

地下ダムを対象とした 三次元飽和-不飽和浸透流解析

THREE DIMENSIONAL SATURATED-UNSATURATED SEEPAGE ANALYSIS OF UNDERGROUND DAM

石井将幸¹・岡 太郎²・長谷川高士³

¹ 正会員 農博 京都大学助手 防災研究所 (〒 611 京都府宇治市五ヶ庄)

² フェロー 農博 京都大学教授 防災研究所 (〒 611 京都府宇治市五ヶ庄)

³ 正会員 農博 京都大学教授 農学研究科 (〒 606-01 京都市左京区北白川追分町)

This paper describes the method and result of three dimensional saturated-unsaturated seepage analysis of groundwater flow in an underground dam. Finite element method based on Richards equation is used, and its result for one dimensional infiltration is compared with Philip's analytic solution. Analysis of a model underground dam is carried out to obtain groundwater level distribution in the horizontal plane, moisture content and seepage velocity distributions in the vertical plane. The effectiveness of notching of the dam body as measures to prevent exceeding groundwater rise is discussed. The proposed method of analysis is also applied to an actual underground dam in Miyako island.

Key Words : Underground dam, Saturated-unsaturated seepage, Richards Equation, Finite element method

1. はじめに

地下ダムは、離島・半島・蒸発散量の大きい乾燥地(砂漠)の新しい水資源対策法として近年脚光を浴びている。さらに地下水位の低下を抑え、地盤沈下や塩水浸入を防ぐ地下水保全の手段として、その効果が期待されている。

地下ダムの設計を行う際には、止水壁などの諸施設を組み込んだ地下水流動モデルを作成し、それらが地下水にどのような影響を与えるのかを明らかにする必要がある。しかし止水壁周囲の流れは、地下水面と止水壁天端の関係によって複雑に変化し、越流発生時には鉛直方向の流れを無視できなくなる。したがって、水平二次元解析をそのままの形で用いることはできず、止水壁周囲に対しては特別な扱いが求められる。また、地下ダムは貯留効果の高い不圧帯水層に設置されることから、水位変動に伴う地下水面と不透水性基盤の交線の移動を、解析で考慮しなければならない。そこで、境界の移動を考慮した水平二次元飽和浸透解析¹⁾や、鉛直二次元解析結果から定めた止水壁越流量を表す半理論式を組み合わせた、地下ダム流動モデルが作成されている²⁾。しかし、さらに厳密な解を得るためには、三次元浸透解析を行う必要がある。降雨や地表水の浸透による地下水涵養も、直接的な形で解析に組み込まなければならない。

そこで本研究では、地下ダムを対象とした三次元地下水流動数値モデルを開発した。はじめに、飽和-不飽和浸透流の基礎式とその数値解析方法について触れ、Philipの理論的手法による解と数値解析の結果を比較して、解析方法の妥当性を検証した。続いてモデル地下ダムを対象として解析を行い、三次元流動特性を明らかにしたのち、地下水位の異常上昇を防止するための対策について検討した。最後に、沖縄県宮古島に建設されている、砂川地下ダムを対象とした解析例を示す。

2. 基礎方程式と数値解析手法

(1) Richards 式

本解析では、飽和域と不飽和域の流れを同時に取扱える Richards 式を基礎方程式として用いた。Cartesian 座標系 (x, y : 水平, z : 鉛直上向き) において、水と土粒子の圧縮性を無視すると、この式は (1) 式で表される。

$$C(\psi) \frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_x(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ K_y(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_z(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right\} + q \quad (1)$$

なお、 C : 比水分容量, ψ : 圧力水頭, t : 時間, K_x, K_y, K_z : それぞれ x, y, z 軸方向の透水係数, q : 外部からの流入量である。

この式を解くためには、実際の場合に対応した境界条件を与える必要がある。湖沼・河道の底面などでは、圧力水頭の値が既知となる。一方、降雨や蒸発散を受ける地表面や、揚水井壁などでは、境界法線方向の流束が既知量として与えられる。不透水層や対称面などの水が通過しない面においては、流束が0になる。なお、降雨によって地表面が飽和したときには流束ではなく、湛水条件を表す圧力水頭が既知量となる。

