

横流式沈殿池における濁度密度流

TURBIDITY CURRENT IN RECTANGULAR SETTLING TANK

藤崎一裕¹・田中 孝²

Kazuhiro FUJISAKI and Kou TANAKA

¹正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科(〒804 北九州市戸畠区仙水町1-1)

²学生会員 九州工業大学 工学部設計生産工学科(〒804 北九州市戸畠区仙水町1-1)

The paper deals with turbidity current in settling tank. The flow field is assumed to be two-dimensional, steady, isothermal and turbulent. Special attention is paid on the effect of boundary layer growth along the tank bottom on density affected flow.

To predict velocity profile and sediment concentration distribution, a mathematical model is presented using $k-\epsilon$ turbulence model. Laboratory experiments are excuted and numerical solutions of the model predict well the results of the experiments. It is demonstrated that the growth of bottom boundary layer promotes vertical mixing of suspended solids and at the same time bottom shear depresses turbidity currents and that the flow patterns are similar to that of ideal tank, near the inlet zone, since the boundary layer thickness is small.

Key Words : settling tank, turbidity current, sediment-laden flow, 2-D open channel flow,
 $k-\epsilon$ model

1 まえがき

本論文は横流式沈殿池の濁度密度流について検討したものである。矩形沈殿池の入り口から一様濃度、一様流速で流入した懸濁粒子が移流、乱流拡散と沈降の作用で下方に移動していく様子を調べた。この種の現象は池内の流れを単純化した状況ですでに多くの検討がなされている。一様流速、一様拡散係数を仮定した Camp の解が今日でも広く用いられているが、混合距離理論、対数速度分布を用いた解析¹⁾をはじめ種々の検討が報告されている^{2,3)}。また近年は乱れのモデルに $k-\epsilon$ モデルを用いて特定の条件下での池内の状況をより詳しく調べる報告がなされている^{4~8)}。しかし、著者らの知る範囲では池内での底面摩擦による境界層の発達と濁度密度流との関係を系統的に論じたものは見当たらぬようである。

そこで本報告では、境界層の発達過程下での濁度密度流について調べることを目的とした。乱れのモデルとして $k-\epsilon$ モデルを用い数値解の妥当性を実験値と比較した後、いくつかの具体的な場合に対して数値解にもとづき現象の特徴を考察した。

2 基礎式

本研究の主たる目的は、沈殿池底部より境界層が発達していく過程における濁度密度流の概略を調べることであるから、池の側壁の影響などを無視して池内の流れを開水路2次元流として取り扱う。図1のように座標軸をとると、この場合の基礎式が無次元表示で以下のように与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{U}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{U}\bar{V}) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{-\partial \bar{U}}{\nu_t \frac{\partial}{\partial x}}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{-\partial \bar{U}}{\nu_t \frac{\partial}{\partial y}}\right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{U}\bar{V}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{V}^2) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{-\partial \bar{V}}{\nu_t \frac{\partial}{\partial x}}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{-\partial \bar{V}}{\nu_t \frac{\partial}{\partial y}}\right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \frac{1}{F_d^2} \bar{C} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{V}) = 0 \quad (3)$$

