

不均一浸透場におけるトレーサー輸送の微視的分散と巨視的分散に対する水理学的考察

STUDY ON THE MICROSCOPIC AND MACROSCOPIC DISPERSIONS
FOR THE TRACER TRANSPORT IN THE NON-UNIFORM POROUS MEDIA

中川 啓¹・神野健二²・細川土佐男³

Kei NAKAGAWA・Kenji JINNO・Tosao HOSOKAWA

¹学生員 工修 九州大学大学院 工学研究科 博士後期課程(〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

²正会員 工博 九州大学教授 工学部建設都市工学科 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

³正会員 工博 九州産業大学助教授 工学部土木工学科 (〒813 福岡市東区松香台2-3-1)

An evaluation of the dispersion coefficient or the dispersivity is important for the solute transport in groundwater flow. In this paper, an evaluation of the dispersion coefficient by the numerical simulation for the non-uniform porous media is attempted. The non-uniform porous media is consisted of 39×19 blocks with the packed glass beads of six different diameters. For each block, microscopic dispersivity, permeability and porosity are known. The forty cases for evaluating the macroscopic dispersion are studied. Specifically, the relations between the integral scale of the log permeability and macroscopic dispersivity is examined. It is suggested that the macroscopic dispersion depends on the integral scale and that the sufficient observation scale is necessary for obtaining the macroscopic dispersion coefficient.

Key Words : Non-uniform porous media, Macroscopic Dispersion Coefficient, Numerical Simulation

1. はじめに

地下水流れや帯水層中での各種物質の輸送現象を解明するためには、帯水層がどのような水文地質構造を有しているかが重要である。特に地下水汚染においては、汚染プルームの分散や選択的経路の特定が重要である¹⁾。W. キンツェルバッハ²⁾やAppelo & Postma³⁾のテキストでは微視的分散と巨視的分散の意味について説明が加えられている。藤間⁴⁾は巨視的分散定数について、多層地盤やその他の透水係数が分布関数で表される帯水層を対象として、モーメント法を用いて理論的および実験的研究を行っている。また、地下水流れや分散に関する確率論的なモデルについては、理論的あるいは解析的に多くの文

献が蓄積されている⁵⁾⁻¹⁰⁾。しかしながら帯水層の構成材料に基づく微視的な分散とこれらの不均一な分布に起因する巨視的分散や選択的流れなどとの相互作用について検討した事例は少ないようである。

そこで本研究は、数値計算により得られた不均一多孔媒体中のトレーサーの挙動を基に、不均一場の統計的な性質と巨視的な分散過程の関係について検討したものである。

2. 検討の方法

図-1に本研究での検討方法のフロー図を示す。まず、物性が既知である6種類のガラスビーズを任意に配置し、不均一場を生成する。生成された各不均

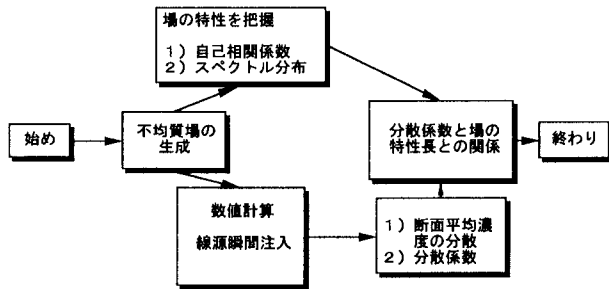


図-1 本研究のフロー図

一場の確率統計的な特性を調べるため、自己相関係数とスペクトル分布を求め、さらに自己相関係数から縦方向（主流方向）の積分特性距離を評価した。

トレーサーは線源として注入した。計算は流れ方向を x 軸、鉛直上方を y 軸とし、 y 軸方向の断面平均濃度分布より縦方向の分散係数を評価した。さらに、分散係数と場の透水系数の対数変換値の空間分布の積分特性距離の関係について検討した。

