傍の乱流解析に有効であることが示された。

## 参考文献

- 1) Gibson, M.M. and Rodi, W.: Simulation of free surface effects on turbulence with a Reynolds stress model, *J. Hydraul. Res.*, Vol.27, pp.233-244, 1989.
- 2) 河原能久, 常山修治:開水路乱流場の非等方性に及ぼす水面の効果, 水工学論文集, 第38卷, pp.821-824, 1994.
- 3) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W.: Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *J. Fluid Mech.*, Vol.68, pp.537-566, 1975.
- 4) 杉原裕司, 松永信博, 増田章, 小松利光:乱れの拡散と散逸がバランスした乱流場に対する標準型 $k-\epsilon$ モデルの有効性, 土木学会論文集, No.521/II-32, pp.93-100, 1995.
- 5) 杉原裕司, 松永信博, 小松利光:平均流のない乱れの時間的減衰, 土木学会論文集, No.503/II-29, pp.215-218, 1994.
- 6) 浦勝, 小松利光, 松永信博:振動格子の乱れによる密度界面の変動特性と連行現象, 土木学会論文集, No.345/II-1, pp.91-99, 1984.
- 7) 小松利光, 柴田敏彦, 朝位孝二, 高原健太郎:振動格子乱流場における水表面近傍の乱れ特性, 水工学論文集, 第39卷, pp.819-826, 1995.
- 8) 朝位孝二, 小松利光, 柴田敏彦, 高原健太郎:振動格子乱流場の空間特性量について, 土木学会第50回年次学術講演会概要集, 2-A, pp.554-555, 1995.
- 9) 松永信博, 杉原裕司, 小松利光:振動格子によって発生する乱れの特性, ながれ, Vol.11, pp.254-265, 1992.
- 10) 柳津家久, 中川博次:修正 $k-\epsilon$ モデルによる開水路乱流の数値計算, 土木学会論文集, No.387/II-8, pp.125-134, 1987.

(1997.9.30 受付)