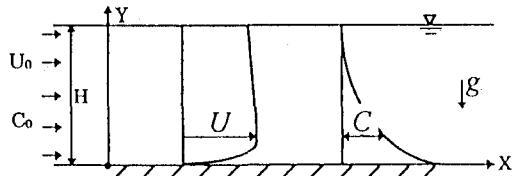


図-1 座標系

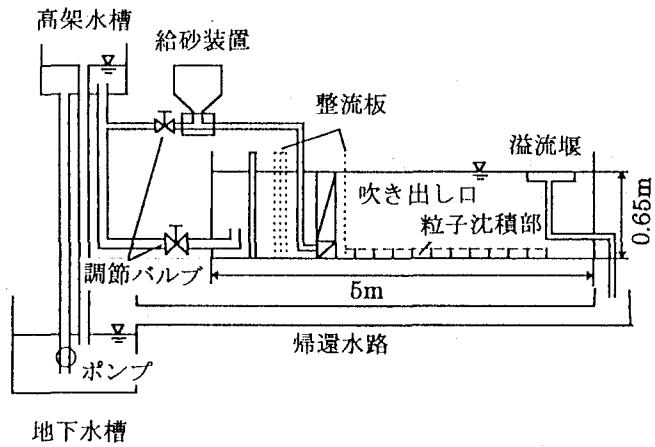


図-2 沈殿池実験装置

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\bar{U}\bar{C}) + \frac{\partial}{\partial y}((\bar{V} - \bar{W}_0)\bar{C}) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}\right) \\ - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y}\right) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

乱流モデルとして $k-\epsilon$ モデルを用いると、次式が得られる。

$$v_t = v + C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{U}k) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{V}k) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y}\right) \quad (6)$$

$$= \bar{G} - \bar{\epsilon} + \frac{1}{F_{dc}^2} \frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \quad (6)$$

$$\bar{G} = \bar{\mu}_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} \right)^2 \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\bar{U}\bar{\epsilon}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{V}\bar{\epsilon}) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y}\right) \\ = C_1 \frac{\bar{\epsilon}}{k} \bar{G} - C_2 \frac{\bar{\epsilon}^2}{k} + (1 - C_{3\epsilon}) \frac{1}{F_{dc}^2} \frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{H}, \bar{y} = \frac{y}{H}, \bar{v}_t = \frac{v_t}{HU_*} \\ \bar{U} &= \frac{U}{U_*}, \bar{V} = \frac{V}{U_*}, \bar{P} = \frac{P}{\rho U_*^2}, \bar{C} = \frac{C}{C_0} \\ \bar{k} &= \frac{k}{U_*^2}, \bar{\epsilon} = \frac{\epsilon}{U_*^3/H}, \bar{G} = \frac{G}{\rho U_*^3/H} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$F_{dc} = \frac{U_*}{\sqrt{(\rho_s - \rho_0)/\rho_0 C_0 g H}} \quad (9)$$

$$\bar{W}_0 = \frac{W_0}{U_*} \quad (10)$$

U および V はそれぞれ x 、 y 方向の流速、 ρ_s および ρ は粒子および流体の密度、 P は圧力、 H は沈殿池流入口の水深、 C 、 C_0 は池内および流入口における粒子濃度で v_t は渦動粘性係数と動粘性係数の和、 k は乱れのエネルギー、 ϵ は乱れの散逸、 W_0 は静水中での粒子沈降速度、 U_* は摩擦速度、 U_0 は流入一様流速(=平均流速)である。

ここで対象としている現象は密度フルード数 F_{dc} と沈降のパラメータ W_0/U_* に加えて、底部から発達していく境界層の厚さにも影響される。

$k-\epsilon$ モデルのモデル定数としては常用されている以下の値を用いた。すなわち、 $C_1 = 1.44$ 、 $C_2 = 1.92$ 、 $\sigma_k = 1.0$ 、 $\sigma_\epsilon = 1.3$ 、 $C_3 = 1.0$ 、 $C_\mu = 0.09$ とした。

この時の流入口での境界条件としては、一様濃度 C_0 、一様流速 U_0 とし、 k 、 ϵ には以下の値を用いた。

$$k = 0.03U_0^2 \quad \epsilon = k^{3/2}/0.005H$$

下流端部では $\partial/\partial x = 0$ 、水面では $v=0$ 、 k 、 ϵ には対称条件、濃度については粒子フラックス=0 とし、水路底部では $u, v=0$ 、 k 、 ϵ には壁法則を用い、粒子についてはフラックス=0 とした。