3. 不均一場の発生と巨視的分散の評価

(1) 不均一場

本研究で対象とした不均一場の例(Run1)を図-2に示す。また、それぞれの場は6種類の粒径のガラスビーズにより構成されており、これらの粒径 d_m (mm)に対する透水系数 k_s (cm/s)、空隙率 n (%)、縦方向の微視的な分散定数 α_L (cm)は表-1に示す。なお、横方向の微視的な分散定数 α_T (cm)は α_L の1/10の値を用いた²⁾。場の発生に関しては、一般に透水系数の対数変換値の分布が(1)式に示す自己回帰式^{11), 12)}に従うと仮定して、自己回帰係数を任意に与え、雑音項 $\varepsilon(x, y)$ と境界条件には平均0、分散1.5の正規乱数を発生した。その後、(1)式を解いて得られた Y の値を6つのクラスに分け、それぞれの物性が表-1の6つの粒径 d_m のクラスに、0.2mm粒径を中心に対応するように5cm×5cmのブロックごとに透水系数、空隙率、微視的分散定数を配置した。

$$a_{xx} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + a_{yy} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \varepsilon(x, y) = 0 \quad (1)$$

ここに、 Y : 粒径分布のクラスを割り当てるための変数、 a_{xx}, a_{yy} : 自己回帰係数で、 a_{xx} と a_{yy} の値を種々変えることによって非等方性の Y の場を任意に発生することができる。(1)式の離散化には x および y 方向に5cmのメッシュを用いた。

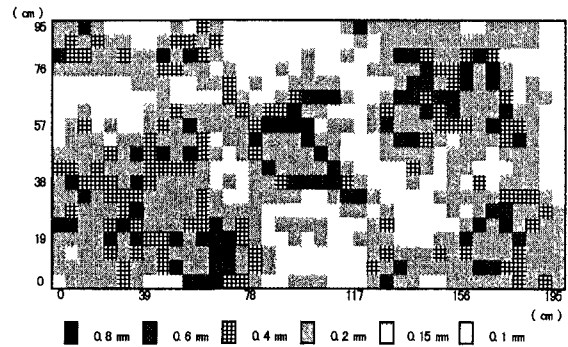


図-2 生成した不均一場の例(Run1, $a_{xx}=a_{yy}=1$)

表-1 各ガラスビーズ粒径の物性値

d_m (mm)	k_s (cm/s)	n (%)	α_L (cm)
0.1	8.92×10^{-3}	37.9	3.67×10^{-3}
0.15	1.84×10^{-2}	37.6	5.50×10^{-3}
0.2	2.98×10^{-2}	37.6	7.34×10^{-3}
0.4	8.57×10^{-2}	37.3	1.47×10^{-2}
0.6	2.16×10^{-1}	37.3	2.20×10^{-2}
0.8	3.58×10^{-1}	37.3	2.93×10^{-2}

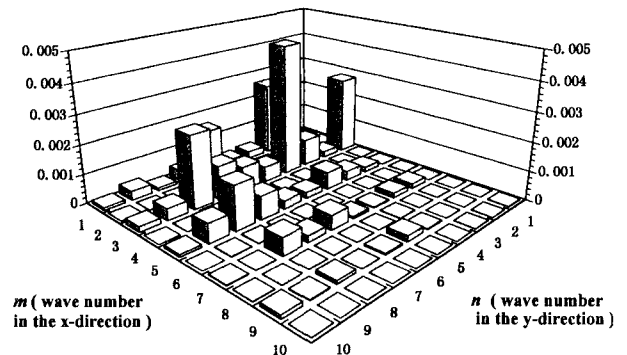


図-3 スペクトル分布の例(Run1)

(2) 場の特性

次に、それぞれの場に対する特性を把握するためスペクトル分布、自己相関係数の分布を調べた。スペクトルは透水系数の対数変換値に対して高速フーリエ変換して求めたものである。図-3には例としてRun1の場合のスペクトル分布を示している。図中の m と n は、 x および y 方向の波数である。これを見ると、場は比較的少ない波成分により構成されていることがわかる。自己相関係数の算出は次式による。

$$R(\xi, \eta) = \frac{E[(\Psi(x, y) - \bar{\Psi}) \cdot (\Psi(x + \xi, y + \eta) - \bar{\Psi})]}{E[(\Psi(x, y) - \bar{\Psi})^2]} \quad (2)$$

