

# 現場水頭観測値に基づく漏水性被圧帯水層の透水係数の逆解析

INVERSE ANALYSIS OF ESTIMATING PERMEABILITY FROM THE OBSERVED DRAWDOWN IN A LEAKY AQUIFER SYSTEM

齋藤 雅彦<sup>1</sup>・川谷 健<sup>2</sup>  
Masahiko SAITO and Takeshi KAWATANI

<sup>1</sup>正会員 工修 神戸大学助手 工学部建設学科 (〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

<sup>2</sup>正会員 Ph.D. 神戸大学教授 都市安全研究センター (〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

It is important to estimate the permeability of a confining layer which could be semipervious. For example, when the confining layer is semipervious, the deep well operation for a large-scale excavation influences the flow not only in the pumped aquifer but also in neighboring aquifers.

In general, the field measurement method such as a pumping test is not applicable directly to a semipervious formation.

This study aims at determining the permeability of the confining layer as well as the permeability of the aquifers from the observed drawdown data in the large excavation site. The inverse analysis is performed by using the finite element method and the constrained simplex method.

**Key Words :** groundwater, leaky aquifer system, inverse analysis, permeability, deep well method, finite element method

## 1. はじめに

大規模な掘削工事において、掘削底面以下に被圧帯水層が存在する場合、盤膨れ対策として深井戸による地下水低下工法がしばしば採用される。その場合、加圧層に小さいながらも透水性があれば、揚水によって隣接する帶水層との間に水頭差が生じる結果、隣接の帶水層からの漏水がおこる。そして漏水が、揚水の効果や周辺の地下水流に大きな影響を与えることになる。したがって、揚水の計画と設計、また施工中の管理と制御を適切に行うためには、帶水層とともに加圧層の透水性を把握し、漏水の多寡や発生領域の大きさを的確に評価することが重要となる。

しかしながら、一般に、加圧層の透水性を現場試験で直接的に測定することはきわめて困難であり、まして広範囲にわたって精度良く測定することは不可能である。このため、設計段階では、加圧層を完全な不透水層と仮定して、漏水の影響が考慮されないのが普通である。

本研究では、解析に漏水を取り入れるため、平面準3次元有限要素解析を採用し、揚水対象の帶水層だけでなく、隣接する帶水層内および加圧層内の地

下水流も解析対象とした。そして、実際の掘削工事現場において計測された水頭観測値から、逆解析によって帶水層および加圧層の透水性を推定することを試みた。とくに、加圧層の透水性の推定に対するこの逆解析手法の適用性について検討した。

## 2. 解析方法

漏水性被圧帯水層についての井戸公式は、きわめて限られた条件、例えは漏水があっても隣接する帶水層の水頭は低下しないといった条件のもとでは、すでに知られている。しかし、揚水対象の帶水層の構造や境界条件が複雑な場合や、隣接する帶水層の透水性やそこでの水頭低下を考慮しなければならない場合には、井戸公式は当然適用できない。そのため、ここでは平面準3次元および軸対称2次元の有限要素解析を行う。以下では、軸対称2次元解析については既に多くの文献に取り上げられているので割愛し、平面準3次元解析について述べる。

### (1) 基礎方程式

図-2.1(a), 図-2.1(b)に示すような漏水性被圧帶水層をとりあげる。すなわち、基盤は不透水性、また、上部の帶水層は不圧帶水層あるいは完全被圧帶水層とする。ここで、揚水は下部の被圧帶水層からのみ行うものとする。このような場合、透水性のよい帶水層内はDupuitの近似に基づく水平流、難透水性の加圧層内は鉛直流として取り扱うことができる<sup>1)-4)</sup>。

