

静水中に瞬間的に投下された重たい 流体塊の流動特性に関する研究

FLOW CHARACTERISTICS OF DENSE CLOUD INSTANTANEOUSLY
RELEASED INTO QUIESCENT FLUID

秋山 壽一郎¹・浦 勝²・応 新亜³・今宮 盛雄⁴・陶山 正治⁵

Juichiro AKIYAMA, Masaru URA, Xinya YING, Morio IMAMIYA and Masaharu SUYAMA

¹正会員 Ph.D. 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (〒804北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (同上)

³学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士後期課程 (同上)

⁴学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

⁵学生員 九州工業大学 工学部建設社会工学科(同上)

Motion of conservative two-dimensional free thermals is investigated experimentally and theoretically. A series of laboratory experiments is conducted to obtain flow characteristics of the flow and several important empirical relations are formulated. An integral model is developed, using such empirical relationships as the shape factors, entrainment function, drag coefficient and others. A set of solutions are obtained analytically and numerically. Comparisons between calculated and experimental results are also presented. It is found that the model performs well in predicting the motion of free thermals and that the following relationships exist for fully developed free thermals: $H \sim z$; $V \sim z^{-1/2}$; $B \sim z^{-2}$.

Key Words : density current, vertical free thermal, integral model, experiment

1. はじめに

近年、沖合における海上空港、沿岸・港湾域におけるウォーターフロントなどの建設を目的とした水域への土砂投下工事が各地で行われている。この際、経済性を考慮して、底開バージによる土砂直投工が用いられるのが通常である。しかし、直投工では微細土粒子を含む多量の土砂が水面付近から投入されるため、土粒子の流動・拡散による大規模な汚濁が発生することが大きな問題となっている。

玉井ら¹⁾はこのような土砂投下問題を対象として、静水中に瞬間的に投下された粒子群の落下挙動特性について調べ、粒径が大きく投下量が少ない場合には、個々の粒子の自由沈降的な落下形態となり、粒径が小さく投下量が多い場合には、粒子群として流動する乱流サーマル的な落下形態となることを実験的に明らかにした。その上で、Baines and Hopfinger²⁾による単相乱流サーマル理論と実験値との比較検討を行なうとともに、乱流サーマル理論を拡張することにより、自由沈降の落下挙動と乱流

サーマル的落下挙動を統一的に説明するための固液混相の乱流サーマル理論を提案している。従って、玉井ら¹⁾の理論モデルはWang³⁾、Escudier and Maxworthy⁴⁾、Baines and Hopfinger²⁾などの一連の乱流サーマルに関する研究の延長線上にあるものであるが、乱流サーマル理論を混相流に発展させた点が評価される。

以下では、簡単にこれらの研究をレビューし、それぞれの研究の特徴と問題点を明らかにする。Wang³⁾は、質量、運動量およびエンタルピーの保存に基づき、一様でない大気中の3次元熱浮力サーマルの流動解析を行なっている。特に、小規模な実験室スケールのサーマルと大規模な大気中のサーマルとの間のスケーリング関係を容易にした点が注目される。しかし、付加質量の概念が考慮されていない、抵抗係数の決定方法が不明である、実験値と理論値との比較検討が行われていない、連行係数の算出方法が明らかではない、などの問題点を有している。Escudier and Maxworthy⁴⁾は、Wang³⁾の研究で欠落していた付加質量を無視することから生じる

表-1 実験条件

	初期相対密度差 ϵ_0	初期単位幅体積 $A_0(\text{cm}^2)$	初期総有効重力 $W_0(\text{cm}^3/\text{s}^2)$
CASE-1	0.26	0.80	203.84
CASE-2		1.15	293.02
CASE-3		1.50	380.20
CASE-4	0.32	0.65	203.84
CASE-5		0.95	297.92
CASE-6		1.25	392.00
CASE-7	0.38	0.55	204.82
CASE-8		0.80	297.92
CASE-9		1.05	391.02

