

浮遊傾斜サーマルの減速域の流動特性

DYNAMICS OF INCLINED SUSPENSION THERMALS IN DECELERATING STAGE

福嶋祐介¹・萩原達司²

Yusuke FUKUSHIMA and Tatsuji HAGIHARA

¹正会員 工博 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系 (〒940-21 長岡市上富岡町 1603-1)

²工修 (株)小杉組 (〒940 長岡市草生津 1-1-1)

The dynamics of inclined suspension thermals in the decelerating stage are investigated experimentally and theoretically. The inclined suspension thermals may decelerate in the flow direction when the turbulence in the thermals is not strong enough to keep solid particles into suspension. The mixture of water and barium sulfate particles is used in the experiments. The variations of the speed and the height of thermals are measured using the video camera. The depositing rate of solid particles in the flow direction is also measured. The numerical calculation was carried out. The simulation model includes three parameters; the coefficient of the entrainment rate of ambient water, the drag coefficient and the settling velocity of the solid particles. The model explains well the experimental results if these parameters are chosen adequately.

Key Words: inclined thermal, suspension, solid-fluid two phase flow, numerical simulation.

1. はじめに

斜面上にある固体粒子が何らかの原因で浮遊すると、重力の効果により斜面方向に流動する傾斜サーマルを形成する。傾斜サーマルは重力流の代表例であり、自然界で多く観察される。例えば、厳冬期山岳地帯で発生する煙型雪崩¹⁾、海底や湖沼で発生する泥水流²⁾などである。このような固体粒子を浮遊する傾斜サーマルを浮遊傾斜サーマルと呼ぶことにする。

浮遊傾斜サーマルと類似の流れに、塩分濃度や温度差に起因する保存性、すなわち負の浮力源(以下有効重力と呼ぶ)が流下方向に一定に保たれる、保存性の傾斜サーマルがある^{3),4)}。よく知られているように、保存性の二次元傾斜サーマルは、十分流下距離が大きくなると、高さが距離に比例し、流下速度が距離の $-1/2$ 乗に比例して減少する「平衡状態」に達する³⁾。

一方浮遊傾斜サーマルでは、このような「平衡状態」は存在しない⁵⁾。というのも、固体粒子を浮遊するサーマルでは、サーマル内の乱れが大きくなると斜面上に堆積した粒子を新たに取り込むことで有効重力が増加し、次第に加速する。また、サーマル内の乱れが小さくなると、サーマル内の粒子は浮遊状態を維持できず沈降して有効重力が減少し、次第に減速する。このような浮遊傾斜サーマルが減速域にある場合について、著者らは主として実験によってその流動特性を調べている^{5),6)}。しかし、サーマル内の濃度変化の直接的な測定

は精度が悪く、粒子の沈降特性の影響は定性的にしか明らかにすることはできなかった^{5),6)}。

このように、保存性の傾斜サーマルと非保存性の浮遊傾斜サーマルでは、流動機構に多くの類似点があるものの、明らかな相違点がある。本研究は浮遊傾斜サーマルが減速域にある場合に着目し、固体粒子の沈降特性がサーマルの流動特性に与える影響を実験的、理論的に解明することを目的とする。特に、これまでの実験から、サーマル内の濃度を精度よく測定することが困難であることから、サーマルの流下後斜面上に堆積した粒子量(以下、沈降量と呼ぶ)を測定した。サーマル内の平均粒子濃度はこれから算定される。これに加え、サーマルの流下速度、最大高さの流下距離変化を測定した。さらに、先に発表した浮遊傾斜サーマルのシミュレーションモデル⁵⁾により数値解析を行い、実験の結果と比較した。

2. 浮遊傾斜サーマルの概要

浮遊傾斜サーマルの概要を図-1に示す。底面の傾斜角 θ の斜面上に、密度 ρ_a の淡水中に粒子の体積濃度 C 、密度 ρ_s のサーマルが流入する。混合流体の密度を ρ とすると、 ρ は次式により表される。