(2) 有限要素法

上述の境界条件に基づいて(1)式を解くために、ここでは六面体要素と三角柱要素による有限要素法を採用した。解析対象領域を V 、 i 番節点の形状関数を N_i で表し、さらにパラメータ μ を用いて時間微分項を差分近似すると、Richards式の離散形式は次のようになる。ここで、 S_q は q が既知となる境界を表している。

$$\left\{ \frac{1}{\Delta t} M_{ij} + \mu S_{ij} \right\} \phi_j^{t+\Delta t} = \left\{ \frac{1}{\Delta t} M_{ij} - (1-\mu) S_{ij} \right\} \phi_j^t + Q_i \quad (2)$$

$$M_{ij} = \iiint_V C N_i N_j dx dy dz \quad (3)$$

$$S_{ij} = \iiint_V \left(K_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + K_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + K_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (4)$$

$$Q_i = \int_{S_q} q N_i ds - \iiint_V K_z \frac{\partial N_i}{\partial z} dx dy dz \quad (5)$$

μ の値は解析の精度と安定性の両者に関与し、通常は0.5から1の間の値が用いられる。本研究では $C=0$ となる飽和帯を解析の対象に含めているが、この領域では基礎方程式に時間依存性がないため、離散形式も前時間ステップの値に依存しない形を取る必要がある。 $\mu=1$ とすればその条件が満足されるため、本研究ではこの値を用いて解析を行った。

また、 M_{ij} については(3)式の代わりに、二次元解析中でNeumanによって用いられた手法³⁾を三次元に拡張したものを用いた。この方法に基づく M_{ij} の要素行列は次式で表される。

$$M_{ij} = \frac{V_e C}{n} \delta_{ij} \quad (6)$$

ただし、 V_e ：要素の体積、 n ：要素の構成節点数、 δ_{ij} ：Croneckerのデルタである。これによって、水頭値が局所的、かつ急激に変化する場合にも、比較的安定した解析を行うことが可能になる。

非線形微分方程式を解くための有限要素法では、係数行列の値が解くべき未知量の値に依存する。本解析

では、比水分容量 C と透水係数 K が未知量 ψ の関数となるため、まず ψ の近似値を求めて C 、 K と係数行列を計算し、再度 ψ を求める。次にこの値を前の ψ と比較し、その差が大きければ修正を加えて計算をやり直すという繰り返し計算を採用した。

(3) 解析精度の検証

数値解析手法とプログラムの妥当性を検証するために、Philipによって求められた級数解⁴⁾と同じ条件の、鉛直浸透問題について解析を行った。土柱の高さを1.3mとし、これを鉛直方向の辺長が0.02mである直方体の要素を用いて分割した。また要素の水平方向の大きさを、0.02m×0.4mとしている。土壌特性と初期条件、および境界条件をPhilipのものと同じさせ、解析の時間間隔を50秒、繰り返し計算の打ち切り誤差を 1.0×10^{-5} mとした。

