

斜面上のサーマルとプルーム先端部の 流動特性の相違に関する理論的考察

THEORETICAL INVESTIGATION ON DIFFERENCES IN FLOW CHARACTERISTICS OF THERMALS AND THE FRONT OF PLUMES ON INCLINES

秋山 壽一郎¹・浦 勝²・富岡 直人³・中西 弥生⁴

Juichiro AKIYAMA, Masaru URA, Naoto TOMIOKA and Yayoi NAKANISHI

¹正会員 Ph.D. 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (〒804北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (同上)

³学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

⁴学生員 九州工業大学 工学部建設社会工学科 (同上)

Gravity currents on inclines are classified into inclined plumes and inclined thermals, depending on whether the source is maintained or instantaneous. Such a difference in inflow conditions makes flow dynamics of inclined plumes and thermals substantially different. The mechanism to cause differences in flow characteristics between the flows is investigated theoretically, based on an integral model for the front of inclined plumes that constructed by adding source terms for volume, mass and momentum to a model for inclined thermals. The model reveals that the main mechanism to cause such differences is supply of mass from the body part into the front part of inclined plumes.

Key Words: gravity current, inclined starting plume, inclined thermal, integral model

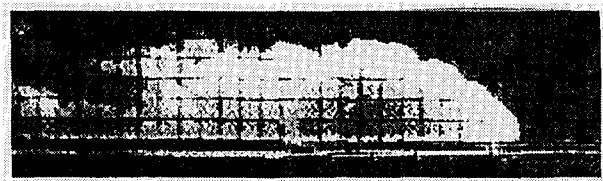
1. はじめに

周囲より重い流体が傾斜面上に放出されると、傾斜重力密度流(Inclined Gravity Current)を形成する。このような傾斜重力密度流は自然的・人工的に頻繁に発生し、雪崩現象は傾斜サーマルの、貯水池などの閉鎖水域における濁水流現象は傾斜プルームの代表的な例である。重力密度流の流動形態は流入状態によって異なり、連続的な流入状態ではプルーム(Starting Plume)を、瞬間的な流入状態ではサーマル(Thermal)を形成する。傾斜プルームは先端部と後続部から構成され、高濃度・高速の後続部から先端部へ浮力の供給があることが特徴である。それに対して、傾斜サーマルは後続部を持たず、浮力の供給がないことが特徴である。

傾斜重力密度流の流動形態は、周囲流体が静止かつ一様密度の状態では、流入条件と底面傾斜角度によって規定されるが、前述のように傾斜プルームと傾斜サーマルとでは流入条件が異なり、傾斜プルームでは流入浮力フラックス、傾斜サーマルでは初期

総浮力が流入条件となる。また、流入浮力フラックスあるいは初期総浮力が流下に際して保存されるものを保存性の重力密度流、そうでないものを非保存性の重力密度流という。例えば、貯水池における濁水密度流を例にとると、密度差を生じる要因が沈降速度が無視できるような微細粒子である場合は保存性となり、そうでない場合は非保存性となる。

傾斜重力密度流の流動特性の予測に関する研究は、気象学、地質学、水理学などの幅広い分野にわたってこれまで数多く重ねられてきた。特に最近では、CFD技術の発達にともない、これまで困難とされていた重力密度流の数値シミュレーションが乱流モデル等を用いて試みられるまでに至っている¹⁾。しかし、そのようなシミュレーション結果は、必ずしも定量的に十分に満足できるレベルまで達しているわけではない。そこで、十分な精度を有する何らかの予測手法が望まれるわけであるが、いまのところ、実験的知見を一部組み込んだ積分型の予測モデルが有効な手段と考えられている。傾斜重力密度流の積分型モデルとしては様々なものがあるが、プルーム



(a) 傾斜プルーム ($\theta=10^\circ$)



(b) 傾斜サーマル ($\theta=10^\circ$)