$$\rho = \rho_a(1 - C) + \rho_s C = \rho_a(1 + RC) \quad (1)$$

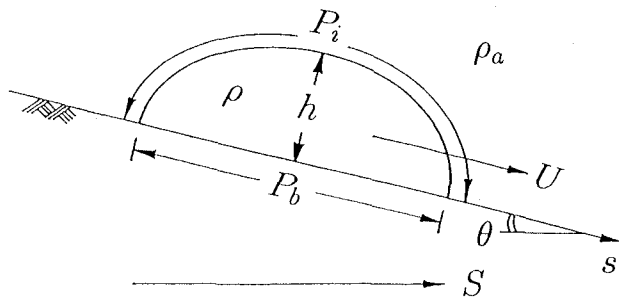
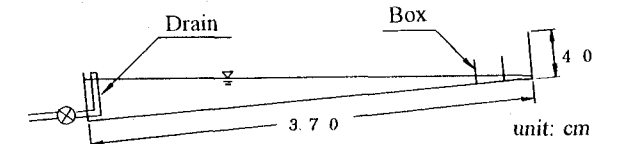
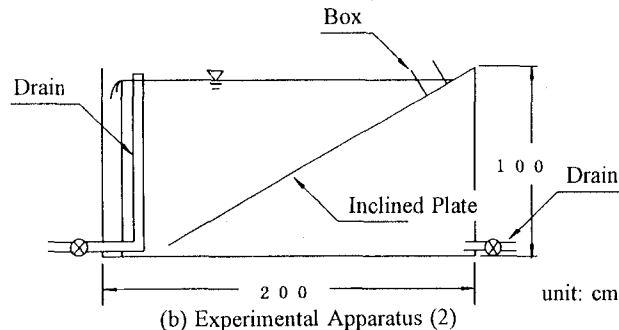


図 1: 傾斜サーマルの模式図



(a) Experimental Apparatus (1)



(b) Experimental Apparatus (2)

図 2: 実験装置

ここで、 $R = (\rho_s - \rho_a)/\rho_a$ は粒子の水中比重であり、 $RC (= \varepsilon)$ は相対密度差である。

上流端からの流下距離を x ，傾斜サーマルの流下速度を U_f ，最大高さを h ，底面の長さ（潤辺長）を P_b ，上部境界面の長さ（潤辺長）を P_i ，横から見たサーマルの面積を A とする。このとき，傾斜サーマルの固相の質量保存式は以下のようになる^{5),7)}。

$$\frac{d}{dt}(CA) = v_s(E_s - c_b \cos \theta)P_b \quad (2)$$

ここで、 t は時間， v_s は粒子の沈降速度， c_b は底面近傍の粒子濃度である。 E_s は粒子の連行係数であり， $v_s E_s P_b$ が単位時間当たりの底面からの巻き上げ量を表す。サーマル内の乱れが小さい場合には， $E_s = 0$ となる。これに対し， $v_s c_b \cos \theta P_b$ は単位時間当たりのサーマルからの沈降量を表す。本研究ではこの粒子の沈降量を直接測定することにより，傾斜サーマルの減速域の流動特性を明らかにしようとするものである。式(2)は後で述べるシミュレーションモデルの基礎方程式の一つである。

3. 実験装置と実験方法

実験装置を図-2に示す。実験は，斜面の傾斜角を 5° ， 10° 及び 30° とする3種類で行った。 5° ， 10° の実験では，図-2(a)に示す長さ3.7m，高さ0.4m，幅0.15mの水槽を

表 1: 実験条件

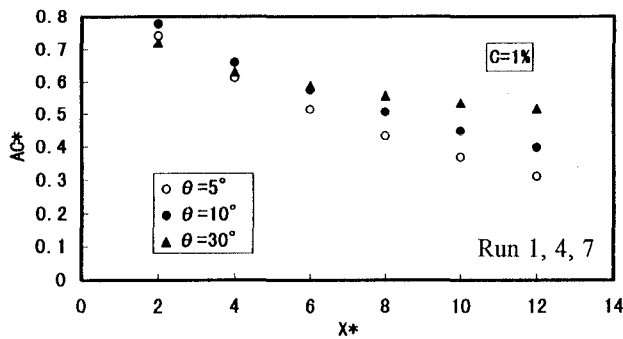
Run	$\theta(^{\circ})$	$C_0(\%)$	f_r	ε_0
1	5	1	0.407	0.00314
2	5	3	0.422	0.0100
3	5	5	0.488	0.0196
4	10	1	0.459	0.00354
5	10	3	0.513	0.0122
6	10	5	0.545	0.0219
7	30	1	0.457	0.00353
8	30	3	0.531	0.0126
9	30	5	0.562	0.0235

を用いた。 30° の実験では，図-2(b)に示す長さ2.0m，高さ1.0m，幅0.15m矩形水槽に傾斜板を設置した。所定の濃度に設定した1lの硫酸バリウム混合水を上流側のボックスにため，ボックスにつけたゲートを開放することにより，傾斜サーマルを発生させた。これを側面から，VTRで撮影し，流下速度，最大高さ等を測定した。傾斜サーマルの運動は本質的に非定常で界面に発生する大規模渦に伴って変動する。このため，それぞれの条件で3回以上の実験を行い，その平均を取って測定結果とした。