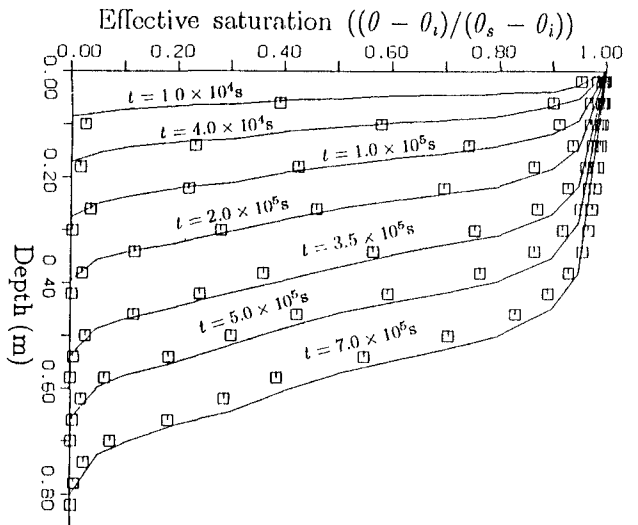


Fig. 1 土壌水分分布

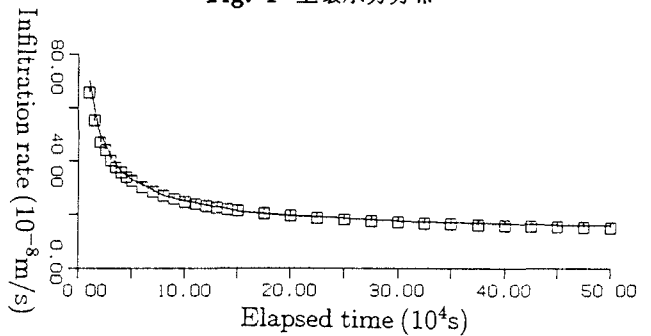


Fig. 2 浸透能の時間的变化

この解析で得られた土壌水分量の分布をFig.1に、浸透能の時間変化をFig.2に示した。なお、土壌水分量 θ については、初期状態における水分量 θ_i が0、飽和水分量 θ_s が1となるように正規化している。解析結果は、実線で示された級数解とよく一致しており、採用したモデルの有用性と妥当性を示しているといえる。

3. モデル地下ダムを対象とした解析

(1) 解析条件

地下ダム止水壁周辺の三次元流動特性を吟味するために、Fig.3 のモデル地下ダムについて解析を行うことにする。地表面は x 方向に傾斜し、不透水層は谷状になっており、解析は対称軸である谷の最深部よりも左岸部のみについて行っている。止水壁 (厚さ 2.5m, 天端標高 12.5m) は図中の位置に設置されている。なお、領域の下流端は海に接しているものとみなし、地下水位を 0m とした。図には要素分割状況を示してあるが、この場合の節点数は 2002, 要素数は 1589 であり、全体行列のバンド幅は 146 であった。

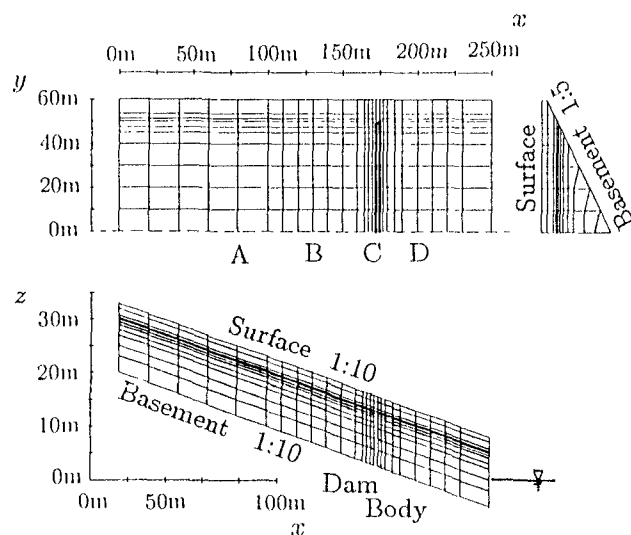


Fig. 3 モデル地下ダムの形状

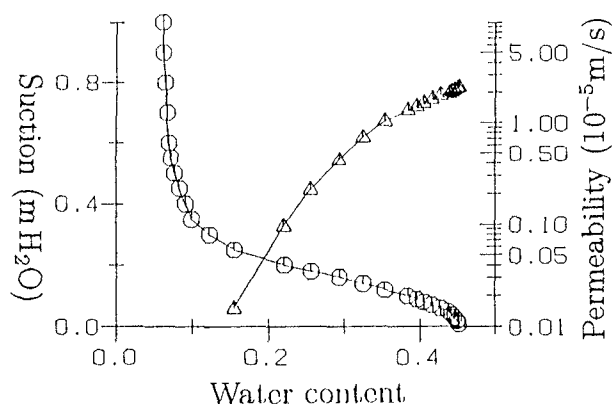


Fig. 4 Poudre Sand の土壌特性

土壌特性としては、Fig.4 に示してある Poudre Sand⁵⁾ のものを用いる。各節点の初期値 ψ_i を、節点の z 座標に基づいて次式のように定めた。

$$\begin{aligned} \psi_i &= H_w - z, & H_w - z > -1.5\text{m} \\ \psi_i &= -1.5, & H_w - z \leq -1.5\text{m} \end{aligned} \quad (7)$$