矛盾を指摘するとともに、付加質量を考慮した運動方程式を導入し、熱浮力サーマルの理論モデルを構築している。しかし、流体抵抗が考慮されていない、連行係数の算出方法が明確ではない、実験値と理論値との比較検討が行なわれていない、などの問題点を有している。Baines and Hopfinger²⁾ は、非ブシネスクサーマルを対象として、周囲との密度差が大きく軽いサーマルと周囲との密度差が大きく重いサーマルの実験を行ない、その成長率を解析し、大きな密度差の影響が点源近くの範囲に限定されることなどを明らかにしている。しかし、流体抵抗が考慮されていない、現実原点から仮想原点までの距離を与える関係を導いているが、実験値との比較検討が行なわれていない、サーマルの成長率について実験値と比較検討しているが、密度および重心降下速度については比較検討が行なわれていない、連行係数の概念が通常のもとは異なる、などの問題点を有している。最後に、玉井ら¹⁾の研究では、流体抵抗が考慮されていない。乱流サーマルの実験結果との比較検討が行なわれていない。連行係数の与え方に任意性がある、密度に関する実験値との比較検討がなされていない、などの問題点を有している。このように、乱流サーマルを対象として、数多くの理論的・実験的研究がなされているが、抵抗係数や連行係数などの諸量が明確に定量化されているわけではなく、さらに、理論モデルの実験的検証も必ずしも十分に行なわれているわけではない。

本研究は、土砂投下にとまう微細土粒子の水質汚濁問題を対象として、その流動特性の解明のための基本となると考えられる静水中を降下する保存性2次元乱流サーマルの流動特性について理論的・実験的に検討を加えるとともに、抵抗係数や連行係数などの特性量の定量化を行ない、流動特性に対するそれらの効果について考察を加えたものである。

2. 実験

実験装置は、前面アクリル製の水槽(幅1.5m、深さ1.5m、奥行き0.1m)に流入箱を取り付けたもので

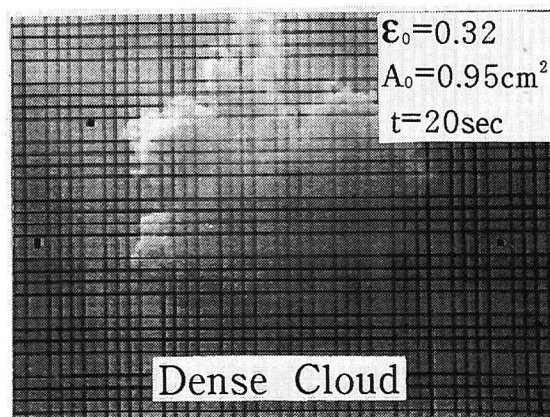


図-1 自由サーマルの流況

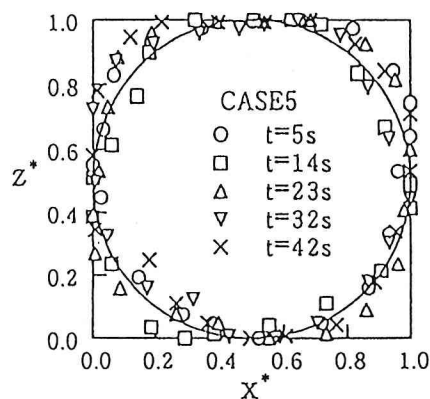


図-2 無次元形状

ある。密度 ρ_s の静水中に単位幅体積 A_0 の投下装置から初期密度 ρ_0 の塩水を水表面より瞬間的に流入させ、塩水サーマルを発生させた。このようにして形成されたサーマルの流動状況をサーマルと同じ速度でVTRカメラを移動させながら水槽側面より撮影を行った。高性能VTRに収録された画像を解析することにより、重心降下速度 V およびサーマル形状を求めた。流れの再現性は比較的良好であったので、5回の繰り返し実験を同一条件下で行ない、データの信頼性を高めた。実験条件を表1に示す。実験条件は初期総有効重力 $W_0(=A_0\epsilon_0g)$ が3通りになるように初期相対密度差 $\epsilon_0(=(\rho_0-\rho_s)/\rho_s)$ と初期単位幅体積 A_0 を変化させた計9通りである。

3. 理論的考察

図1にCASE5の塩水サーマル($\epsilon_0=0.32$ 、 $A_0=0.95\text{cm}^2$)の流動状況の一例を示す。これより、塩水サーマルはほぼ左右対称の循環流より構成されており、激しく周囲流体をサーマル内部に取り込みながら発達していく様子がわかる。図2はサーマルを水平方向に最大幅 H で、鉛直方向に最大長さ L で正規化した無次元形状と円との比較を示したものであるが、これより、サーマルはほぼ楕円形状の相似形を保ちながら落下することわかる。そこで