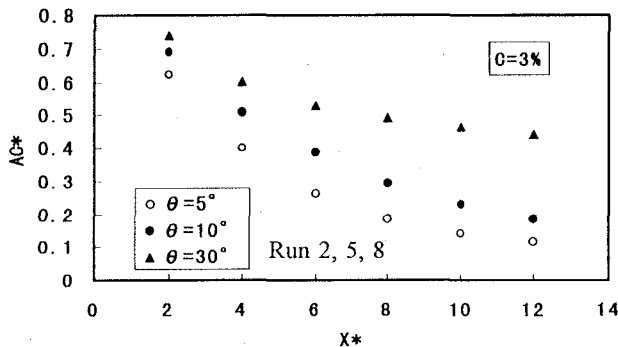
硫酸バリウム混合水の設定重量濃度は1%，3%，5%の3種類とした。硫酸バリウムの比重は4.37である。コールターカウンタによる測定では硫酸バリウム粒子の粒径は， $2.0 \sim 50.8 \mu\text{m}$ となった。これに対応する粒子の沈降速度をストークスの式から求めると $7.34 \times 10^{-4} \sim 4.73 \times 10^{-1} \text{ cm/s}$ である。硫酸バリウムは1回毎に新しい試料を用いており，粒径分布は毎回ほぼ同じであると考えた。実験条件を表-1にまとめる。硫酸バリウムはボックス内でかなり沈降する。表中， $f_r (= Ba_0/B_0)$ ははじめに設定したバリウム重量(B_0)からボックス内で沈降したバリウム重量(Bf_0)を差し引いて，サーマルとして流下したバリウム重量(Ba)のボックスでの量 $Ba_0 (= B_0 - Bf_0)$ を求め， B_0 との比を計算したものである。バリウム混合水を攪拌してから実験を開始するまでの時間をほぼ同一に保つことで f_r をほぼ一定に保つことができた。また，初期相対密度差 ε_0 は， Ba_0 から求めた。

4. 実験結果

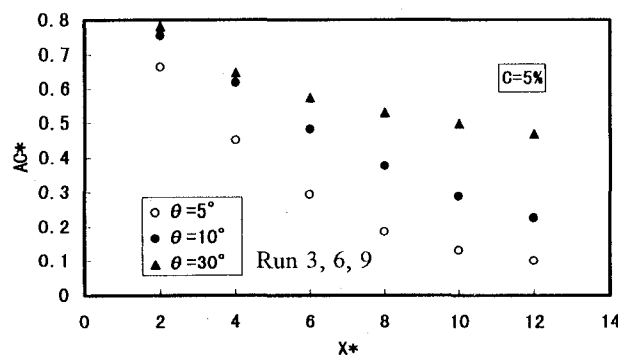
サーマルが流下すると流入部のボックスと水路には硫酸バリウムが沈降して残される。実験では，流入部のボックスおよび流下方向に20cm毎の区間に沈降したバリウムの重量(Bf)をサイフォンで採取し測定した。サーマルとして流下するバリウムの重量(Ba)は，上流位置でのバリウム量からその区間での沈降量を差し引くことにより，求められる。図-3，4に Ba をボックスでの値 Ba_0 で無次元化した Ba/Ba_0 を縦軸に，無次元流下距離 $(=x/L_0, L_0 = V_0^{1/3}, L_0$ は代表長さ， $V_0 = 1\text{l}$ は混合水



(a) $C=1\%$ (Run 1, 4, 7)



(b) $C=3\%$ (Run 2, 5, 8)

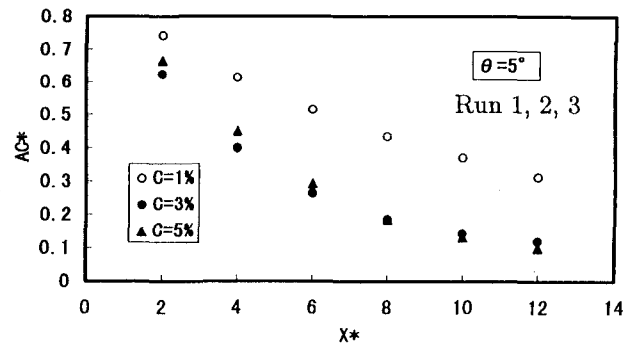


(c) $C=5\%$ (Run 3, 6, 9)