なお H_w は地下水位であり、止水壁よりも上流側については 12.4m, 下流側については 0.0m とした。つま

り、ほぼ満水ではあるが、越流は生じていない、という状態から解析を開始した。

(2) 解析結果

解析期間を 30 日、時間間隔を 1 時間と定め、解析開始後 3 日目から 4 日間にわたって 250mm/day の降雨があり、それ以前とそれ以降には降雨はない、という条件で解析を行った。

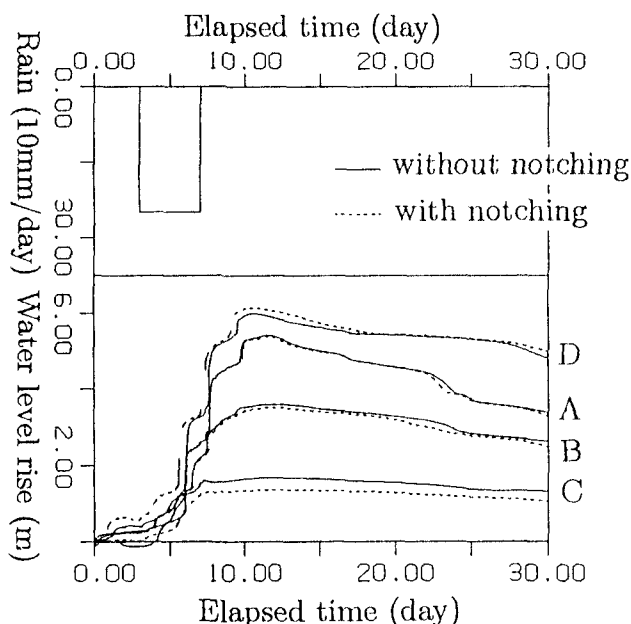


Fig. 5 水位変動

A から D までの 4 地点の水位変化量を、Fig.5 の実線で示してある。計算初期には、初期条件の不具合による水位変動が若干見られるが、特に問題になるほどではない。降雨が始まると地下水位は上昇し、どの地点でも降雨終了 5 日後までにピークを示している。水位変動量としては、D 点が最も大きい。D 点は止水壁より下流側にあり、 $t=0$ では地下水位が低いため貯留面が極めて狭い。この状態で、地表面よりの降雨と止水壁の越流水が加わったために、急激な水位上昇を生じているものと考えられる。また水位は階段状に上昇している。これは、要素分割が粗く広範囲の透水係数を一定としていること、水面がある要素の下端に達した時点で、その透水係数が急激に飽和透水係数に近づくこと、などの影響であると思われる。

止水壁より上流部についてみると、上昇量は A, B, C の順になっている。点 A で最大になっている理由は、背後地からの流入が多く、それに比較して下流側への流動が少ないためである。一方、止水壁に近い C 点では、止水壁を越える流れがあり、水位上昇は大きくなる。全地点とも、水位上昇に比較して低下は緩やかである。これは雨水の鉛直浸透と比較して、水平方向の流動が遅いためである。

Fig.6には、初期条件、12日経過時、および解析終了時における地下水位の平面分布と飽和帯域の平面的変化を示してある。降雨によって地下水位が上昇し、地下水の貯留域が広がっていること、また時間の経過とともに再び縮小していることがわかる。

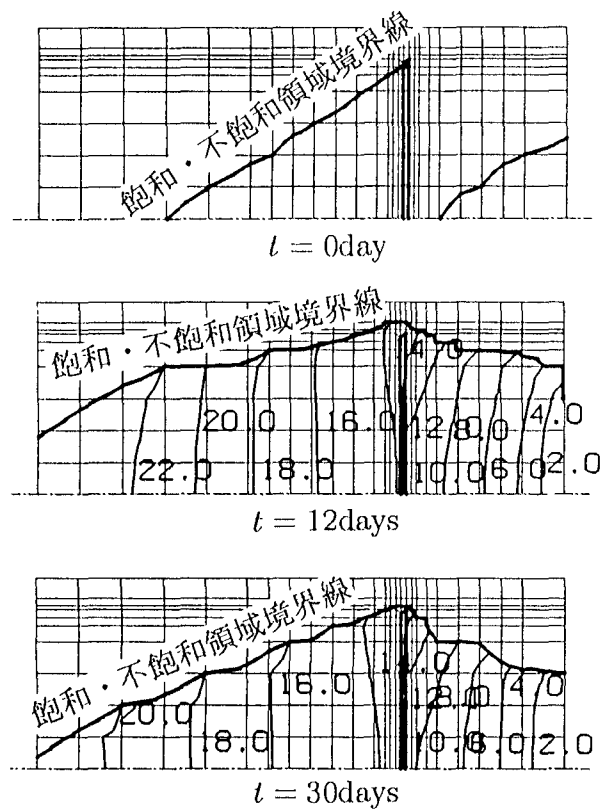


Fig. 6 地下水位の平面分布 [m]