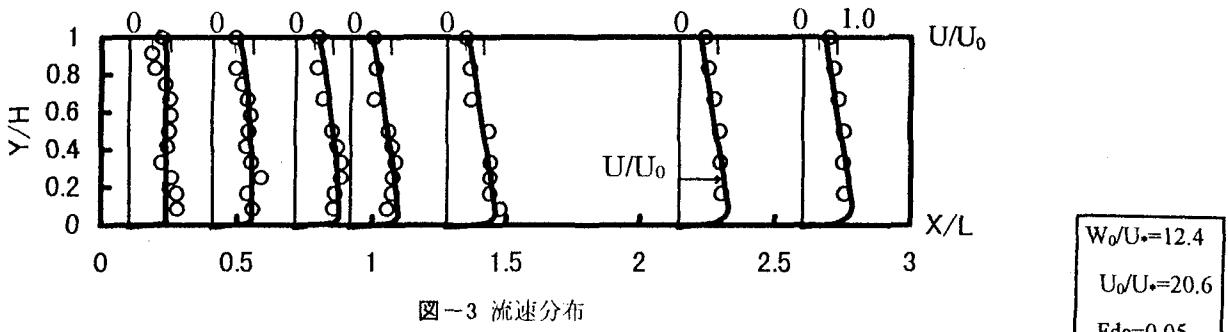


図-3 流速分布

$W_0/U_* = 12.4$
 $U_0/U_* = 20.6$
 $F_{dc} = 0.05$
 $C_0 = 0.02\%$

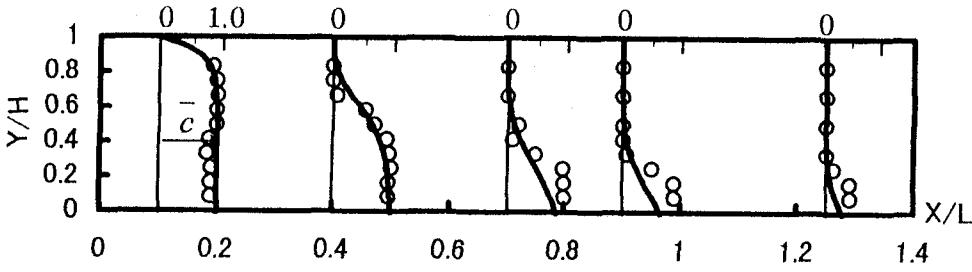


図-4 濃度分布

3 実験

実験装置の概略が図2に示されている。長さ5m、幅0.2mの水槽を用い水深は0.65mに設定した。上流端より80~65mesh(177~210 μ m)に整粒した石英粉末(比重2.65、平均沈降速度2.70cm/s)を水と混合して、流入口全断面に一様濃度で投入した。流速の測定には電磁流速計を用い、粒子濃度の測定には手製の光電式濁度計を用いた。なお濁度の測定には適宜サイフォンで濁水をサンプリングし、乾燥秤量により直接濃度を測定して検量線をチェックした。

流入粒子体積濃度0.02%、流入速度4.5cm/sのときの実験結果が図3,4にプロットされている(実線は後記)。図中の横軸X/Lは理想沈澱池(完全流体)のときの水面に流入した粒子の到達距離L。

$$L = H/W_0 \cdot U_0 = 65/2.70 \times 4.5 = 108\text{cm}$$

で無次元化した距離、縦軸は相対水深Y/Hであり、 U 、 C とも流入口の値との比で表されている。図4の濃度分布には、流下にともない沈降が進んでいく様子が表れていて、流下距離が少し近くなると水底近傍を除き池内にはほとんど粒子が認められない状況になっている。一方、図3の流速分布には、流下にともない下方に密度差による加速が表れていて、この場合粒子沈降がほぼ終了する距離で流入口速度の最高1.2倍程度にまで達している。しかもこの加速の影響はすぐには減衰せず、粒子沈降が終了してかなり流下が進んだ距離($X/L=2.5$)でもまだ底面近傍の流速が流入流速より大きい部分が認められ、通常の開水路の流速分布とは非常に異なった流速分布形を示している。この点がこの種の現象の大きな特徴である。