このとき、非定常浸透流の基礎方程式は、連続の式とDarcy則より、以下のように表される。

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_c b_c \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k_c b_c \frac{\partial h}{\partial y} \right) - k_v \frac{H-h}{D} = - \sum_i Q_{wc}^i \delta(x-x_{wc}^i, y-y_{wc}^i) \quad (1a)$$

$$S_u \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_u b_u \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k_u b_u \frac{\partial H}{\partial y} \right) + k_v \frac{H-h}{D} = - \sum_i Q_{wu}^i \delta(x-x_{wu}^i, y-y_{wu}^i) + I \quad (1b)$$

ここに、 $h$ ,  $b_c$ ,  $k_c$ および $S_c$ は、それぞれ図-2.1におけるC層の被圧水頭、層厚、透水係数、貯留係数である。 $H$ ,  $b_u$ ,  $k_u$ および $S_u$ は、U層が不圧帶水層であれば、水位、水深、透水係数、有効間隙率であり、U層が被圧帶水層であれば、水頭、層厚、透水係数、貯留係数となる。

また、 $Q_{wc}^i$ および $Q_{wu}^i$ は、それぞれC層、U層における井戸の揚水量、 $(x_{wc}^i, y_{wc}^i)$ および $(x_{wu}^i, y_{wu}^i)$ はC層およびU層の井戸座標、 $\delta$ はデルタ関数である。

さらに、 $I$ はU層上面からのかん養量、 $k_v$ 、 $D$ はそれぞれV層（加圧層）の透水係数と層厚である。境界条件は、水頭が規定される境界では、

$$h = h_B \text{ (C層)}, \quad H = H_B \text{ (U層)} \quad (2)$$

であり、流束が規定される境界では、

$$-\left( k_c b_c \frac{\partial h}{\partial x} n_x + k_c b_c \frac{\partial h}{\partial y} n_y \right) = V_c \quad (3a)$$

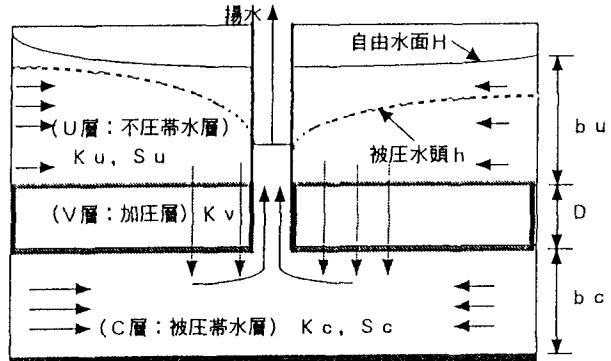
$$-\left( k_u b_u \frac{\partial H}{\partial x} n_x + k_u b_u \frac{\partial H}{\partial y} n_y \right) = V_u \quad (3b)$$

である。ここに、 $h_B$ ,  $H_B$ は既知の水頭値、 $V_c$ と $V_u$ はそれぞれC層とU層の外部境界における単

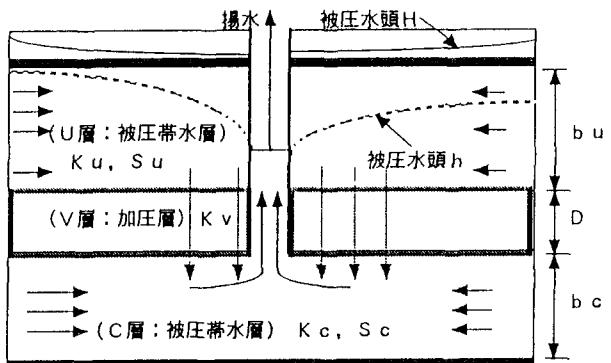
位長さ当たりの流量、 $n_x$ と $n_y$ は境界にたてた外向法線の方向余弦である。

## (2) 漏水因子

漏水性被圧帶水層の水理特性を代表する値として、漏水因子が定義される。これは透水層と加圧層の透水係数および層厚から式(4)によって定義され、帶



(a) 上部が不圧帶水層の場合



(b) 上部が被圧帶水層の場合

図-2.1 漏水性被圧帶水層の概念図

水層の影響半径の代表値と考えられる。

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{k_c \cdot b_c \cdot D}{k_v}}, \quad \lambda_u = \sqrt{\frac{k_u \cdot b_u \cdot D}{k_v}} \quad (4)$$