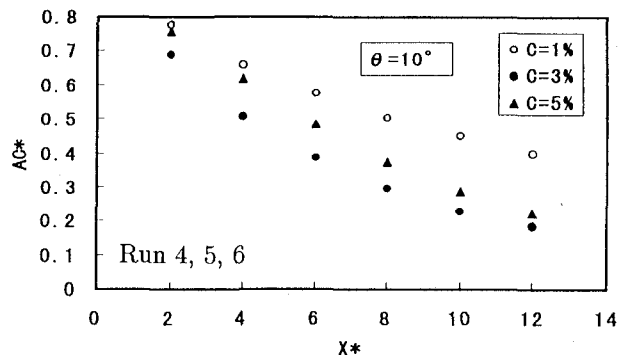
図 3: 無次元バリウム重量の無次元流下距離変化(設定濃度ごと)

の初期体積)にとつたものである。図-3 (a), (b), (c)において、実験条件は、それぞれ、設定濃度 $C_0=1\%$, 3% , 5% である。これらの図より、バリウム重量は流下距離に対し指数関数的に減少すること、また傾斜角が小さいほど無次元バリウム重量の減少が大きいことが分かる。この理由は、小さな傾斜角ほどフロントの流下速度が小さく、粒子の巻き上げより粒子の沈降が卓越する結果、対象とする区間をフロントが通過する時間が長くなるためである。

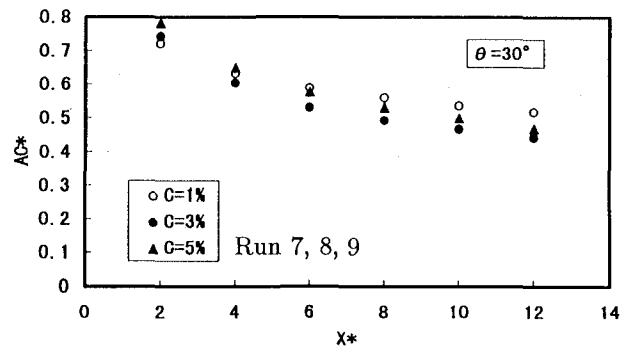
図-4(a), (b), (c)において、実験条件は、それぞれ傾斜角 $\theta=5^\circ$, 10° , 30° である。これより傾斜角が $\theta=5^\circ$, 10° の場合には初期濃度が 1% の場合には無次元バリウム重量の減少が小さいこと、傾斜角 $\theta=30^\circ$ の場合には、無次元バリウム重量は、設定濃度によらずほぼ1つの曲線で表される。また、図-3で見たように傾斜角が大きいほど無次元バリウム重量の減少は小さくなっている。



(a) $\theta=5^\circ$ (Run 1, 2, 3)



(b) $\theta=10^\circ$ (Run 4, 5, 6)



(c) $\theta=30^\circ$ (Run 7, 8, 9)

図 4: 無次元バリウム重量の無次元流下距離変化(傾斜角ごと)

著者らは、フロントの流下速度 U_f 、最大高さ h に対し、混合水の初期体積 V_0 と初期有効重力の斜面方向成分 $G_0 = V_0 \varepsilon_0 g \sin \theta$ を用いて、無次元化を行っている^{5),6)}。ここに、 $U_0 (= G_0^{1/2} / V_0^{1/3})$ は代表流速である。その結果、塩水による保存性の傾斜サーマルでは、無次元速度、無次元高さともにほぼ1つの曲線で表しうることを明らかにした。

本実験では、無次元流下速度 $U_f^* = (U_f / U_0)$ と無次元最大高さ $h^* (= h / L_0)$ はともに実験条件によって大きく変化した。この理由として粒子の沈降性の影響でバリウム量、すなわち有効重力が実験条件によって大きく変化しているためと考えられる。

フロントの流下速度、最大高さ、バリウム量の流下方向の変化の実験結果は、後節で説明する数値シミュレーションの結果と比較して議論を行う。

5. 浮遊傾斜サーマルのモデル

固体粒子の沈降を伴う非保存性の傾斜サーマルのシミュレーションモデルは福嶋^{7),8)}、福嶋・金子⁵⁾によって提案されている。以下にモデルの概略を示す。詳細は上述の文献を参考にされたい。モデルは乱れ運動エネルギーの式を省略した三式モデルであり、先に示した式(2)の固相の質量保存式に加え、次に示す混合流体の質量保存式、運動方程式よりなる。

$$\frac{d}{dt}(\rho A) = \rho_a E_w U P_i \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\rho + k_v \rho_a) U A &= \rho_a R g \sin \theta C A \\ -\frac{1}{2} c_D \rho_a U_f^2 h - \frac{1}{2} \rho_a f_i U^2 P_i - \frac{1}{2} \rho_b f_b U^2 P_b \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 U はサーマルの質量中心の移動速度、 k_v は仮想質量係数、 g は重力加速度、 c_D は抗力係数、 f_i 、 f_b はそれぞれ界面と底面の摩擦係数、 E_w は水の連行係数、 E_s は固体粒子の連行係数である。 E_w を次のように表す。