4 考察

まず基礎式の数値解を求めて実測値と比較した。具体的な数値計算にはKarlsruhe大学で開発されたTEACHコードの修正版に、密度効果を取り入れて修正して用いた。手法的には圧力、流速の配置にはスタッカード格子、連続の式と運動方程式との結合にはSIMPLE法、式の離散化には有限体積法を用いており、標準的なものである。

このプログラムを用いて濃度が0の清水の場合の計算を行うと平板上の乱流境界層の発達過程がよく再現でき、流下距離が十分進むと、流速分布は対数則に、 k 、 ϵ の分布も根津の半理論式⁹⁾にほぼ一致することが確認できた。なお、分割数は水深方向に50、流下方向に80とした。

図3、4中の実線は、実験条件を与えたときの計算値である。濃度分布については、沈降終了近くで計算値は実験値よりやや小さい値を示しているが、実験の精度、計算にあたっての仮定などを考慮すると、全般的には計算値は実験値に近く基礎式の数値解は現象の概略を再現できるといえよう(このとき、摩擦速度 U_* は対数則(滑面の平均流速公式)により得られる値を用いている)。

図5~8は現象に及ぼす密度フルード数の影響に着目して調べたものである。これらの図を比較すると、 F_{dc} が小さいほど粒子懸濁により生じた密度差にもとづく加速現象が顕著に表れている様子がわかる。 $F_{dc}=0.1$ と1.0の場合では比較的差が少なく、 F_{dc} が0.1以上の場合には実質上の密度流効果は無視できるようである。また濃度分布の変化にもこの密度流の効果がよく表われていて、 F_{dc} が小さくかつ X/L が小さい段階でとくに沈降が促進されている様子が出ている。

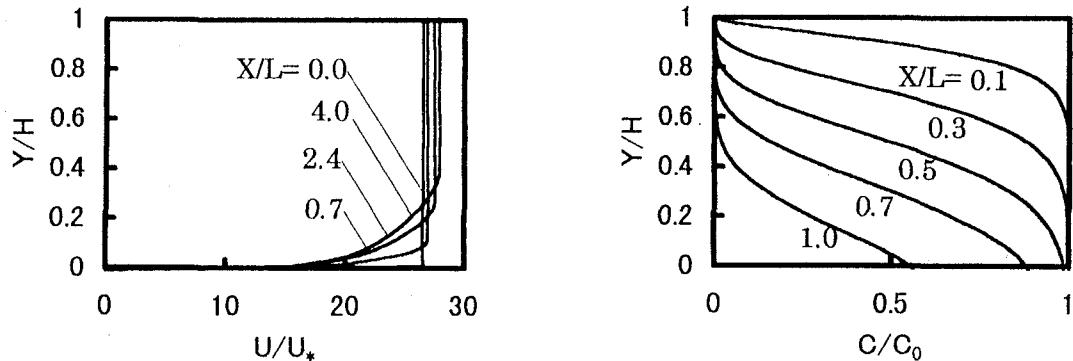


図-5 濁度密度流の特性 ($F_{dc}=1.0$ 、 $W_0/U_*=5.3$ 、 $U_0/U_*=26.5$)

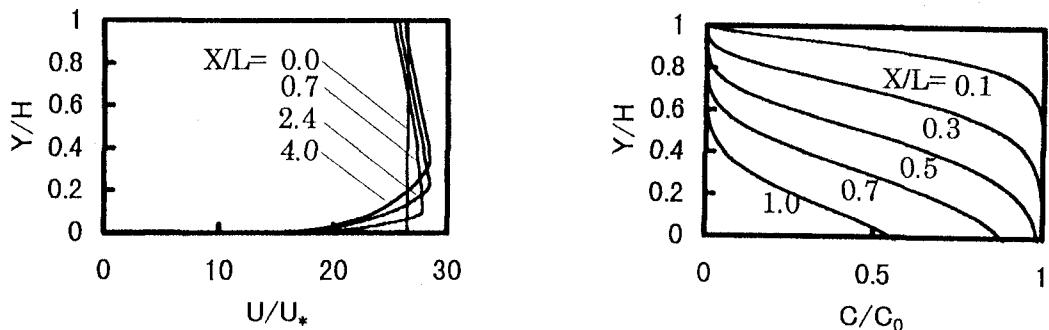


図-6 濁度密度流の特性 ($F_{dc}=0.1$ 、 $W_0/U_*=5.3$ 、 $U_0/U_*=26.5$)