また、被圧帶水層と隣接する帶水層の漏水因子の比 $(\lambda_u / \lambda_c)$ は、帶水層の透水量係数の比の平方根であり、隣接する帶水層の領水領域の相対的大きさを表すものと考えられる。

## (3) 逆解析

一般に、地盤の水理特性を、広範囲にわたって直接的に計測することは困難である。これに対し、水位・水頭の観測は比較的容易であり、しかも水位・水頭分布や経時変化は、地盤の水理特性を間接的に反映している。したがって、水位・水頭の観測値から地盤の水理特性を探索することが有効な方法と考えられる。

ここでは、最適化の手法として、制約付きシンプソンズ法<sup>5), 6)</sup>を用いる。

最小化する目的関数は、

$$f(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{i=1}^m \{h_c(i) - h_o(i)\}^2 \quad (5)$$

とする。ここで、 $n$ は推定対象のパラメータの数、 $p_1 \sim p_n$ は推定対象のパラメータ、 $m$ は観測値の数、 $h_c(i)$ および $h_o(i)$ は、 $i$ 番目の水頭の計算値と観測値である。

### 3. 逆解析による透水係数の推定

ここでは、実際の掘削現場において施工前に実施された揚水試験結果と、施工中に観測された水頭分布の観測値から、加圧層を含めた地盤の透水係数を、逆解析手法により推定し、その適用性を検討する。

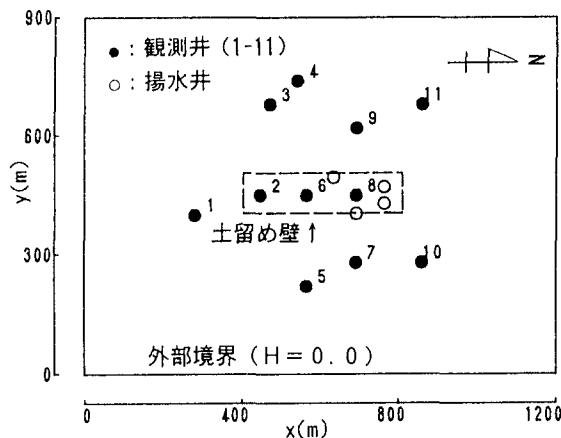


図-3.1 掘削領域と井戸配置

表-3.1 水頭低下量の観測値

観測点	観測値 (m)
1	1.7
2	9.4
3	1.3
4	0.3
5	1.4
6	9.3
7	3.2
8	9.7
9	3.0
10	0.7
11	0.1

揚水試験の逆解析では、単一井からの揚水であること、および土留め壁が施工される以前に実施されたことを考慮して、非定常の軸対称鉛直2次元有限要素解析を実行する。また、施工中に観測された水頭分布に基づく逆解析では、揚水開始から長時間経過していること、複数井からの揚水であること、掘削土留め壁の影響を考慮する必要があること、および地盤の不均質性が予想されることのため、定常平面準3次元有限要素解析を実行する。

#### (1) 現場概要

地下水低下工法を適用する掘削領域を図-3.1に、その地盤構造の概要を図-3.2に示す。現場は、海岸に近い平坦部であり、掘削領域は東西約100 m、南北約400 mの矩形である。また、最終掘削深度は約15 mである。