以下では、サーマルを図3のようにモデル化して考える。ただし、図中のV.O.は塩水サーマルの最大高さが零となる仮想原点(Virtual Origin)である。現象のモデル化に当たって、(1)サーマル内部は完全混合状態である、(2)初期総有効重力は保存される、(3)プシネスクサーマルであると仮定する。

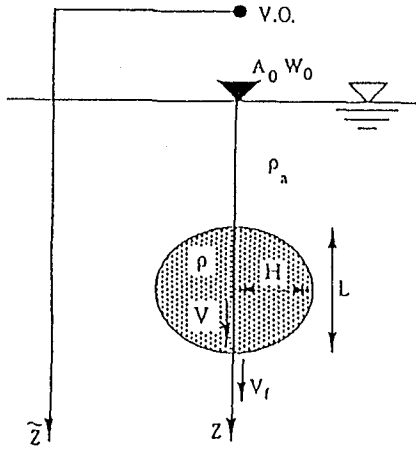


図-3 定義図

図3で定義される乱流サーマルの断面積Aおよび周囲長Cはそれぞれ次式のように表わされる。

$$A = 2S_1 HL \quad (1)$$

$$C = S_2 \sqrt{HL} \quad (2)$$

ここに、L=サーマルの最大長さ、H=サーマルの最大幅である。 S_1 および S_2 は断面面積と周囲長に関する形状係数であり、それぞれ次式で与えられる。

$$S_1 = \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$S_2 = \frac{2(\pi/2^{3/2})\sqrt{4F^2 + 1}}{\sqrt{F}} \quad (4)$$

ここに、Fは次式で定義されるサーマルの断面アスペクト比である。

$$F = \frac{H}{L} \quad (5)$$

また、塩水サーマルの支配方程式である体積保存の式、質量保存の式および運動方程式は式(6)~(8)のように与えられる。

$$\frac{d}{dt}(2S_1 HL) = q_e \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt}(2S_1 BHL) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt}\{2S_1 HL(1 + A_m)V\} = 2S_1 BHL - 2C_d V^2 H \quad (8)$$

ここに、B=サーマルの平均浮力($=(\rho_0 - \rho_a)g/\rho_a$)、 ρ_0 =サーマル流体の初期密度、 ρ_a =周囲流体の密度、 g =重力加速度、 V =サーマルの重心降下速度、 A_m =付加質量係数、 C_d =抵抗係数、 q_e =サーマルの連行量である。ここで、付加質量係数 A_m としては、式(9)で与えられる楕円形状Solid Bodyのものを用いる。また、連行はサーマルの全周囲から行なわれると仮定し、連行係数 E_d を導入して、式(10)のように q_e を定義する。

$$A_m = 2F \quad (9)$$

$$q_e = E_d S_2 \sqrt{HL} V \quad (10)$$

次に、式(6)~(8)の独立変数を時間tから仮想原点(V.O.)からの距離 $\bar{z}$ に変換すると、以下のような基礎方程式が得られる。

$$\frac{dH}{d\bar{z}} = \frac{E_d \sqrt{F} S_2}{4S_1} \quad (11)$$

$$\frac{dB}{d\bar{z}} = -\frac{E_d \sqrt{F} S_2 B}{2S_1 H} \quad (12)$$

$$\frac{dV}{d\bar{z}} = -\frac{E_d \sqrt{F} S_2 V}{2S_1 H} + \frac{B}{(1 + A_m)V} - \frac{FC_d V}{(1 + A_m)S_1 H} \quad (13)$$

若干の計算の後、式(11)~(13)の解析解が、式(14)~(16)のように得られる。

$$H = \frac{E_d \sqrt{F} S_2 \bar{z}}{4S_1} \quad (14)$$

$$B = \frac{8S_1 W_0}{E_d^2 S_2^2 \bar{z}^2} \quad (15)$$

$$V = \sqrt{\left(\frac{z_i}{\bar{z}}\right)^\alpha V_i^2 + \frac{\beta}{\alpha - 1} \left(\frac{z_i^{\alpha-1} - \bar{z}_i^{\alpha-1}}{\bar{z}^\alpha}\right)} \quad (16)$$