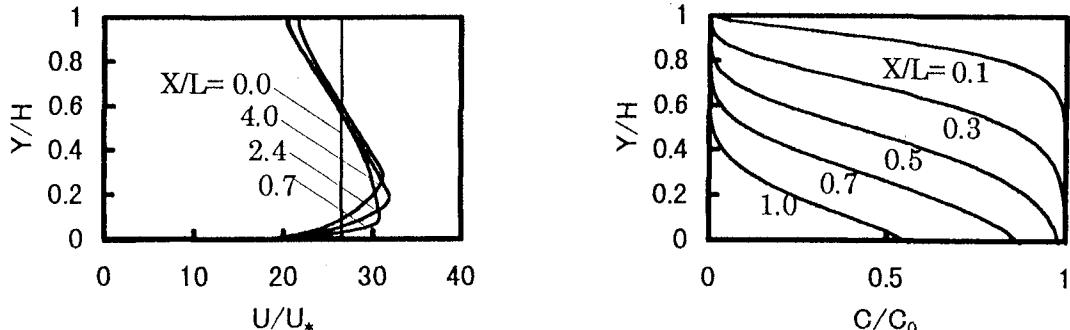


図-7 濁度密度流の特性 ($F_{dc}=0.05$ 、 $W_0/U_*=5.3$ 、 $U_0/U_*=26.5$)

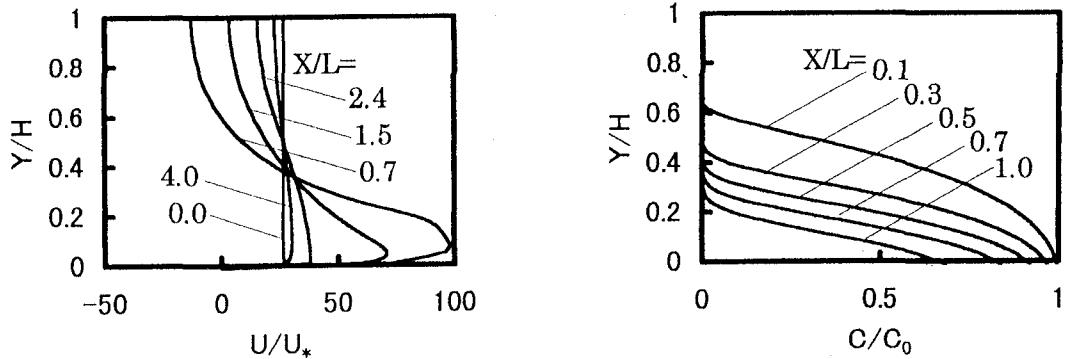


図-8 濁度密度流の特性 ($F_{dc}=0.01$ 、 $W_0/U_*=5.3$ 、 $U_0/U_*=26.5$)

図5～8の場合、粒子沈降がほぼ終了するまでの流下距離($X/L=1$)における境界層厚が全水深に比べて比較的小さい。したがって池内の現象の大部分は渦動拡散の影響が小さい区間での現象であり、その