図-1 流動形態の一例

先端部については、福岡ら²⁾、Britter & Linden³⁾、芦田ら⁴⁾、福嶋⁵⁾、羽田野ら⁶⁾、Bonnecaze et al.⁷⁾、Akiyama et al.^{8),9)} などにより予測モデルが提案されている。一方、サーマルについては、Hopfinger & Tochon-Danguy¹⁰⁾、Beghin et al.¹¹⁾、福嶋・鍵山¹²⁾、秋山¹³⁾ などによって提案されている。これらのうち、福岡ら²⁾や芦田ら⁴⁾のモデルは、プルーム先端部に相似性を仮定した1次元モデルであり、羽田野ら⁶⁾やBonnecaze et al.⁷⁾のモデルは層厚積分された偏微分方程式に基づくものである。また、Akiyama et al.^{8),9)}のモデルは、プルーム後続部と先端部に層厚積分された偏微分方程式と相似性を仮定した1次元モデルをそれぞれ用い、両部を接続したものである。サーマルについては、いずれのモデルも相似性を仮定した1次元モデルである。これらの研究のうち、芦田ら⁴⁾や羽田野ら⁶⁾のモデルはプルームとサーマルのいずれに対しても適用が可能である点に特徴がある。

さて、傾斜プルームでは高濃度・高速の後続部から先端部へ浮力が供給されるので、その結果として、先端部の総浮力が増加する。一方、傾斜サーマルでは初期総浮力が保存される。この流入状態の違いを反映して流動特性に大きな違いが生じ、傾斜プルーム先端部では、先端移動速度 U_f は流下距離 x によらず一定、最大層厚 $H \sim x$ 、平均浮力 $B \sim x^{-1}$ およびOverall Richardson数 R_L は x によらず一定、傾斜サーマルでは、 $U_f \sim x^{-1/2}$ 、 $H \sim x$ 、 $B \sim x^{-2}$ および R_L は x によらず一定なる関係が流れの確立領域において成立することが著者ら¹⁴⁾などの理論的・実験的研究によって知られている。その一方では、傾斜プルーム先端部とサーマルとでは、図1に流動形態の一例を示す

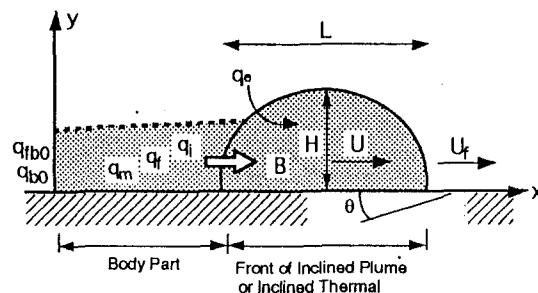


図-2 定義図

ように、幾何学的形状に目立った相違がないことや連行係数の値にもほとんど差異がないことなどの類似点も著者ら¹⁴⁾によって指摘されている。このように、斜面上のプルーム先端部とサーマルはその流動特性に相違点と類似点を有しているが、その流動特性の違いがどのようなメカニズムに基づき、発生しているのかについては明かにされていない。

本論文は、著者ら¹³⁾の傾斜サーマルのモデルに浮力などの発生項を付加したモデルに基づき、上述のような斜面上のプルーム先端部とサーマルの流動特性の違いを生じる根本的なメカニズムが後続部からの浮力の供給の有無であることを理論的に明かにしたものである。

2. 理論的考察

水平面と角度 θ をなす傾斜面上を流下する保存性2次元傾斜プルームの先端部および傾斜サーマルを図2のようにモデル化する。以下、プルーム先端部とサーマルをフロントと総称することがある。現象のモデル化に当たって、以下のような仮定を設ける。

(1)フロントの形状は流下に際して相似形に保たれる、(2)フロントの形状は半楕円形で近似できる、(3)フロント内部は完全混合状態である、(4)流下に際して後方へ置き去られる流体塊は無視できるほど微小であり、初期総浮力は保存される。これらのうち、仮定(1)および(2)の妥当性については、著者ら¹⁴⁾によって実験的に確認されている。

傾斜プルームにおける後続部から先端部への体積、浮力および運動量の供給をプルーム先端部の内部から発生すると仮定し、著者ら¹³⁾の傾斜サーマルのモデルをベースに傾斜プルームのモデル化を行うと、傾斜重力密度流の支配方程式である体積保存の式、質量保存の式および運動方程式が式(1)~(3)のように得られる。

$$\frac{d}{dt}(S_1HL) = q_e + q_i \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}(S_1BHL) = q_f \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt}[(1 + A_m)S_1HLU] = S_1BHL\sin\theta - C_dU^2H + q_m \quad (3)$$