ここに、添字iは任意点における初期値を示す。また、式(16)中の α および β はそれぞれ次式で与えられる。

$$\alpha = 4 \left\{ 1 + \frac{2\sqrt{F}C_d}{(1 + A_m)E_d S_2} \right\} \quad (17)$$

$$\beta = \frac{16S_1 W_0}{(1 + A_m)E_d^2 S_2^2} \quad (18)$$

いま、 $\bar{z}_i$ は任意であるので、 $\bar{z}_i = 0$ とすると式(16)は式(19)ようになる。このとき、式(19)から明らかなように仮想原点 $\bar{z} = 0$ では、 $V = \infty$ となる。

$$V = \sqrt{\frac{\beta}{(\alpha - 1)\bar{z}}} \quad (19)$$

以上の解析解より、サーマル幅Hは落下距離 $\bar{z}$ に、有効重力Bは $\bar{z}$ の-2乗に比例し、重心降下速度Vは $\bar{z}$ の-1/2乗にほぼ比例することがわかる。

4. 理論モデル中の経験則

以下では、理論モデルに必要な経験則について列挙する。ただし、理論解からも明らかであるが、初期相対密度差 ε_0 による傾向的な依存性は実験的にも認められなかったので、実験値は各々の初期総有効重力 W_0 における平均値として表示されている。

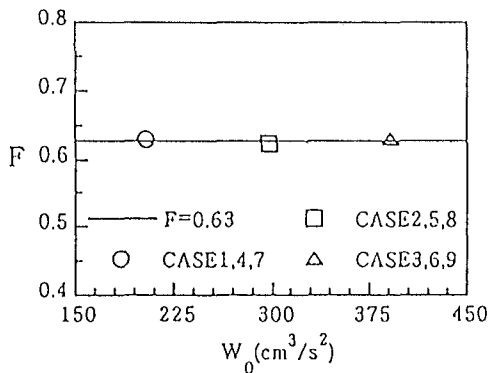


図-4 断面アスペクト比Fと W_0 との関係

(1) 断面アスペクト比F

図4は式(5)で定義される断面アスペクト比Fと初期総有効重力 W_0 との関係を調べたものである。これより、Fは W_0 には依存せず、 $F = 0.63$ で近似できることがわかる。

(2) 連行係数 E_d

連行係数 E_d の算出方法には、式(11)から求める方法(E_{d1})とサーマル断面積の変化率から求める方法(E_{d2})とがあるが⁹⁾、ここでは E_d としてすべての E_{d1} と E_{d2} の平均値を採用した。その理由は図5から明らかなように、各 W_0 において E_{d1} と E_{d2} との間に著しい差異が認められないことと、 W_0 に対する E_d 値の傾向的な依存性が認められないためである。

図5より、 E_d は W_0 に対して傾向性を持たず、 $E_d = 0.43$ で近似できることがわかる。この E_d 値は $\theta = 90^\circ$ の傾斜サーマルの E_d 値⁹⁾よりも約20%程度大きくなっている。これは、自由サーマルでは、対を

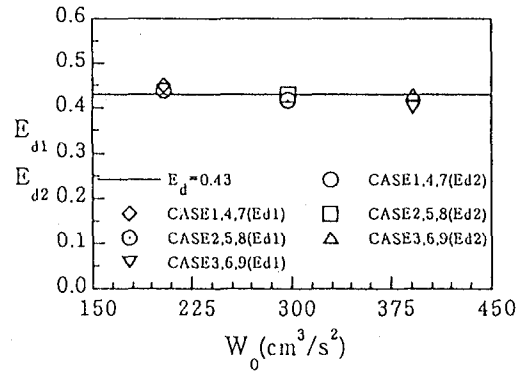


図-5 連行係数 E_d と W_0 との関係

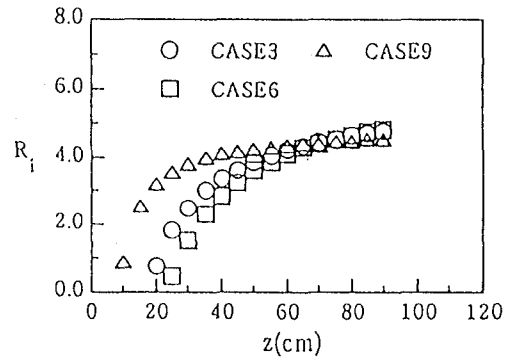


図-6 R_i 数と落下距離zとの関係

なす循環流のために連行量がより大きくなるためであると考えられる。

(3) 抵抗係数 C_d

乱流サーマルのOverall Richardson数 R_i を式(20)で定義すると、支配方程式より dR_i/dz の関係式が式(21)のように得られる。

$$R_i = \frac{2BH}{V^2} \quad (20)$$

$$\frac{dR_i}{dz} = \frac{3E_d \sqrt{F} S_2 R_i}{4S_1 H} - \frac{R_i^2}{(1 + A_m)H} + \frac{2FC_d R_i}{(1 + A_m)S_1 H} \quad (21)$$