ここに、 x, y : 座標、 $\Psi(x, y) = \log_{10} k(x, y)$ 、 $k(x, y)$: 透水系数(cm/s)、 ξ, η : x および y 方向に対する2点間距離(cm)、 $R(\xi, \eta)$: 自己相関係数、

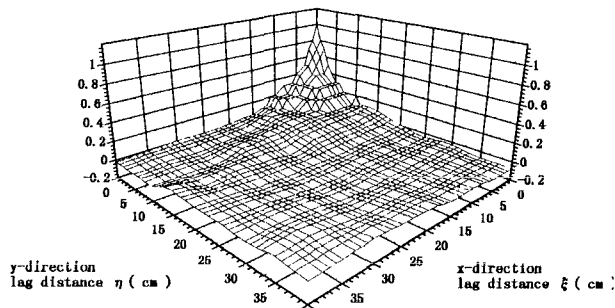


図-4 自己相関係数の例(Run1)

$E[\quad]$: 期待値, $\bar{\Psi}$: Ψ の期待値 ($=E[\Psi(x,y)]$)である. 例としてRun1の自己相関係数の分布を図-4に示す. x および y 方向ともに, およそ20cm程度隔てると相関が小さくなることがわかる. さらに, この自己相関係数の x および y 方向の値を積分特性距離 L_x および L_y を用いて次式のように近似した¹³⁾.

$$\begin{aligned} R(\xi, 0) &= \exp \left[-\frac{|\xi|}{L_x} \right] \\ R(0, \eta) &= \exp \left[-\frac{|\eta|}{L_y} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, L_x および L_y は, x および y 方向の相関の長さを表す特性値である. 図-5に x および y 方向それぞれの自己相関係数 $R(\xi, 0)$ および $R(0, \eta)$ を示している(Run1). 図中には, L_x あるいは L_y を種々変化した(3)式の結果を示しており, これより積分特性距離は x および y 方向ともにほぼ5cmであることがわかる.

(3) 数値計算

数値計算に関しては, 以下に示す圧力水頭に関する式と2次元移流分散方程式を連立して解いた¹⁴⁾. なお, 本手法で多孔性不均一場におけるトレーサの挙動を精度良くシミュレートできることはすでに示しており, 精度上問題はないと考える¹⁵⁾.

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\rho}{\rho_f} \right) \right] \quad (4)$$

ここで, t : 時間(s), h : 圧力水頭(cm), u, v : x, y 方向のダルシー流速(cm/s), ρ : 流体密度(g/cm³), ρ_f : 淡水密度(=1.0g/cm³)である. S_s は比貯留係数である.

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial (u' C)}{\partial x} + \frac{\partial (v' C)}{\partial y} = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

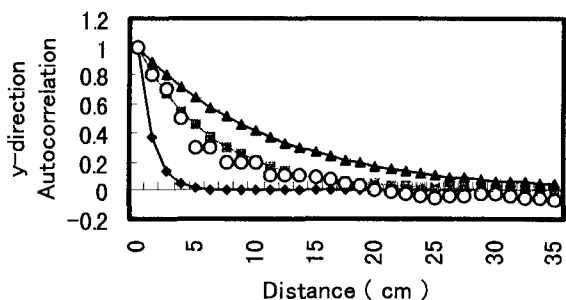
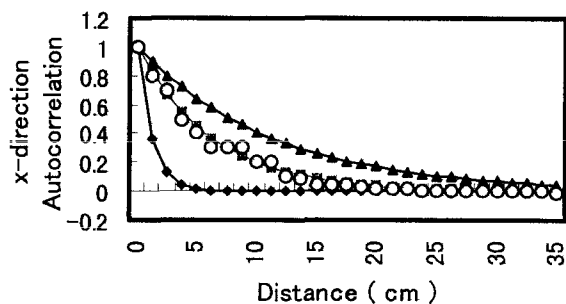


図-5 x および y 方向の自己相関係数(Run1)