$$E_w = \alpha \frac{\theta}{90^\circ} \quad (5)$$

ここで、傾斜角 θ は度($^\circ$)で表す。実験室での流れの規模が小さく、乱れによる粒子の巻き上げがないと考え、 E_s は零とした。

以下の計算において、 E_w の式の係数 α と硫酸バリウムの沈降速度 v_s をパラメータとして計算を行った。

式(3)から(4)において、サーマルの面積 A 、上部潤辺長 P_i 、下部潤辺長 P_b は、サーマルの最大高さ h の関数として次のような関係にある。

$$A = \xi_A h^2; \quad P_i = \xi_i h; \quad P_b = \xi_b h \quad (6)$$

ここで、 ξ_A 、 ξ_i 、 ξ_b は形状関数である。サーマルの前部は明確であるが後部は形状がぼやけ明確ではない。それを大胆にモデル化し、図1のようにサーマルの形状を長径 P_b 、短径を $2h$ の半楕円形で近似するものとする。これらの形状係数と仮想質量係数 k_v は、次のように表すことができる(福嶋²⁾、Beghin et al.³⁾)。

$$\xi_A = \frac{\pi}{4} \xi_b; \quad \xi_i = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{(4\xi_b^{-2} + 1)\xi_b}; \quad k_v = 2/\xi_b \quad (7)$$

ξ_b は、Beghin et al.³⁾の実験を参考にして、次のような関数で与えられるとした。

$$\xi_b = 8.47\theta^{-1/3} \quad (8)$$

ここで、傾斜角 θ は度($^\circ$)で表す。

6. 粒子沈降を伴う傾斜サーマルの数値解析

本節では、5.の基礎方程式を基に数値計算を行い、実験結果と比較した結果について述べる。式(4)で抗力係数 c_D の値を定める必要がある。福嶋⁸⁾、福嶋他⁴⁾、福

嶋・金子⁵⁾の検討によると抗力係数は1.0とすれば妥当であるとの結果を得ており、ここでは基本的にその値を用いて計算を行った。また、界面および底面での摩擦係数 f_i 、 f_b に対し成層場のパラメータの関数とすることも考えられる。しかし、傾斜サーマルに作用する摩擦係数についての知識が不十分であり、また、他の計算条件 C_D や E_w などとの精度のバランスも勘案して、単純に $f_i = f_b = 0.02$ の一定値とした。

(1) 連行係数に含まれる比例係数 α

連行係数と最大高さとの関係を考察する。フロントの流下速度 U とフロントの位置 x の関係 $U = dx/dt$ を式(3)に代入して整理すると次式を得る。

$$h = h_0 + \frac{E_w \xi_i}{2\xi_A} (x - x_0) \quad (9)$$

ここで、 x_0 は仮想原点の位置、 h_0 は $x = x_0$ でのサーマルの層厚である。上式の意味するところは、一定の水路の傾斜角の条件に対し、最大高さが連行係数 E_w と流下距離に比例することである。式(9)は他に形状係数だけを含んでいることから、連行係数は最大高さの実験値との比較より求めることができる。

Beghin et al.³⁾は、密閉式のタンクを用い、 $5 \sim 90^\circ$ の範囲で傾斜サーマルの実験を行って連行係数を求めている。その結果、傾斜サーマルの連行係数が傾斜角と比例関係、すなわち、式(5)と同型の関数形を満たすことを示した。彼らの実験結果を整理すると、 α の値は0.58という結果を得た。秋山他⁹⁾は保存性の塩水によるサーマルを対象として、広い範囲の傾斜角で数多くの実験を行った。その結果を整理して、式(5)と同じ式形で書くと $\alpha = 0.40$ となった。秋山他⁹⁾は、Beghin et al.³⁾の連行係数はかなり大きいことを指摘し、その理由として、密閉型の水槽を用いているため、逆流の影響が無視できないためと推測している。

福嶋他⁴⁾は、塩水を用いた「保存性」傾斜ブリュームとサーマルの実験を行い、シミュレーションモデルとの比較の結果、比例係数の値を $\alpha = 0.2$ とすると、ブリュームとサーマルのそれぞれの実験値を統一的に表現できることを示した。また、福嶋・金子⁵⁾は、今回と同様の粒子の沈降を伴う「非保存性」の傾斜サーマルの実験では、 $\alpha = 0.4$ の結果を得た。以上のように連行係数の係数 α については、研究者によって、あるいは流れのタイプによってかなりのばらつきが見られる。