保存性サーマルでは、式(22)で定義される総有効重力Wが流下に際してはほぼ保存されるので、初期総有効重力 $W_0 (= B_0 A_0)$ を用いると、式(20)で定義された R_i 数を式(23)のように書き換えることができる。

$$W = 2S_1 BHL \quad (22)$$

$$R_i = \frac{FW_0}{S_1 V^2 H} \quad (23)$$

式(23)のサーマルの R_i 数と落下距離zとの関係を調べたものの一例が図6である。同図より、サーマルが発達すると、 R_i 数が一定値に漸近することがわかる。

流れの確立領域では、 R_i 数が z に対してほぼ一定値に漸近することが実験的に確かめられたので、式(21)において $dR_i/dz=0$ とすると、抵抗係数 C_d が式(24)のように与えられる。

$$C_d = \frac{S_1}{2F} \left\{ R_i - 3(1 + A_m) \frac{dH}{dz} \right\} \quad (24)$$

式(24)の右辺に可視化実験によって算定できる一定あるいはほぼ一定となった R_i 数やそこでの dH/dz などの特性量を用いることによって、 $A_m=2F$ としたときの C_d 値が半理論的に算定される。このようにして得られた C_d 値と W_0 との関係を示したものが図7である。同図より、得られた C_d 値は W_0 に対してほぼ一定値を取ることがわかる。また、本実験のサーマルの中で最も十分に発達したものであると考えられる $W_0=約200\text{cm}^3/\text{s}^2$ における C_d 値は $\theta=5\sim90^\circ$ の傾斜サーマルの平均的な C_d 値である $C_d=0.475$ とほぼ同様な値を取る。これに比べ $W_0=約300$ と約 $390\text{cm}^3/\text{s}^2$ の場合の C_d がやや大きいのは、サーマルが発達段階にあるためであると考えられる。なお、十分に発達したサーマルかそうでないかは、 H 、 V 、 B が式(14)、(15)、(19)の関数関係を満足するか否かより判断した。 $W_0=約300$ と約 $390\text{cm}^3/\text{s}^2$ における C_d 値はやや大きく見積もられているものの、ここでは C_d 値の全平均としての $C_d=0.52$ を採用する。

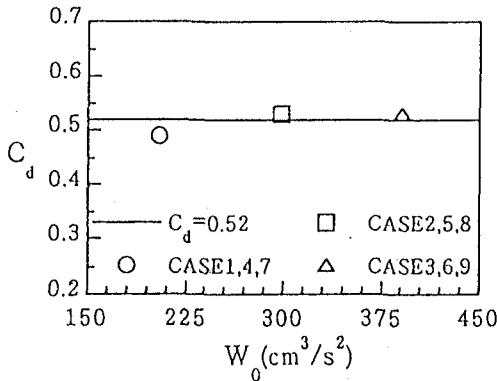


図-7 抵抗係数 C_d と W_0 との関係

5. 解析解と計算値および計算値と実験値との比較

図8はCASE2の計算値と理論値との比較結果の一例であるが、サーマル幅 H 、平均浮力 B および重心降下速度 V が完全に一致することがわかる。

図9は、一例としてCASE2の実験値($\varepsilon_0=0.26$ 、 $A_0=1.15\text{cm}^2$)と計算値との定量的な比較を行ったものである。その際、実験値と計算値との比較を行なうための初期条件は次のように設定した。仮想原点