ここに、 H =フロントの最大層厚、 L =フロントの長さ、 U =フロントの重心移動速度、 B =平均浮力($=(\rho - \rho_a)g/\rho_a$)、 ρ =フロントの流体密度、 ρ_a =周囲流体の密度、 S_1 =断面面積比、 g =重力加速度、 A_m =付加質量係数、 C_d =抵抗係数、 q_e =フロントの連行量である。ここで、 q_i 、 q_f および q_m は、それぞれ体積、浮力および運動量の発生項である。従って、式(1)~(3)は、 $q_i = q_f = q_m = 0$ で傾斜サーマルの、 $q_i \neq 0$ 、 $q_f \neq 0$ および $q_m \neq 0$ で傾斜プルーム先端部の支配方程式となる。また、 S_1 は式(4)で定義され、 A_m としては楕円形状 Solid Body のものを用いると式(5)で与えられる。

$$S_1 = \frac{A}{HL} \quad (4)$$

$$A_m = 2F \quad (5)$$

連行量 q_e はフロントの全周囲から行われると仮定し、式(6)で定義する。

$$q_e = E_dCU \quad (6)$$

ここに、 A =フロントの断面積、 C =フロントの周囲長、 E_d =フロントの連行係数である。

次に、 q_i 、 q_f および q_m を先端部と後続部の相対速度を考慮して、式(7)~(9)のように表現する。

$$q_i = q_b \left(1 - \frac{U}{U_b}\right) \quad (7)$$

$$q_f = q_{fb} \left(1 - \frac{U}{U_b}\right) \quad (8)$$

$$q_m = \left(1 + \frac{B_b}{g}\right)U_bq_b \left(1 - \frac{U}{U_b}\right)^2 \quad (9)$$

ここに、 U_b 、 H_b および B_b はそれぞれ後続部の断面平均流速、層厚および断面平均浮力であり、 q_b =後続部の流量($=U_bH_b$)、 q_{fb} =後続部の浮力フラックス($=q_bB_b$)である。

本研究では、傾斜プルーム先端部と傾斜サーマルの流動特性の相違の発生要因を明らかにすることを主眼としているので、傾斜プルームの後続部が十分に

発達した状態を対象として、式(7)~(9)中の U_b や q_b を解析的に決定し、それらを支配方程式に直接組み込むこととする。

いま、後続部のOverall Richardson数 R_{ib} を次のように定義すると、

$$R_{ib} = \frac{B_bH_b\cos\theta}{U_b^2} \quad (10)$$

プルーム後続部では、先端部後方へ置き去られる流体塊の再連行による先端部の浮力の増加は無視できるほど小さいので¹⁴⁾、浮力フラックス q_{fb} が流下方向へほぼ保存され、 U_b は次式で与えられる。

$$U_b = \left(\frac{q_{fb0}\cos\theta}{R_{ibn}}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (11)$$

ここに、 q_{fb0} =流入浮力フラックス、 R_{ibn} =平衡状態における後続部のOverall Richardson数である。

後続部の流動特性は、式(12)~(14)の定常傾斜プルームの支配方程式で記述できるので^{14),15)}、

$$\frac{dR_{ib}}{dx} = \left(\frac{3R_{ib}}{H_b}\right) \frac{(1 + \beta_1R_{ib}/2)E_e - \beta_2R_{ib}\tan\theta + f_b}{1 - \beta_1R_{ib}} \quad (12)$$

$$\frac{dH_b}{dx} = \frac{(2 - \beta_1R_{ib}/2)E_e - \beta_2R_{ib}\tan\theta + f_b}{1 - \beta_1R_{ib}} \quad (13)$$

$$\frac{dB_b}{dx} = -\frac{E_eB_b}{H_b} \quad (14)$$

ここに、 β_1 、 β_2 =形状係数、 f_b =底面抵抗係数、 E_e =後続部の連行係数である。以下の計算においては、Ellison & Turner¹⁵⁾の結果に基づき、 $f_b=0.01$ 、 $\beta_1=0.25$ および $\beta_2=0.75$ を用いることとする。