中央断面中における水分量の分布を Fig.7 に、流速の分布を Fig.8 に示す。止水壁上流側の地下水位が上昇して越流が生じ、それに伴って下流側の水位が上昇している様子が明らかである。

また、止水壁の上流側と下流側の流速ベクトルを比較すると、下流側が全体的に大きくなっている。これは、下流側の地下水位が低いために貯留域が小さく、流入量が少なくても流速が急に増加することを示している。

(3) 止水壁切り欠きによる地下水位上昇抑制

地下ダム止水壁の建設に伴う過度の水位上昇は、土地利用や地下構造物へ悪影響を及ぼすため、止水壁の設計に際してはそれを防止するための配慮が必要である。ところで過度の水位上昇対策として、止水壁天端に切り欠きを入れ、洪水吐きとしての機能を持たせる方法が考えられる。そこで、モデル地下ダムの止水壁に切り欠きを設けて解析を行い、その効果について検討を行った。

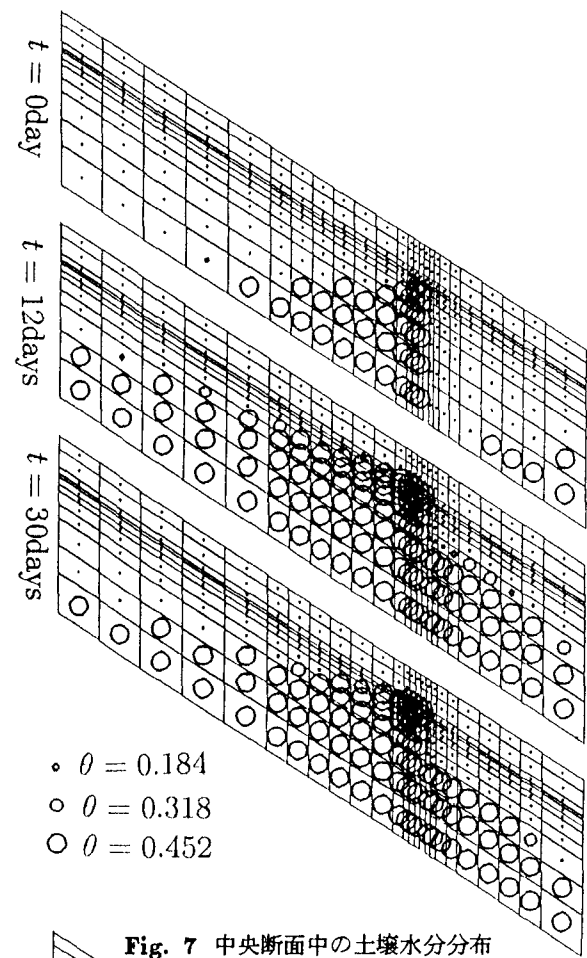


Fig. 7 中央断面中の土壌水分分布

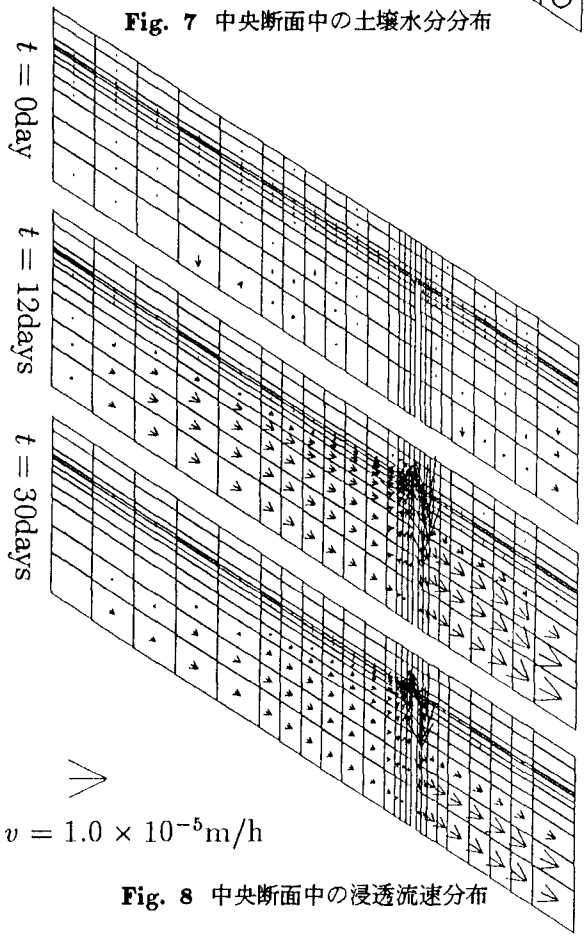


Fig. 8 中央断面中の浸透流速分布

ここで想定した切り欠きは、止水壁中央部の幅 20m、高さ 0.75m のものである。解析は左岸部のみにについて行っているため、本解析領域では対称軸から幅 10m に切り欠きを設定した。それ以外の全ての条件は、前解析のものと同じである。

この解析で求められた水位変動を、Fig.5 に点線で示した。止水壁のすぐ上流である C 点では、切り欠きを通った越流によって地下水位が低下している。しかしその効果は止水壁の近くに限られ、A 点の水位はほとんど変化していない。また対称軸から左岸部分の水位にも、ほとんど変化が見られなかった。その結果、切り欠きの設置に伴う水位低下は、解析領域の全体へは広がらず、異常上昇の局所的な抑制効果しか有していないことが明らかになる。