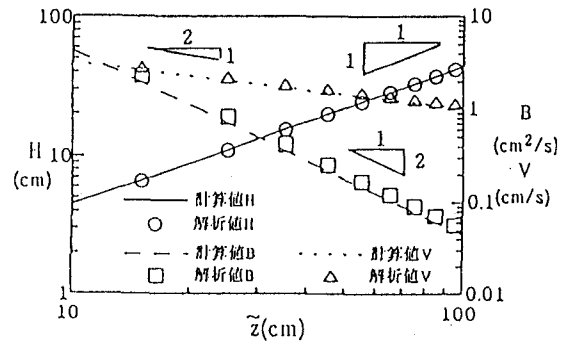


図-8 計算値と理論値との比較

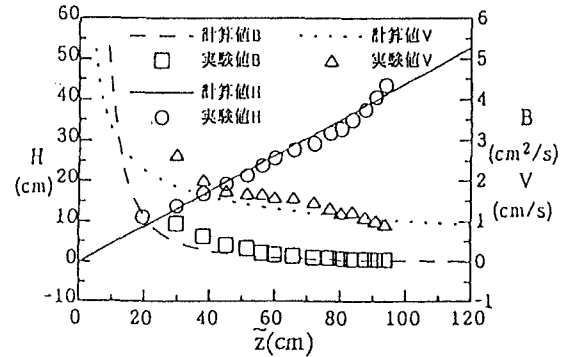


図-9 実験値と計算値との比較

では $H_0=0$ であるが、この条件では計算が発散するので、 H_0 としては極めて小さな値、 V_0 としては極めて大きな値を与え、 B_0 は W_0 —一定なる条件から逆算して与えた。具体的な初期値は、 $H_0=0.1\text{cm}$ 、 $V_0=10000\text{cm/s}$ および $B_0=10000\text{cm}^2/\text{s}^2$ とした。以上の比較より、 H は落下距離 z に、 B は z の -2 乗に、 V は z の $-1/2$ 乗に比例することが実験的・理論的にわかる。なお、図中の平均浮力 B の値は直接的に実験によって求めたものではなく、保存性サーマルでは総有効重力 W_0 が流下方向に保存されることを利用して式(22)より算定したものである。

図10、11および12は、 dH/dz 、 dV^{-2}/dz および $dB^{-1/2}/dz$ と W_0 との関係についての計算値と実験値との比較を行なったものである。式(14)、(15)および(19)の解析解から明らかなように、十分に発達したサーマルでは、 dH/dz は W_0 について一定、 $dB^{-1/2}/dz$ は $W_0^{-1/2}$ に、 dV^{-2}/dz は W_0^{-1} にそれぞれ比例することから明かである。ところが、 dH/dz については $W_0=約200\text{cm}^3/\text{s}^2$ では良く一致しているものの、その他の W_0 についてはやや異なっている。これは、 $W_0=約300$ と約 $390\text{cm}^3/\text{s}^2$ の場合のサーマルの実験値が発達段階にあり、 dH/dz の実験値が小さくなっているためであると考えられる。その結果、 $W_0=約300$ と約 $390\text{cm}^3/\text{s}^2$ の場合の C_d 値は図7で見たようにやや大きめに算定されている。一方、 dV^{-2}/dz に