R_{ibn} は式(12)で $dR_{ib}/dx=0$ を満足する R_{ib} を R_{ibn} として、(15)式のように簡単に求められ、式(11)と(15)より、 U_b が算定される。

$$R_{ibn} = \frac{E_e + f_b}{\beta_2\tan\theta - \beta_1E_e/2} \quad (15)$$

また、体積保存則より、後続部の流量 q_b は流入流量 q_{b0} を用いて、次式で与えられる。

$$q_b = q_{b0} + E_eU_bx \quad (16)$$

いま、プルーム先端部あるいはサーマルのOverall Richardson数 R_f を式(17)で定義し、

$$R_i = \frac{BH \cos \theta}{U^2} \quad (17)$$

後述する断面アスペクト比などの諸量や $U=dx/dt$ を用いると、式(1)～(3)は Overall Richardson 数 R_i 、浮力 B および層厚 H を未知量とする支配方程式(18)～(20)に書き換えられる。また、フロントの重心移動速度 U は式(17)より、先端移動速度 U_f は幾何学的関係より式(21)で与えられる。

$$\frac{dH}{dx} = \frac{1}{2} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \sqrt{F} E_d + \left(\frac{F}{S_1} \right) \left(\frac{q_b}{2H} \right) \Delta J \quad (18)$$

$$\frac{dB}{dx} = -\frac{2B}{H} \frac{dH}{dx} + \left(\frac{F}{S_1} \right) \left(\frac{q_{b0}}{H^2} \right) \Delta J \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{dR_i}{dx} = & \frac{3R_i}{H} \left[\frac{dH}{dx} + \frac{2}{3} \frac{FC_d - S_1 R_i \tan \theta}{S_1 (1 + A_m)} \right] \\ & + \left(\frac{F}{S_1} \right) \left(\frac{R_i}{H} \right) \left(\frac{q_{b0}}{BH} \right) \Delta J \\ & - \frac{2F}{S_1 (1 + A_m)} \left(\frac{R_i}{H^2} \right) \left(\frac{q_{b0} \cos \theta}{R_{ibn}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(q_b + \frac{q_{b0}}{g} \right) (\Delta J)^2 \quad (20) \end{aligned}$$

$$\frac{U_f}{U} = 1 + \left(\frac{1}{2F} \right) \left(\frac{dH}{dx} \right) \quad (21)$$

ここに、 $\Delta J = \left(\frac{R_i}{BH \cos \theta} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{R_{ibn}}{q_{b0} \cos \theta} \right)^{\frac{1}{3}}$ 、また、

支配方程式の導入に当たっては、式(22)で定義される断面アスペクト比 F および式(23)で定義される周囲長 C と幾何学的長さ $\sqrt{HL}$ とを関係付ける形状係数 S_2 を用いている。

$$F = \frac{H}{L} \quad (22)$$

$$S_2 = \frac{C}{\sqrt{HL}} \quad (23)$$

式(18)～(21)が傾斜重力密度流の統一的なモデルであるが、これを用いてその流動特性を予測するためには、 F 、 S_1 、 S_2 、 E_d 、 A_m および C_d についての関係式が必要である。これらの諸量についての詳細は紙面の都合で参考文献¹⁹⁾に譲るが、簡単にまとめると以下になる。なおここでは、 F 、 S_1 、 S_2 および E_d の関係式については、 $\theta=5 \sim 90^\circ$ の範囲におけるブルーム先端部とサーマルのデータの平均値を用いて定式化している。

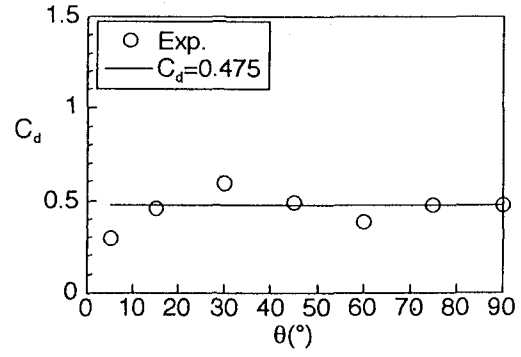


図-3 傾斜サーマルの C_d と θ との関係

(1) フロントの形状係数 (F 、 S_1 、 S_2)

断面アスペクト比 F は底面傾斜角 θ の関数として、形状係数 S_1 および S_2 はそれぞれ次のように経験的に与えられる。

$$F = 0.0044\theta + 0.23 \quad (24)$$

$$S_1 = 0.762 \quad (25)$$

$$S_2 = \frac{(\pi/2^{3/2}) \sqrt{4F^2 + 1}}{\sqrt{F}} \quad (26)$$

(2) フロントの連行係数 (E_d)

ブルーム後続部の連行係数 E_c とフロントの連行係数 E_d は、 θ の関数としてそれぞれ次式で与えられる。

$$E_c = 0.0009(\theta + 5) \quad (27)$$

$$E_d = 0.0035\theta \quad (28)$$

(3) 抵抗係数 (C_d)