ここに, u', v' は x および y 方向の実質流速であり, (5)および(6)式のダルシー流速との間には $u' = u/\theta, v' = v/\theta$ の関係がある. θ は体積含水率である. Huyakornら¹⁶⁾によれば, 上式の分散係数 $D_{xx}, D_{xy}, D_{yx}, D_{yy}$ は, 次式のように流速依存型の分散と分子拡散の和で表される.

$$D_{xx} = \frac{\alpha_L u'^2}{V} + \frac{\alpha_T v'^2}{V} + \tau D_M \quad (6)$$

$$D_{yy} = \frac{\alpha_T u'^2}{V} + \frac{\alpha_L v'^2}{V} + \tau D_M \quad (7)$$

$$D_{xy} = D_{yx} = \frac{(\alpha_L - \alpha_T) u' v'}{V} \quad (8)$$

ここに, $V = (u'^2 + v'^2)^{1/2}$ であり, α_L : 縦方向の微視的分散定数(cm), α_T : 横方向の微視的分散定数(cm), D_M : 水の分子拡散係数(cm²/s), τ : 屈曲度である. 境界条件については, 上下流側ともに静水圧分布境界とし, 上面と下面は不透水性境界とした. 上流と下流の水頭差は50.5cmとした. 領域は x 方向に195cm, y 方向に95cmとし, (4)式と(5)式に対する差分格子間隔は $\Delta x = \Delta y = 1.25$ cmとした. トレーサの注入をヘッドをかけて行くと, 注入後に若干上流側にも分散す

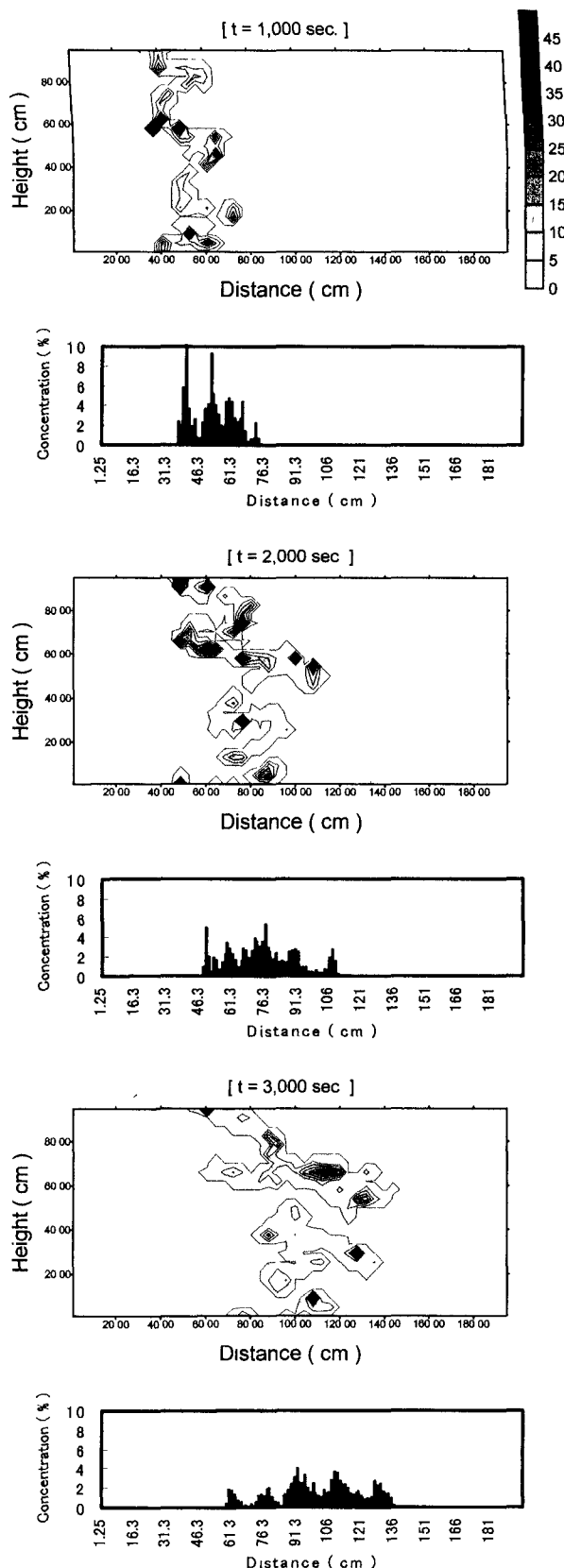


図-6 トレーサーの挙動とその断面平均濃度分布の経時変化(Run1)