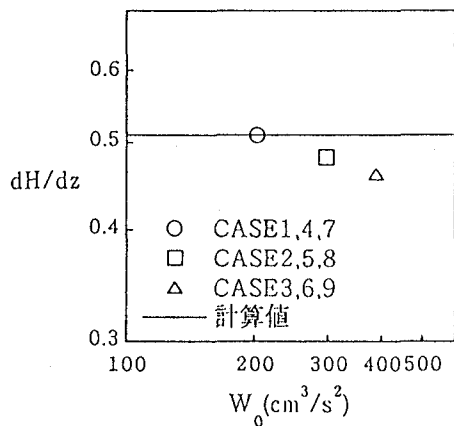


図-10 dH/dz と W_0 との関係

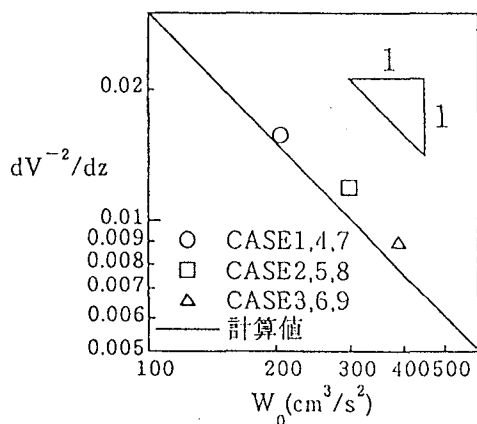


図-11 dV^{-2}/dz と W_0 との関係

については、計算値は実験値の W_0 に対する依存性を良好に再現している。しかし、 dH/dz の場合と同様に、 W_0 =約300と約390 cm^3/s^2 では若干の違いが認められる。この傾向は $dB^{-1/2}/dz$ についても同様である。最後に、このような流れ現象の解析においては、抗力項を省略してモデル化することがしばしば行われる。そこで、抗力の効果について検討してみよう。式(14)、(15)、(19)の解析解から明らかに抗力の効果は陽的には式(19)の重心降下速度 V にのみ現われるので、式(19)を用いて V に対する抗力項の効果を $C_d=0.52$ と dH/dz などの実験値を用いて調べてみると、抗力項のため V が減少する割合は約10%程度であることがわかる。よって、第一近似として自由サーマルの抵抗係数 C_d を $C_d=0$ とする従来の解法は、それなりの精度を有していると言える。ただし、 $C_d=0$ は傾斜サーマルでは適切な近似とはならないことに注意する必要がある⁶⁾。

6. 結論

本研究では、抗力項を含む保存性2次元鉛直自由サーマルの積分モデルを構築し、理論解と数値解および数値解と実験値との比較検討を行なった。その結果、流れの確立領域では、サーマル幅 $H \sim \bar{z}$ 、重

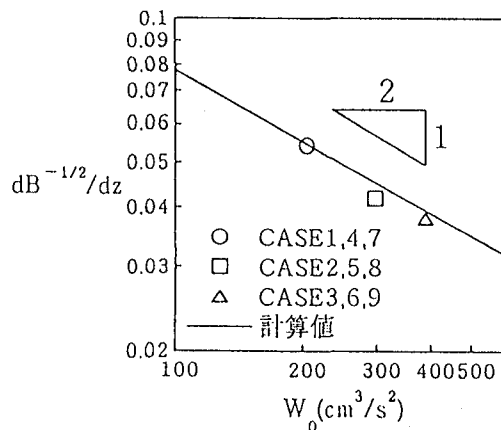


図-12 $dB^{-1/2}/dz$ と W_0 との関係

心降下速度 $V \sim \bar{z}^{-1/2}$ 、平均浮力 $B \sim \bar{z}^{-2}$ なる関係があること。 dH/dz は初期総有効重力 W_0 に依存しないが、 $dB^{-1/2}/dz \sim W_0^{-1/2}$ 、 $dV^{-2}/dz \sim W_0^{-1}$ なる関係があること。流れの確立領域では重力成分と抵抗抗力および連行による見かけの抵抗抗力がバランスすることによってOverall Richardson数 R_i が流下距離 z について一定となること。抵抗係数 C_d は $C_d=0.52$ 程度、連行係数は $E_d=0.43$ 程度の値を取る。抗力項のため V が減少する割合は約10%程度であることなどがわかった。今後、今回得られた知見を基に固液混相濁水サーマルの流動・拡散現象について検討する予定である。

謝辞：本研究の一部は、文部省科学研究費、(代表者：秋山壽一郎、課題番号08455232)の援助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 玉井昌宏・村岡浩爾・室田明：固体粒子群の落下挙動と誘起流動に関する研究、土木学会論文集、No.509/II-30、pp.143-154、1995。
- 2) Baines, W.D & Hopfinger, E.J. : Thermals with large density difference, *Atmospheric Environment*, Vol. 18, No. 6, pp. 1051-1057, 1984.
- 3) Wang, C.P. : Motion of an turbulent buoyant thermal in a calm stably stratified atmosphere, *The Physics of Fluid*, Vol. 16, No.6, pp.744-749, 1973.
- 4) Escudier, M.P. & Maxworthy, T. : On the motion of turbulent thermals, *J. Fluid Mech*, Vol. 61, part 3, pp. 541-552, 1973.
- 5) 秋山壽一郎、浦 勝、富岡直人、今宮盛雄：保存性2次元傾斜サーマルの流動特性の予測、水工学論文集、第40巻、pp.555-560、1996。
- 6) 秋山壽一郎、浦 勝、斎藤俊一郎、富岡直人：傾斜重力密度流の連行係数に関する統一的考察、ながれ、第16巻、日本流体力学会、pp.149-161、1997。

(1997.9.30受付)