ここでは、再度 α の値を様々に変化させて、数値解が実験値とよく適合するようにその値を定めた。その結果、 $\alpha = 0.3$ とすると、最大高さの流下方向変化の数値解と実験値とがよく適合することを確認した。この値は、福嶋他⁴⁾と秋山他⁹⁾、の値の中間の値である。以下に示す計算では、すべて $\alpha = 0.3$ とした。

(2) 沈降速度 v_s

ここでは、硫酸バリウムの沈降速度を変化させて、計算を行い、流下速度、最大高さ、サーマル内のバリウム重量の流下距離変化の実験値と比較を行う。

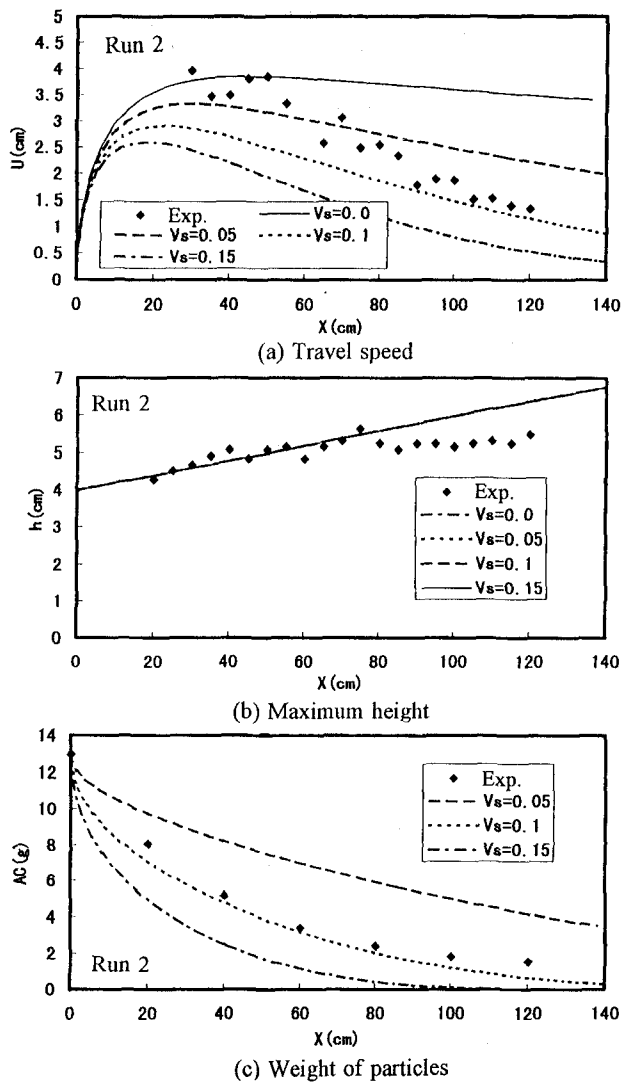


図 5: 計算結果と実験値との比較 ($\theta = 5^\circ$, $C_0 = 3\%$, Run 2)

図-5に傾斜角 $\theta = 5^\circ$ の場合 (Run 2), 図-6に傾斜角 $\theta = 10^\circ$ の場合 (Run 5), 図-7に傾斜角 $\theta = 30^\circ$ の場合 (Run 9) の計算結果を実験値と比較したものを示す. 硫酸バリウム粒子の沈降速度は $v_s = 0.0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$ cm/s としている. これらの図で, (a) フロントの移動速度, (b) 最大高さ, (c) バリウム重量, である.

実験では, ゲート開放直後にはフロントの形状は明確ではなく, 先端がゲートから 20cm 位の位置に達した頃, フロント形状が明確になる. そこで, 図ではフロントの位置が $X \geq 20$ cm の範囲の測定結果をプロットしている.

図-5, 図-6, 図-7の (a) を見ると, フロントの移動速度は, 流下初期に急激に増加した後, 最大値をとり, その後緩やかに減少して行く. パラメータである沈降速度 v_s が大きいほど移動速度の減少は大きくなっている. $\theta = 5^\circ$ (Run 2) の図-5(a) を見ると, 流下速度は計算値に比べ実験値の減少割合が大きい. $x < 60$ cm までは実験値は $v_s = 0.0 - 0.05$ cm/s の計算値の付近にあり, $x > 60$ cm では $v_s = 0.1$ cm/s の曲線に漸近している. $\theta =$