るため、流入側より26.25cmの位置で線源として瞬間注入を行った。数値計算は3,000秒後まで行った。ここでは例としてRun1の場合のトレーサーの2次元

的な挙動とその断面平均濃度の変化を図-6に示している。各ブロックごとに一定の微視的分散定数を与えているので、局所的には微視的な分散が生じているが、図のように浸透層全体で見れば、巨視的な分散が生じている。すなわち、注入後1,000秒後には輸送の速い所と遅い所が顕著であり、そのためx方向の拡がりが大きくなっている。トレーサーのプルームの主な経路に対して浸透層の中央より下流の上部に多く分布する0.8mm, 0.6mmの領域が支配的であることがわかる。このように場が不均一であるときには、深度方向のトレーサーの分布を詳細に調査する必要がある。例えば、3,000秒後で上流側から120cmの所では浅い位置では、未だトレーサーが到達していない。均一な場に対する理論では正規分布形状で流下することが知られているが、断面平均濃度分布は、複数のピークを持ち微視的分散の効果がまだ残っていることがわかる。

(4) 分散, 巨視的分散の評価

図-6各下段に示したような数値計算で得られた断面平均濃度からx方向の分散は(9)式¹⁷⁾により求める。

$$\sigma^2(t) = \frac{\sum C(x,t)(x-\bar{x})^2 \Delta x}{\sum C(x,t) \Delta x} \quad (9)$$

また、分散から巨視的な分散係数は(10)式¹⁷⁾を用いて算定する。

$$D(t) = \frac{\Delta \sigma_x^2}{2 \Delta t} \quad (10)$$

図-7には、このようにして求めた分散と巨視的分散係数の変化をRun1についての結果を示す。数値計算ではx方向平均流速は $U_{mean} = 0.02572$ cm/sであった。一般に、分散は流下時間や流下距離にしたがって増加していくといわれているが、本研究で対象とした不均一場では、一定の分散幅を保ったまま流下し、再び分散幅を拡げながら流下する場合や分散幅が一旦縮まり再び拡がるなどの輸送が見られる。しかしながら十分流下すれば、一定値に漸近すると考えられる。ところで、図-7に示されるように同じ積分特性距離を持つ場でも、個々の場に関しては巨視的分散係数が一定値に漸近するとはいえない。そこで本報では、同じ積分特性距離 L_x を持つ別々の場に対して巨視的分散係数変化のアンサンブル平均をとる。例えば $L_x=5$ cmの場合は、10種類の場が存在しており、これらのアンサンブル平均を示したのが図-8である。図中に巨視的分散係数の時間的変化を近

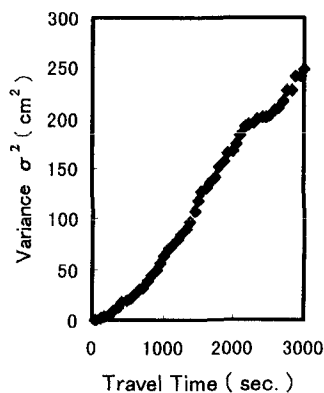


図-7 断面平均濃度の分散と巨視的分散係数の時間変化の例 (Run1)

似した折れ線を示しているが、およそ流下開始600秒後で変曲したと考え、 $T_{min} = 600\text{sec}$ 、 $D_L = 0.12\text{cm}^2/\text{s}$ と読み取る。また巨視的な分散定数 $A_L(\text{cm})$ は次式の関係を用いて求めた。

$$A_L = \frac{D_L}{\bar{U}_{mean}} \quad (11)$$

ここで $\bar{U}_{mean}$ は、同じ L_x を持つ場それぞれの平均流速 $\bar{U}_{mean}$ の平均である。

(5) 考察

図-9に x 方向の積分特性距離 L_x と巨視的な分散定数 A_L の関係をプロットしている。今回の場合、直線近似式をあてはめれば、 $A_L = 0.6196 \times L_x$ の関係が得られた。近似式による値と実際の値の相関係数の2乗値は0.91であり相関は高い。これより巨視的な分散は場の特性により支配されることが明らかになり、巨視的分散定数は、積分特性距離のおよそ62%であることがわかった。図-10には L_x と T_{min} あるいは $X_{min} = T_{min} \times \bar{U}_{mean}$ との関係をプロットしている。この T_{min} や X_{min} は、この値までは微視的な分散の取り