このことから、切り欠きによる地下水位過剰上昇対策は、危険となる区域が止水壁近くに存在する場合に限って有効であると言える。一方危険区域が離れた場所にある場合には、揚水井の排水転用などの異なった方法による対策を行わなければならない。さらに、無降雨期間が長く続くと貯留水位は切り欠き部の天端標高に落ち着くものと考えられる。つまり切り欠きの設置は貯留量を減少させるため、効果的な手段ではないと結論できる。

4. 砂川地下ダムの解析

(1) 解析条件

この解析法を用いて、沖縄県宮古島に建設されている砂川地下ダムの解析を行なう。砂川地下ダムの有効貯水量は 710 万 m^3 、流域面積は 7.2km^2 であり、地下連続壁工法による厚さ 50cm、天端標高 31m の鉛直な止水壁を有している。帯水層は琉球石灰岩、基盤層は島尻泥岩から成っている。

Fig.9 は、解析領域の地表面標高 (a)、基盤標高 (b) および解析に用いた要素分割 (平面) (c) を示している。止水壁は、流域下流部の小さい要素が多く配置された場所に位置している。

琉球石灰岩の不飽和特性を入手できなかったため、土壌水分特性は Poudre Sand のものを用いた。透水係数については、先に行った水平二次元元飽和解析²⁾の結果に基づき、上流側の透水性が低い領域については Poudre Sand の値を 8 倍、下流側の高い領域については 70 倍したものをを用いた。モデル地下ダムの場合と同様に、海岸部の境界条件を地下水位 0m とし、初期条件を式 (7) に基づいて定めている。ただし、止水壁より上流部の初期地下水位は、天端標高に等しい 31m とした。