ため完全流体としての近似的取り扱い¹⁰⁾が可能となるような現象が表わされているものと考えられる。

図9、10には流下距離の影響を調べるため、他の条件は同じにして沈降速度を変えたときの現象が

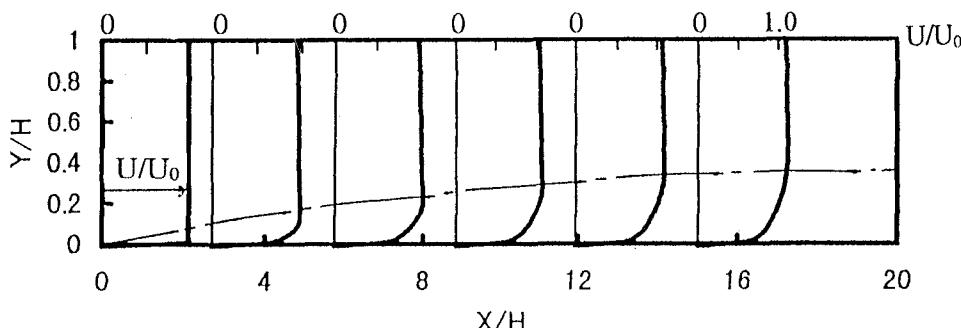


図-9 (a) 流速分布

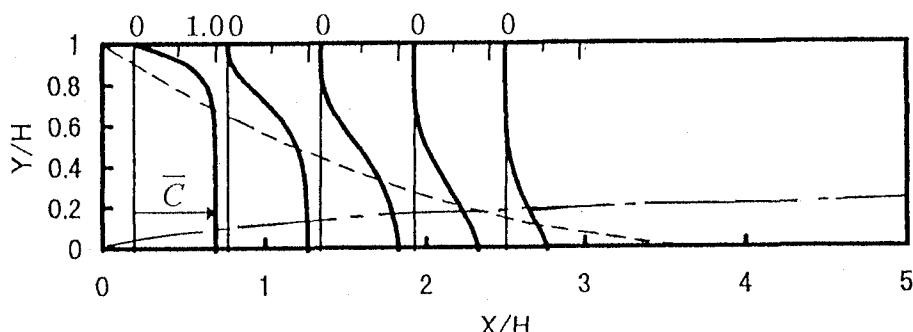


図 9 (b) 濃度分布

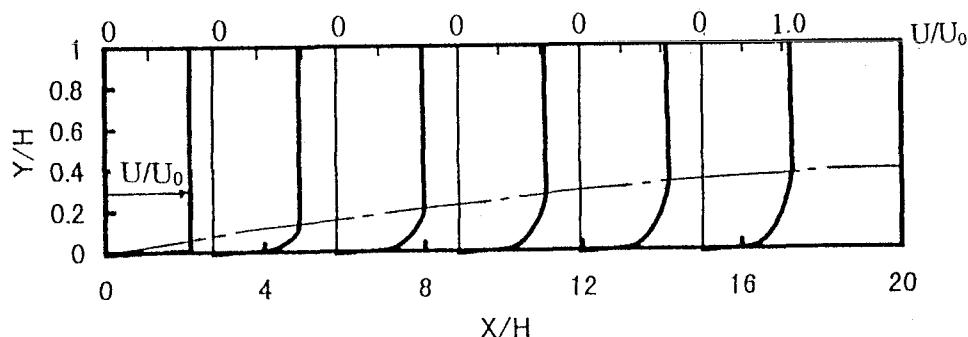


図-10 (a) 流速分布

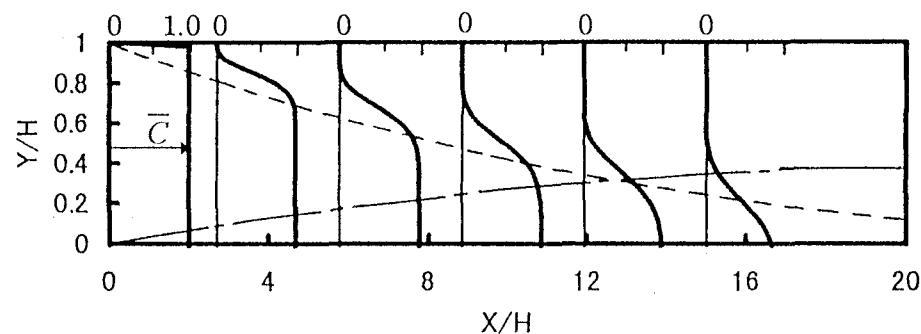


図 10 (b) 濃度分布

示されている。図中の一点鎖線は境界層厚(99%流速の位置)を、破線は界面高さ($C/C_0=0.5$ の位置)を表わす。流速分布については、密度差にもとづく加速は、底面摩擦と相殺してほとんど生じていない。濃度分布については、 X/L が小さい段階では渦動拡