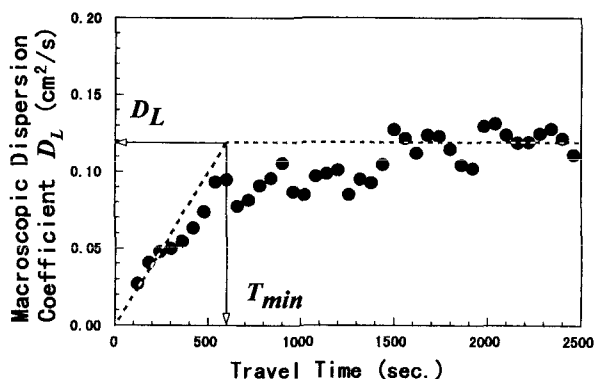


図-8 巨視的分散係数のアンサンブル平均の例 ($L_x = 5\text{cm}$, 10例)

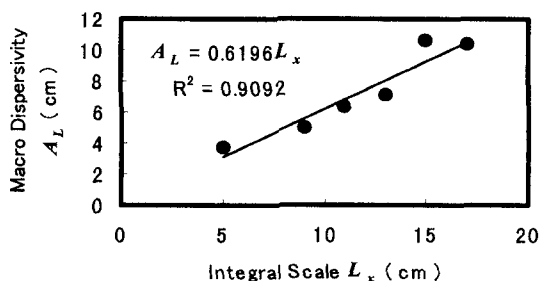


図-9 積分特性距離と巨視的分散定数の関係

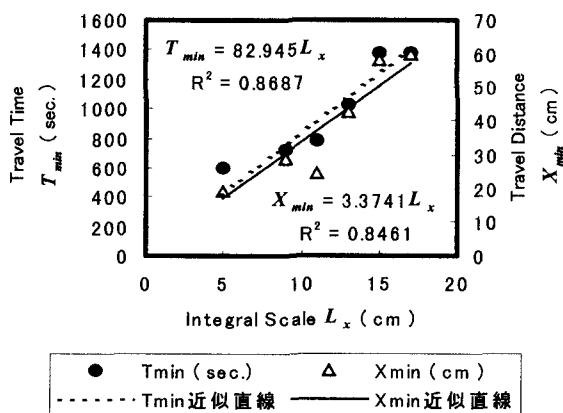


図-10 積分特性距離と到達流下時間および到達流下距離の関係

扱いが重要であるが、この値を超えると巨視的分散としての取り扱いが可能であるという意味である。したがって図によればこれらの値が積分特性距離に比例しているので、積分特性距離が大きくなれば微視的な輸送としての取り扱いが必要になる。ところで、 L_x と X_{min} の関係は、 $X_{min} = 3.3741 \times L_x$ である。これはほぼ流速一定の条件下で、トレーサーが L_x のおよそ3.4倍の流下距離を経験すれば D_L および A_L がほぼ一定値になり巨視的分散係数あるいは巨視的分散定数としての取り扱いができることを意味している。

4. おわりに

本研究では、不均一場における巨視的な分散について数値計算により検討した。得られた知見をまとめれば以下ようになる。

- (1) モデルの透水係数の対数変換値の空間分布の積分特性距離と巨視的分散係数および巨視的分散定数の間に、ほぼ線形関係があることがわかった。
- (2) 積分特性距離に応じてどの位の観測時間スケールあるいは観測空間スケールがあれば、巨視的分散としての議論ができるかを検討した。
- (3) これによると、積分特性距離のおよそ3.4倍の流下距離をトレーサーが経験すれば、一定の巨視的分散係数および巨視的分散定数に到達する。