地盤は、概ね5層に分類され、上方より第1層、第3層、第5層が透水層で第2層、第4層が難透水層である。施工前の地下水位・水頭は、各層ともほぼ平均海面に等しい。

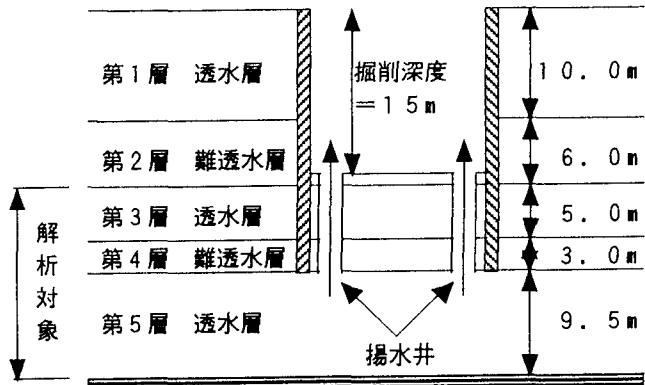


図-3.2 地盤構造の概要

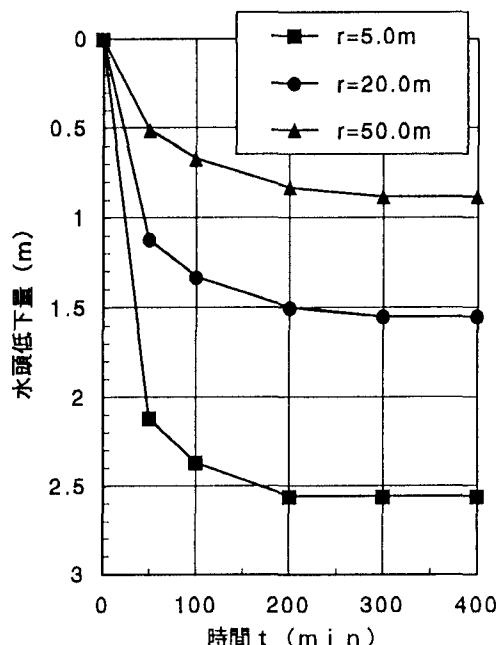


図-3.3 揚水試験結果

掘削領域を囲む土留め壁は泥水固化工法で施工され、その根入れは施工の難易や精度また経済性を考慮して、第4層までとされた。

揚水は、掘削時に第4層の盤膨れを防止する目的で実施され、第5層から取水されている。揚水井は、計8基で現時点では北側の4基が稼働しており、揚水量は1基当たり約 $0.7 \text{ m}^3/\text{min}$ 、揚水開始から約3ヶ月が経過している。

第5層の水頭低下量は、掘削領域の内側3ヶ所、外側8ヶ所で観測されている。各観測点における水頭低下量の観測値を表-3.1に示す。

また、地下水低下工法の実施に先立って、第5層の水理パラメータ推定のため、揚水試験が掘削領域の中央よりやや北側において実施されている。試験結果を図-3.3に示す。

## (2) 揚水試験結果の逆解析

### a) 解析条件

一定揚水試験の結果得られた水頭低下曲線から、第3層から第5層を対象に、透水係数および比貯留率を推定する。

揚水量は、 $0.25 \text{ m}^3/\text{min}$ 、揚水開始から約400分後にはほぼ定常状態に達したと判断し、揚水を停止している。観測井は、揚水井の中心から $5 \text{ m}$ 、 $20 \text{ m}$ 、 $50 \text{ m}$ の3点に配置されている。

推定対象のパラメータのうち比貯留率は、一般にばらつきが少ないとことから、第3層と第5層は等しいものと仮定し、1つのパラメータとした。

### b) 解析結果と考察

逆解析は、シンプレックスの初期配置を決める乱数系列を変化させて5回実施した。表-3.2は、5種類の乱数系列によるパラメータ推定結果と、再現性の目安となる目的関数値を示している。それぞれの目的関数値には顕著な差がないので、観測値の再現性は同等と考えられる。しかし、パラメータによっては推定結果にばらつきが見られる。

第5層の透水係数 $k_5$ は、各ケースとも $9.1 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 程度のほぼ同じ値が推定されており、これが観測値の再現性に最も影響するパラメータであることがわかる。