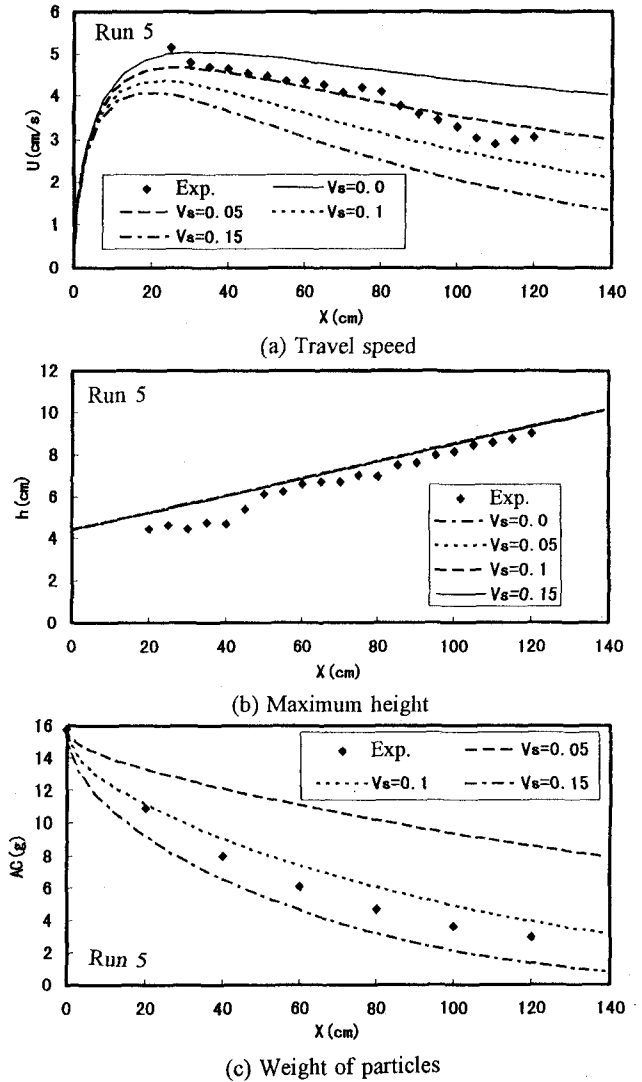


図 6: 計算結果と実験値との比較 ($\theta = 10^\circ$, $C_0 = 3\%$, Run 5)

10° (Run 5) の図-6(a) ではほぼ全領域で $v_s = 0.05$ cm/s の曲線で近似される. $\theta = 30^\circ$ (Run 9) の図-7(a) では, 実験値は $v_s = 0$ cm/s の曲線に近い. このような傾向は摩擦係数を一定値とせず, 安定度の関数として場所毎に変化させることで説明できる可能性がある.

(b) の最大厚さの流下距離変化の結果より, 沈降速度 v_s が変わっても数値計算の結果は変化しないことがわかる. 先に示した式 (9) のように, 最大高さは沈降速度の影響をほとんど受けないためである.

(c) のバリウム重量の流下距離変化の結果を考察する. Run 2 では $v_s = 0.1$ cm/s としたとき, 数値解の曲線と実験値とはほぼ一致する. Run 5 では実験値は $v_s = 0.1$ cm/s と 0.15 cm/s の数値解の曲線の間にある. Run 9 では実験値は $v_s = 0.15$ cm/s と 0.2 cm/s の数値解の曲線の間にある. このように, バリウム重量の実験値に数値解を一致させようとする, 実験条件によって沈降速度の値を変化させる必要がある.