場の特性を知るためには、場の詳細な情報が必要である。しかしながら対象場全体を調べることは不可能であるため、いかに簡単にしかも精度良く場を推定するかが問題となってくる。この点に関しては現在検討中である。また、現地スケールに対しても本報のような手順で巨視的な分散を検討したい。

謝辞：本研究は動力炉・核燃料開発事業団の「不均質多孔媒体中の水理・物質移動に関する研究」に基づいて行われたものであり、有益な御助言をいただきました畑中氏、井尻氏、亘氏には心より感謝申し上げます。

参考文献

- 1) Lichtner, P.C., C.I. Steefel and E.H. Oelkers: Reactive Transport in Porous Media, Reviews in Mineralogy, Vol. 34, Mineralogical Society of America, pp. 269-310, 1996.
- 2) W. キンツェルバッハ [上田年比古 監訳]: 「パソコンによる地下水解析」, 森北出版社, pp. 160-176, 1990.
- 3) Appelo, C.A.J. and D. Postma: Geochemistry, groundwater and pollution, A.A. Balkema, Rotterdam, pp. 349-395, 1994.
- 4) 藤間聡: 地下水パラメータの推定に関する基礎的研究, 九州大学学位論文, pp. 48-89, 1989.
- 5) Smith, L. and F.W. Schwartz: Mass Transport 1. A Stochastic analysis of macroscopic dispersion, Water Resources

- Research, Vol. 16, No. 2, pp. 303-313, 1980.
- 6) Gelhar, L.W. and C.L. Axness: Three-dimensional Stochastic Analysis of Macrodispersion in Aquifers, Water Resources Research, Vol. 19, No. 2, pp. 161-180, 1983.
- 7) Dagan, G.: Transport in Heterogeneous Porous Formations: Ergodicity, and Effective Dispersion, Water Resources Research, Vol. 26, No. 6, pp. 1281-1290, 1990.
- 8) Sudicky, E.A.: A Natural Gradient Experiment on Solute Transport in a Sand Aquifer: Spatial Variability of Hydraulic Conductivity and Its Role in the Dispersion Process, Water Resources Research, Vol. 22, No. 13, pp. 2069-2082, 1986.
- 9) Gelhar, L.W.: Stochastic Subsurface Hydrology From Theory to Applications, Water Resources Research, Vol. 22, No. 9, pp. 135S-145S, 1986.
- 10) Dagan, G.: Stochastic Modeling of Groundwater Flow by Unconditional and Conditional Probabilities 2. The Solute Transport, Water Resources Research, Vol. 18, No. 4, pp. 835-848, 1982.
- 11) Smith, L. and R.A. Freeze: Stochastic analysis of steady state groundwater flow in a bounded domain, 2. Two-dimensional Simulations, Water Resources Research, Vol. 15, No. 6, pp. 1543-1559, 1979.
- 12) Elfeki, A.M.M., G.J.M. Uffink and F.B.J. Barends: Groundwater Contaminant Transport Impact of Heterogeneous Characterization, A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, 44p, 1997.
- 13) 上田年比古, 神野健二, 平野文昭: 室見川流域の透水量係数と非定常地下水位の推定, 第28回水理講演会論文集, pp. 601-608, 1984.
- 14) 初井和朗: 地下水数値計算法(11) 2-2 差分法と特性曲線法による物質輸送解析の応用, 地下水学会誌, 33(3), pp. 177-184, 1991.
- 15) 中川啓, 神野健二, 細川土佐男, 畑中耕一郎, 井尻裕二, 亘信吾: 不均質多孔媒体中の流れ特性と物質輸送について, 地下水・土壌汚染とその防止に関する研究集会第5回講演集, pp. 173-178, 1997.
- 16) Huyakorn, P.S. and G.F. Pinder: Computational method in subsurface flow, Academic Press, pp. 186-187, 1983.
- 17) 初井和朗, 神野健二, 上田年比古: 移流分散における粘性低層の効果に関する数値計算による検討, 第27回水理講演会論文集, pp. 609-614, 1983.

(1997. 9. 30受付)