式(20)で $q_{b0}=0$ とした関係式において、 $dR_i/dx=0$ として得られる式(29)の右辺に実験結果を用いることによって、

$$C_d = \frac{S_1}{F} \left(R_{ibn} \tan \theta - \frac{3}{2} \frac{dH}{dx} (1 + A_m) \right) \quad (29)$$

傾斜サーマルの抵抗係数 C_d が図3のように求められる。従って、 $\theta=5 \sim 90^\circ$ の範囲において、 C_d は次式で与えられる。

$$C_d = 0.475 \quad (30)$$

ところで、芦田⁴⁾は $\theta=0.57^\circ$ の2次元傾斜サーマルの抵抗係数を0.3～0.5程度、福嶋⁹⁾は2次元傾斜ブルーム先端部の形状抵抗係数を $\theta=10 \sim 30^\circ$ の範囲で0.5程度と見積もっており、これらの既存結果と図3に示す結果とを総合すると、算定方法とモデルの違

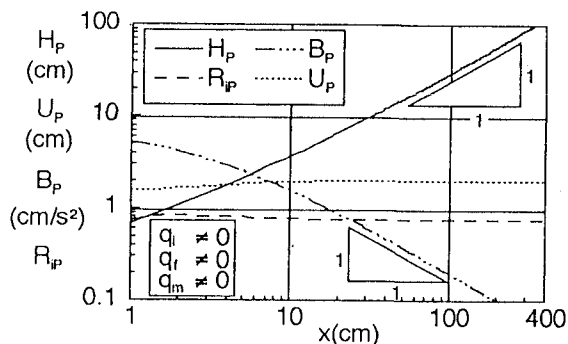


図-4 傾斜プルームのシミュレーション結果
($q_i \neq 0$ 、 $q_f \neq 0$ 、 $q_m \neq 0$)

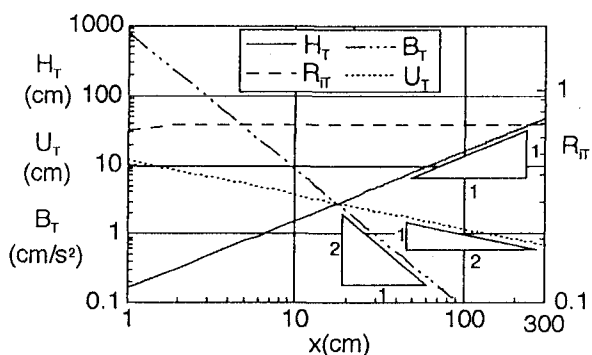


図-7 傾斜サーマルのシミュレーション結果
($q_i = 0$ 、 $q_f = 0$ 、 $q_m = 0$)

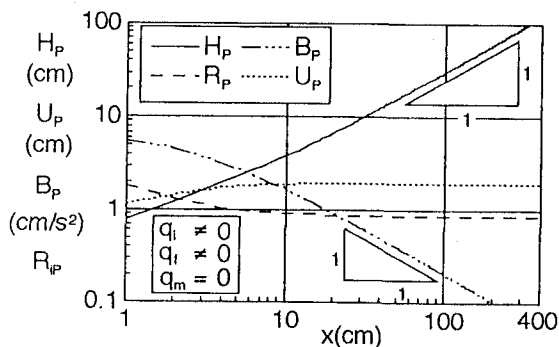


図-5 傾斜プルームのシミュレーション結果
($q_i \neq 0$ 、 $q_f \neq 0$ 、 $q_m = 0$)