以上の結果より, 流下速度の実験値との比較より得られた沈降速度 v_s の値とバリウム重量の比較で得られ

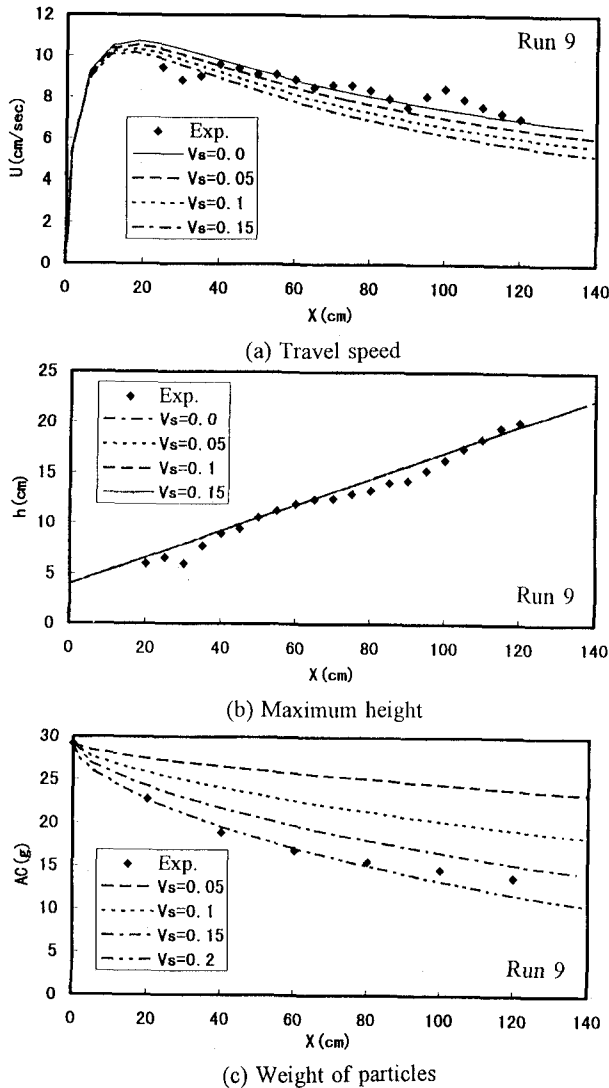


図 7: 計算結果と実験値との比較 ($\theta = 30^\circ$, $C_0 = 5\%$, Run 9)

た v_s の値を表-2 にまとめて示す。得られた v_s には若干の差がある。しかし、あえてこれを総括すると、バリウム粒子の代表沈降速度として $v_s = 0.1 \text{ cm/s}$ となる。この値はバリウム粒子の粒径より求められる沈降速度の範囲にある。また、傾斜角が 30° の場合では、流下速度 U_f に対する沈降速度とバリウム重量 AC に対する沈降速度とが異なる値となっている。この理由として考えられるのは、他のパラメータである抗力係数 c_D や摩擦係数 f_i , f_b を一定としていることにも原因がありそうである。

実験に用いた硫酸バリウム粒子は広い粒度分布を持つことがわかっており、現象を忠実にモデル化するためには、測定で得られた粒度分布に対して、区分ごとの粒径に対する沈降速度を求め、固体粒子の質量保存式(2)を粒径ごとに計算することが考えられる。これについては今後の課題としたい。

7. おわりに

表 2: 沈降速度の値

θ ($^\circ$)	$v_s(U_f)$ (cm/s)	$v_s(AC)$ (cm/s)
5	0.05-0.1	0.1
10	0.05	0.1-0.15
30	0.0	0.15-0.20

本研究で得られた主要な結果は以下の通りである。

(1) 粒子の沈降量を測定し、同じ濃度では斜面の傾斜角が小さいほど沈降量が多いこと、同じ傾斜角では濃度が多いほど沈降量が多いことを示した。

(2) 粒子沈降を伴う傾斜サーマルの連行係数は、他の研究者や著者らの求めた保存性の傾斜サーマルに対する実験値の範囲内にあり、 $\alpha = 0.3$ であった。

(3) 数値モデルにより、様々な傾斜角、初期濃度の実験条件について計算値と実験値の比較を行った。硫酸バリウム粒子の沈降速度を $v_s = 0.1 \text{ cm/s}$ とすることで統一的にフロントの移動速度、バリウム重量を説明する。

謝辞 本研究の一部は文部省科学研究費補助金、基盤研究(C)(代表 福嶋祐介、課題番号 09650563)の補助を受けた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Hopfinger, E. J., Snow avalanche motion and related phenomena, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 15, pp. 47-76, 1983.
- 2) Parker, G., Fukushima, Y. and Pantin, H. M., Self-accelerating turbidity currents, *J. Fluid Mech.*, 171, pp. 145-182, 1986.
- 3) Beghin, P., Hopfinger, E.J. and Britter, R.H., Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, *J. Fluid Mech.*, 107, pp. 407-422, 1981.
- 4) 福嶋祐介, 早川典生, 山口武俊, 重力密度流による煙型雪崩の流動シミュレーションモデルの検討, 雪氷, 58-3, pp. 205-214, 1996.
- 5) 福嶋祐介, 金子幸弘, 固体粒子を浮遊する傾斜サーマルの減速域, 水工学論文集, 41, pp. 537-542, 1997.
- 6) Hayakawa, N. and Fukushima, Y., Dynamics of conservative and non-conservative two-dimensional density front, 26th Congress of IAHR, 2, pp.40-45, 1995.
- 7) 福嶋祐介, 粉雪雪崩の流動機構の解析, 雪氷, 48-4, pp. 189-197, 1986.
- 8) 福嶋祐介, 固体粒子浮遊による二次元下層密度流先端部の解析, 土木学会論文集, 461/II-10, pp. 65-74, 1993.
- 9) 秋山壽一郎, 浦勝, 斎藤俊一郎, 富岡直人, 傾斜重力密度流の連行係数に関する統一的考察, ながれ (日本流体力学会誌), 16-2, 149-161, 1997.

(1997.9.30 受付)