散の影響が小さいため鉛直方向の混合が抑えられ、この傾向は図 10 の方によく表われている。また逆に X/L が 1 に近いところで混合が促進されている状況は図 9 の方に顕著に表われている。

5 おわりに

横流式沈殿池内の濁度密度流について、底部から境界層が発達していく現象と密度流が成長、減衰する現象が共存する場合について調べた。 $k-\epsilon$ モデルを用いた基礎方程式の解が室内実験の結果を再現することを確かめた後、数値解を用いて現象を考察して以下のことを明らかにした。

1) 相対的に沈降速度が速い場合には、境界層厚さが全水深に比べて小さい段階で粒子沈降がほぼ終了する。このような場合には、沈殿池の特性は一様流中の現象としての取り扱いが可能である。

2) 相対的に沈降速度が遅い場合には、粒子が境界層内を沈降する部分が増し、鉛直方向の粒子混合が促進される。

3) 境界層の発達過程も含めて、池内の流れの状況は、粒子懸濁によって生じた安定な密度勾配の影響を受けて変化する。またこの変化は同時に粒子濃度分布に影響を与える。

4) 密度フルード数 F_d が 0.1 より大きい場合は密度流効果はあまり表われない。

本研究はこの種の現象に対する検討の第 1 段階として現象の特徴の一部を調べたに過ぎない。実際の沈殿池では、温度による密度流、沈殿池側壁の摩擦、あるいは流出樋の設置状況など本報告で調べた現象に関連する検討事項が多い。これらの点を考慮して、今後はこの研究をより実際的なものへと発展させる予定である。

参考文献

- 1) 粟谷陽一、藤崎一裕：横流式沈殿池の諸特性の簡易計算法、土木学会論文集、第 315 号、pp. 161-164、1981.
- 2) 松岡 謙：浄水プロセスにおける数理モデル、水質汚濁研究、第 5 卷、第 2 号、pp. 115-125、1982.
- 3) 楠田哲也：沈殿池の設計理論に関する最近の動向、下水道協会誌、第 28 卷、第 323 号、pp. 5-10、1991.
- 4) D. R. Schamber and B. E. Larock : Numerical analysis of flow in sedimentation basins, *J. Hydr. Div.*, ASCE, Vol. 107, No. HY5, pp. 575-591, 1981.
- 5) B. A. DeVantier and B. E. Larock : Sediment transport in stratified turbulent flow, *J. Hydr. Engrg.*, Vol. 109, No. 12, pp. 1622-1635, 1983.
- 6) Ni Haoqing, He Yiyi, Wang Nengjia, Zhang Yaqi, Zhou Lizing and Lin Wenyi : Mathematical modeling of turbulent buoyant recirculating gravity-stratified flow in a 2-dimensional open channel, *Scientia Sinica*, Vol. XXX, No. 10, pp. 1081-1090, 1987.
- 7) Celik and Rodi : Modeling suspended sediment transport in non-equilibrium situations, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 114, No. 10, pp. 1157-1188, 1988.
- 8) S. Zhou and J. A. McCorquodale : Modeling of rectangular settling tanks, *J. Hydr. Engrg.*, Vol. 118, No. 10, pp. 1391-1405, 1992.
- 9) 根津家久、中川博次：自由表面を考慮した開水路乱流の数値計算手法、京大防災研究所年報、第 29 号、pp. 647-673、1986.
- 10) 粟谷陽一、楠田哲也：矩形沈殿池における密度流と死水、土木学会論文集、第 168 号、pp. 25-36、1969.

(1997.9.30 受付)