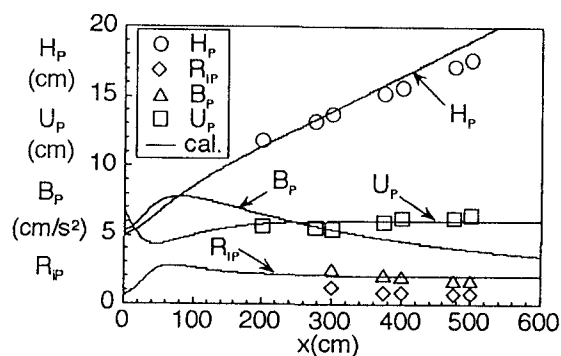


図-8 傾斜プルームの実験値と計算値の比較

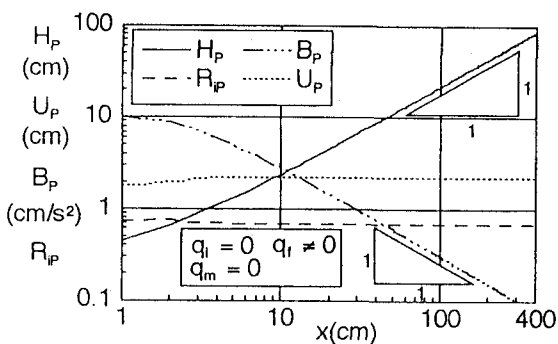


図-6 傾斜プルームのシミュレーション結果
($q_i = 0$ 、 $q_f \neq 0$ 、 $q_m = 0$)

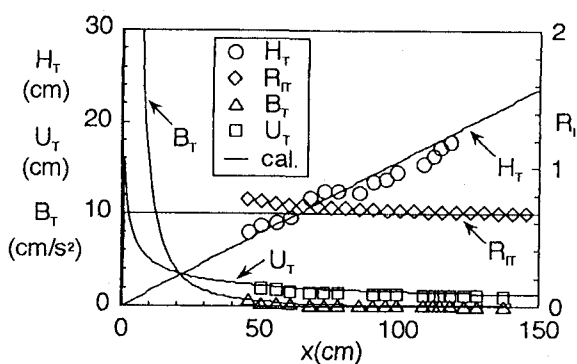


図-9 傾斜サーマルの実験値と計算値の比較

いはあるものの、2次元傾斜重力密度流のフロントの C_d 値は0.3～0.5程度の値を取るものと推察される。

3. 傾斜重力密度流の流動特性の定性的・定量的検証

図4、5および6に一例を示すように、種々の流入条件と底面傾斜角度について傾斜プルームの数値シミュレーションを行なった結果、いずれの条件においても U_f は流下距離 x によらず一定、 $H \sim x$ および $B \sim x^{-1}$ なる関係が成立することが確かめられた。一方、

傾斜サーマルでは、理論解¹³⁾と計算値との比較を行ない、両者が完全に一致することが確認された。さらに、図7に一例を示すように、 $U_f \sim x^{-1/2}$ 、 $H \sim x$ および $B \sim x^{-2}$ なる関係が成立することも確かめられた。また、両流れに対して異なる種々の流入条件を与え R_f 数の挙動を各底面傾斜角度について調べたが、傾斜角度および流入条件にかかわらず、 R_f 数は一定に収束し、 R_f 数は x によらず一定となる流れの確立領域の存在が確かめられた。さらに図4、5および6の傾斜プルームのシミュレーション結果より、 $q_i = 0$ 、 $q_f \neq 0$ 、 $q_m = 0$ では、 $q_i \neq 0$ 、 $q_f \neq 0$ 、 $q_m \neq 0$ および $q_i \neq 0$ 、 $q_f \neq 0$ 、 $q_m = 0$ としたものと同様な傾向が得られる

ことがわかる。これは、両流れの特性に違いを生じさせる支配的なメカニズムが後続部からの浮力の供給であって、体積や運動量の供給の有無は本質的な問題ではないことを示唆していると解釈される。また、傾斜ブルームでは q_i に比して先端部の連行量の方がはるかに大きいため、 q_i はほとんど無視できる程度の大きさであることが著者らの実験研究でわかっており⁴⁾、本結果はこの事実とも一致する。

実験値と計算値との定量的な比較検討を行なった一例が図8と9である。計算条件は傾斜ブルームでは $\theta=5.71^\circ$ 、 $B_{b0}=5.39\text{cm/s}^2$ 、 $q_0=34.2\text{cm}^2/\text{s}$ であり、傾斜サーマルでは $\theta=45^\circ$ 、 $B_0=9.8\text{cm/s}^2$ 、 $A_0=4\text{cm}^2$ である。また、より厳密な定量的比較を行うために、モデル中の経験則としては、それぞれの関係式¹⁴⁾を用いた。本モデルは、著者ら¹³⁾の傾斜サーマルのモデルをベースにして構築されているので、サーマルについての予測精度が良いのは当然であるが、傾斜ブルームについてもUとHは良く一致しており、本理論の妥当性がうかがわれる。一方、Bについては必ずしも良い結果が得られているわけではない。Bを得るためには先端部の密度分布をラグランジュ的に計測し、それから空間平均値を求めるという厄介な計測とデータ処理を行なわなければならない、精度的に十分な断面平均浮力についての実験結果を得ることは一般的に極めて難しい(本研究で用いたBもこのようにして得られたものではない)。この事実を考慮すると、今後の検討の余地はあるものの、計算結果は全体的に傾斜ブルームの特性を良く表現していると思われる。