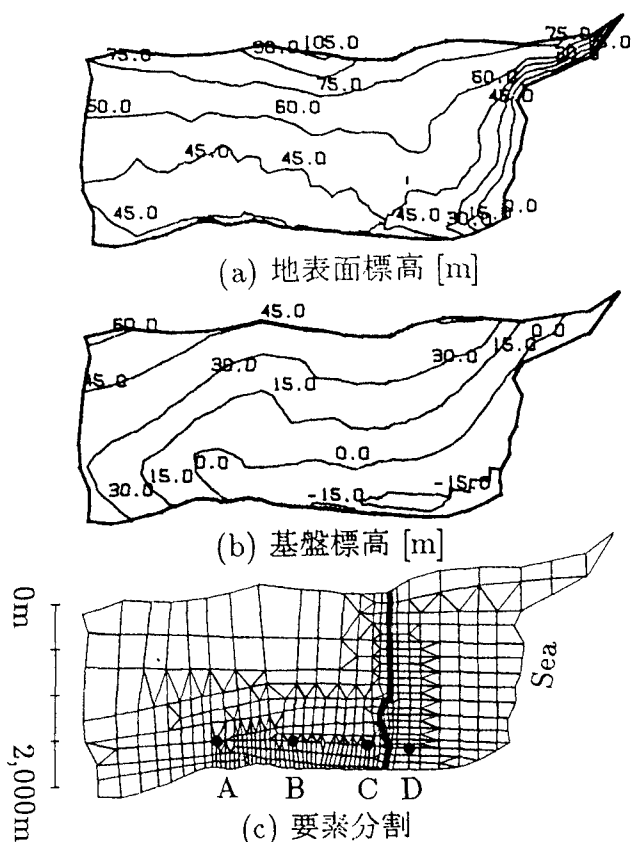


Fig. 9 砂川地下ダムの解析条件

(2) 解析結果

計画降雨相当の降雨 (283.5mm) があつた 1988 年 4 月 28 日の水位変化を Fig.10 に例示する。止水壁より上流側では、降雨による顕著な水位上昇が現れていないが、下流側では大きな水位上昇が生じている。D 点の水位上昇は、モデル地下ダムの解析と同じように、越流に伴うものと考えられる。

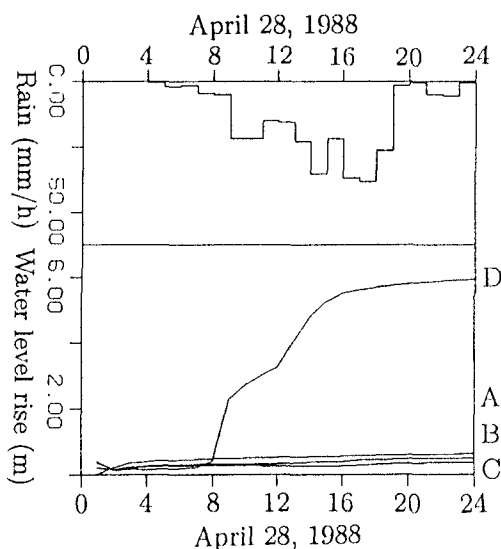


Fig. 10 水位変動

A 点から C 点までにおいて、ほとんど水位上昇が見られないが、これらの地点に雨水が集まるまでにはさらに時間を要するようである。

Fig.11 には、A 点から D 点を結ぶ鉛直断面における

土壌水分量の分布を示してある。止水壁の越流によって、下流部の水分量が増大している様子が認められる。

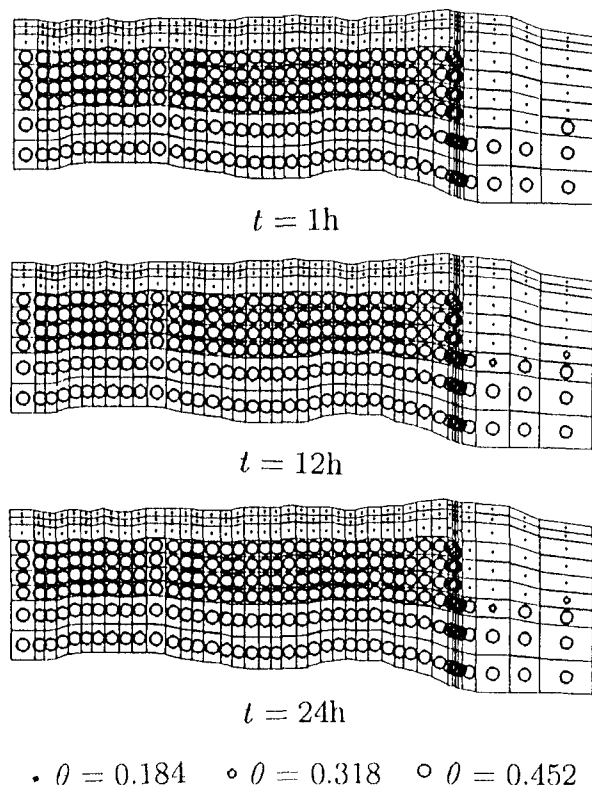


Fig. 11 鉛直断面中の土壌水分分布

これらを総合すると、計画降雨規模の降雨においても貯留域の地下水上昇は緩やかであり、急激な変化は発生しないことが明らかになる。したがって、降雨終了後その規模を考慮して、ポンプ排水などの適当な対策を講ずることが許されるといえる。一方、下流側の急激な地下水上昇は、地下水が地中深いためとくに問題にならないであろう。