加圧層の透水係数 $k_4$ に注目すると、推定値のはらつきは、 $3.0 \times 10^{-6} \text{ cm/sec} \sim 1.4 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}$ であり、概ね $1.0 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}$ 程度であることが窺える。これより、漏水因子を求める $\lambda_c = 161 \text{ m}$ となる。

最も推定値のはらつきが大きいのは、第3層の透水係数 $k_3$ である。これは、上部帶水層の透水性は、短期的には揚水層（第5層）の水頭分布にほとんど影響を与えないことを示唆しているが、漏水因子の値が比較的大きく、漏水性が小さいためと考えられる。

比貯留率については、透水層に対して $1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1} \sim 2.5 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ 、加圧層に対して $3.0 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1} \sim 1.7 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ と推定されたが、これらは、砂質土および粘性土に対する一般的な数値の範囲内である<sup>7)</sup>。

以上の結果から、この逆解析によって、比較的短時間の揚水試験で得られる水頭低下曲線を用いても、加圧層の透水係数を実用上支障のない精度で推定できると考えられる。しかしながら、推定対象のパラメータが多くなるとシンプレックスの初期配置が推定結果に影響することがあるので、推定の妥当性については、観測値の再現性や推定値のはらつきの面から十分吟味することが必要である。

## (3) 施工中の水頭観測値による逆解析

### a) 解析条件

図-3.1に示す11ヶ所の水頭観測点における施工中の被圧水頭の観測結果より、第3層から第5層を対象に各層の透水係数を推定する。

逆解析はつぎの2ケースとする。Case 1では、第4層は不透水性、すなわち漏水は生じないものとして第5層の透水係数のみを推定の対象とする。Case 2では、第3層と第4層の透水係数も推定対象に加える。ここで、第3層、第4層は領域全体にわたって等方性・均質( $k_3, k_4$ )とするが、第5層は事前の調査結果から、解析領域の北側と南側で透水性が異なることが予想されるため、北半分( $k_n$ )と南半分( $k_s$ )に分けて推定を行った。

表-3.3に示す透水係数の制約条件は、土質調査の結果から予想される範囲内としたが、この範囲

表-3.2 透水係数・比貯留率の推定結果

乱数系列	$k_5$ (cm/sec)	$k_4$ (cm/sec)	$k_3$ (cm/sec)	$Ss_3 = Ss_5$ (1/m)	$Ss_4$ (1/m)	目的関数値
I	$9.12 \times 10^{-3}$	$3.01 \times 10^{-6}$	$1.33 \times 10^{-2}$	$1.49 \times 10^{-5}$	$1.69 \times 10^{-3}$	0.0217
II	$9.06 \times 10^{-3}$	$1.40 \times 10^{-5}$	$2.59 \times 10^{-2}$	$2.57 \times 10^{-5}$	$3.00 \times 10^{-4}$	0.0185
III	$9.10 \times 10^{-3}$	$6.37 \times 10^{-6}$	$1.88 \times 10^{-1}$	$1.57 \times 10^{-5}$	$8.36 \times 10^{-4}$	0.0227
IV	$9.10 \times 10^{-3}$	$5.66 \times 10^{-6}$	$1.08 \times 10^{-3}$	$1.59 \times 10^{-5}$	$9.20 \times 10^{-4}$	0.0227
V	$9.16 \times 10^{-3}$	$7.93 \times 10^{-6}$	$4.85 \times 10^{-4}$	$2.31 \times 10^{-5}$	$5.46 \times 10^{-4}$	0.0265

を上下限値それぞれ1オーダー拡大しても、推定値および目的関数値はほとんど変化しなかった。

### b) 解析結果と考察

表-3.4に逆解析による透水係数の推定結果を示す。

2ケースともに第5層南側の透水係数  $k_s$  は、制約条件の下限値にほぼ等しくなっているが、これは南側からの流入が著しく小さいことを反映している。

$k_n$  の推定値は、Case 1では  $2.91 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ 、Case 2では  $7.46 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$  であり、特に Case 2 の推定値は揚水試験の逆解析による推定値と大差はない。