4. 結論

保存性2次元傾斜重力密度流(傾斜ブルーム先端部と傾斜サーマル)の流動特性についての統一的な積分型モデルを構築し、数値シミュレーションおよび実験値との比較検討を行い、次のような結論を得た。(1)流れの確立領域において、傾斜ブルーム先端部では、 U_f は流下距離 x によらず一定、 $H\sim x$ 、 $B\sim x^{-1}$ および R_f は x によらず一定、一方、傾斜サーマルでは、 $U_f\sim x^{-1/2}$ 、 $H\sim x$ 、 $B\sim x^{-2}$ および R_f は x によらず一定なる結果を得た。また、この違いは主に後続部からの浮力の供給の有無によって生じ、体積や運動量の供給の有無は本質的な問題ではないことがわかった。(2)実験値と予測値を比較検討した結果、傾斜ブルーム先端部と傾斜サーマルの流動特性をかなりの精度で再現できることがわかった。ただし、傾斜ブルームの平均浮力Bについては、さらに実験的な検討を重ねる必要がある。

謝辞：本研究の一部は、文部省科学研究費、(代表者：秋山 壽一郎、課題番号06650568および08455232)の援助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 例えば、道奥康治、森川佳宏、不二秀人：貯水池内に流入する浮力水塊の挙動解析，水工学論文集，第40巻，pp.561-566, 1996.
- 2) 福岡捷二、木村和正、加納敏行：密度流先端部の流動特性に関する基礎的研究，土木学会論文集，第274号，pp.41-55, 1978.
- 3) Britter, R.E. and Linden, P.F. : The motion of the front of a gravity current traveling down an incline, *J. of Fluid Mechanics*, Vol.99, pp.531-543, 1980.
- 4) 芦田和男、江頭進治、中川 一：密度流先端部の解析における相似理論の適用性，京都大学防災研究所年報，第25号，B-2, pp.1-17, 1982.
- 5) 福嶋祐介：固体粒子浮遊による二次元下層密度流先端部の解析，土木学会論文集，No.461/II-22, pp.21-30, 1993.
- 6) 羽田野袈裟義、平野宗夫、李 寅鉄、楊 永萩：密度流先端部の発達課程に関する実験的研究，土木学会論文集，No.527/II-33, pp.15-26, 1995.
- 7) Bonnecaze, R.B., Huppert, H.E. & Lister, J.R. : Particle-driven gravity currents, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 250, pp. 339-369, 1993.
- 8) Akiyama, J. and Ura, M. : Prediction of inclined starting plumes, *Proc. of Int'l Sympo. on Environmental Hydraulics*, Hong Kong, pp.59-64, 1991.
- 9) Akiyama, J., Ura, M. and Wang, W. : Physical based numerical model of inclined starting plumes, *J. of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 120, No. 10, pp. 1139-1158, 1994.
- 10) Hopfinger, E.J. & Tochon-Danguy, J.C. : A model study of powder-snow avalanches, *J. of Glaciology*, Vol. 19, No. 81, pp. 343-356, 1977.
- 11) Beghin, P., Hopfinger, E.J. & Britter, R.E. : Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 107, pp. 407-422, 1981.
- 12) 福嶋祐介、鍵山恒臣：サーマル理論に基づく火砕流の数値解析法，水工学論文集，第36巻，pp.217-220, 1992.
- 13) 秋山 壽一郎、浦 勝、富岡直人、今宮盛雄：保存性2次元傾斜サーマルの流動特性の予測，水工学論文集，第40巻，pp.555-560, 1996.
- 14) 秋山 壽一郎、浦 勝、斎藤俊一郎、富岡直人：傾斜重力密度流の連行係数に関する統一的考察，ながれ，第16巻，日本流体力学会，pp.149-161, 1997.
- 15) T.H. Ellison & J.S. Turner : Turbulent entrainment in stratified flow, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 6, pp. 423-448, 1959.

(1997.9.30受付)