本解析では、領域を 684 個の四角柱もしくは三角柱で分割したのち、鉛直方向にそれらを 9 分割して得られた六面体又は五面体要素を採用した。この場合の要素数と節点数はそれぞれ 6470 と 6156、バンド幅は 432 となった。CPU に Dec Alpha 21164(366MHz, SPECint95:10.6(est), SPECfp95:14.8(est)) を有するワークステーションで、1 回の繰り返し計算に 55 秒を要した。降雨時において繰り返し計算が 50 回を超える場合には、1 ステップ (1 時間) の計算に約 1 時間の CPU time を要する場合も生じた。なお、無降雨時が長期間続き地下水流動が緩やかなときは、2~3 回の繰り返しで計算が収束した。これらを平均すると、10 日間の計算に 4 日程度の CPU time を必要とすることになる。したがって、この計算をこの種のワークステーションで行うことには、若干無理があるように見える。今後実用的な計算を行うためには、計算を陽的に行うなど計算量の軽減をさらに進める必要がある。

5. 結論

地下ダム設計、運用に欠かせない地下水流動の三次元数値モデルの開発を行い、地下ダム周辺の三次元地下水流動特性の解明を試みた。これまでの解析で得られた知見をまとめると、次のとおりである。

1. 基礎方程式に Richards 式を用いて、飽和-不飽和領域の土中水が同時に取り扱える三次元有限要素モデルを開発した。このモデルの妥当性を Philip の理論解と比較して確かめた。
2. 小規模な地下ダムを想定してモデル解析を行い、地下ダム周辺の三次元流動特性を明らかにした。とくに止水壁をはさんで上流側と下流側の水位変動・流動機構について議論した。上流側では水位が上昇して貯留面が広がっており、また止水壁よりの越流があるため、水位変動や流速は小さい。一方、下流側では地下水が谷底部にあって貯留面が狭いため、地下水面は急激に上昇し、流速も大きく現れることが明らかになった。
3. 地下ダム設置に伴う上流側の過度の地下水上昇を防止する対策として、止水壁に切り欠きを設置することを検討した。その結果、切り欠きによる上流側の水位上昇抑制効果は、その周辺部に限定され貯留部の全域には及ばないこと、無降雨が長く続けば地下水は切り欠き天端まで低下し、有効貯水量を減ずることが明らかになった。したがって、切り欠きによる過度の地下水上昇対策は、効果を期待できないといえる。
4. 砂川地下ダムに関する解析では、計算量が膨大であるため、十分な検討が行えたとは言えない。ただし、計画降雨規模の降雨で地下水の急激な上昇は認められなかった。降雨終了後に地下水の上昇を予測して、揚水排除等の対策を講じることも可能であることが明らかになった。
5. 三次元解析では、計算量が膨大であることが常に問題となる。解析法の改良を含めて、計算量の軽減を図る必要性を強く感じている。

参考文献

- 1) 岡 太郎：移動境界を考慮した有限要素法による地下水平面解析, 応用水文, Vol.4, pp.17-21, 1992.
- 2) 長谷川高士・石井将幸：地下ダムにおける地下水の流動解析とその利用, 土と基礎, Vol.42, No.11, pp.5-10, 1994.
- 3) Neuman, S.P.: Saturated unsaturated seepage by finite elements, *Proc. of ASCE*, Vol.99, No.HY12, pp.2223-2250, 1973.
- 4) Philip, J.R.: The theory of infiltration:1. The infiltration equation and its application, *Soil Science*, Vol.83, pp.345-357, 1957.
- 5) Smith, R.E.: The infiltration envelope, *J. of Hydrology*, Vol.17, pp.1-21, 1972.

(1997.9.30受付)