Case 2においては、第4層（加圧層）の透水係数  $k_4$  は  $3.87 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}$  と推定されており、揚水試験の逆解析による推定値よりやや大きい。漏水因子は、北側で  $\lambda_n = 74 \text{ m}$ 、南側で  $\lambda_s = 11 \text{ m}$  であり、特に南側においては漏水の影響が著しいことを示している。また、第3層については  $k_3 = 9.84 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$  と推定され、漏水因子は  $\lambda_3 = 195 \text{ m}$  となっている。

図-3.4に水頭観測点における観測値と計算値の差を、図-3.5に  $y = 450 \text{ m}$  の断面における水

表-3.3 透水係数の制約条件 ( $\text{cm/sec}$ )

	Case1	Case2
$k_3$	上限値	-
	下限値	$1.67 \times 10^{-1}$
$k_z$	上限値	-
	下限値	$1.67 \times 10^{-4}$
$k_n$	上限値	$1.67 \times 10^{-1}$
	下限値	$1.67 \times 10^{-4}$
$k_s$	上限値	$1.67 \times 10^{-1}$
	下限値	$1.67 \times 10^{-4}$

表-3.4 透水係数の推定結果 ( $\text{cm/sec}$ ) と漏水因子( $\text{m}$ )

	Case1	Case2
$k_3$	-	$9.84 \times 10^{-2}$
$k_z$	-	$3.87 \times 10^{-5}$
$k_n$	$2.91 \times 10^{-2}$	$7.46 \times 10^{-3}$
$k_s$	$1.68 \times 10^{-4}$	$1.67 \times 10^{-4}$
$\lambda_3$	-	195
$\lambda_n$	-	74
$\lambda_s$	-	11

頭分布の計算値をしめす。Case 2の方が水頭分布の再現性が良いのは、推定対象のパラメータが多いためと考えられるが、それに加えて第5層の透水係数の推定値に格段の差が認められないことから判断すると、解析に漏水の影響を取り入れたことも、水頭分布の再現性の向上に大きく寄与したと考えられる。

土留め壁の影響について、水頭低下量の観測値に注目すると、表-3.1において土留め壁の内側

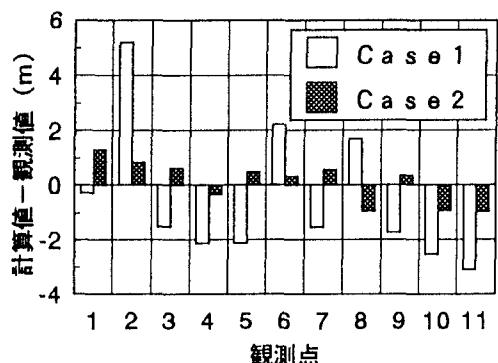
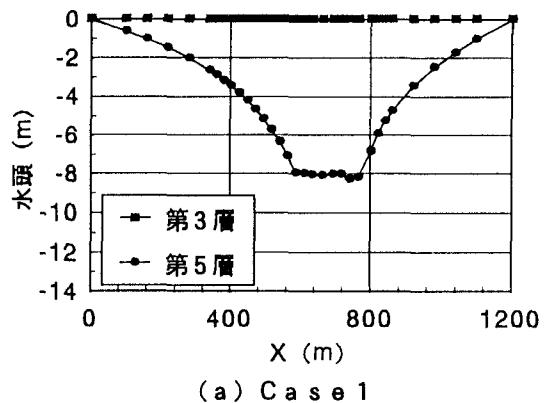
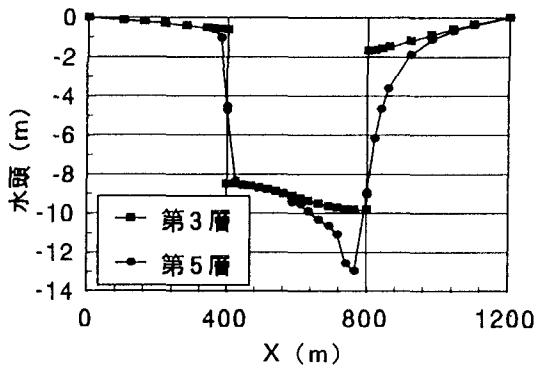


図-3.4 観測点における観測値と計算値の差



(a) Case 1



(b) Case 2

図-3.5 水頭分布 ( $Y = 450 \text{ m}$  断面)

(観測点2, 6, 8)の水頭低下量が、その他の観測点に比べて明らかに大きい。これは、土留め壁の外側においては、第3層からの漏水のため第5層の水頭が低下しにくいのに対して、内側では土留め壁によって第3層に外部から水が供給されず、したがって漏水量も小さくなり、その結果、第5層内側の水頭のみが大きく低下したものと考えられる。

すなわち、第3層に設けられた土留め壁が、第5層の水頭分布にまで影響を与えていることからも、漏水性が裏付けられ、また、漏水性を考慮したCase 2の水頭分布の計算値には土留め壁の影響が明瞭に表れている。

これらの結果から、被圧水頭の観測値を用いた逆解析により、地盤の透水性をその平面的な不均質性も含めて推定可能であること、およびその結果を用いることによって、漏水性地盤における地下水低下工法の影響をより適切に評価することが可能であることがわかる。

### 3. おわりに

大規模掘削工事における地下水低下工法の影響を適切に評価するためには、隣接する帶水層からの漏水を考慮することが重要である。本研究では、隣接する帶水層と加圧層内の流れを考慮した平面準3次元有限要素解析により、各帶水層の透水性や地下構造物の存在が、揚水効果に及ぼす影響について検討した。また、制約付きシングレックス法による逆解析によって漏水性を判断する上で重要な加圧層を含めた各層の透水係数の推定を試みた。これらの結果を以下にまとめる。

- 1) 比較的短時間の揚水試験から得られる水頭低下曲線にも漏水の影響は現れており、これに基づく逆解析によって加圧層の透水係数をある程度推定することは可能である。しかしながら、制約付きシングレックス法による逆解

析で帶水層パラメータを一度に推定する場合、推定値はシングレックスの初期配置の影響を受けることがあるため、観測値の再現精度や、推定値のばらつきを十分検討することも必要である。

- 2) 被圧水頭の現場観測結果に基づく逆解析により、地盤の透水性をその平面的な不均質性も含めて推定可能である。
- 3) 逆解析による推定結果を用いることによって、漏水性地盤における地下水低下工法の影響をより適切に評価することが可能である。

### 参考文献

- 1) Bredehoeft, J. D. and G. F. Pinder : Digital analysis of areal flow in multiaquifer groundwater system, A quasi three-dimensional model. WRR.6(3), 883-888, 1970.
- 2) Fujinawa, K. : Finite element analysis of groundwater flow in multiaquifer system, I. The behavior of hydrological properties in an aquitard while being pumped, J. of Hydrology, 33, 59-72, 1977.
- 3) Fujinawa, K. : Finite element analysis of groundwater flow in multiaquifer system, II. A quasi three-dimensional model, J. of Hydrology, 33, 349-362, 1977.
- 4) Chorley, D. W. and E. O. Frind : An iterative quasi three-dimensional finite element model for heterogeneous multiaquifer system, WRR, 14(5), 943-952, 1978.
- 5) 清水清孝：システム最適化理論，コロナ社，92-99, 1976.
- 6) 川谷健、齋藤雅彦：制約付きシングレックス法による地下水水流の逆解析，土地造成工学研究施設報告, 7, 105-124, 1989.
- 7) 山本莊毅：新版地下水調査法，古今書院，28-29, 1983.

(1997. 9. 30受付)