

内水排除における逐次最適制御について

ON THE SEQUENTIAL OPTIMAL CONTROL OF DRAINAGE OF INNER BASIN

古賀達也¹・河村 明²・神野健二³・中山比佐雄⁴

Tatsuya KOGA, Akira KAWAMURA, Kenji JINNO and Hisao NAKAYAMA

¹学生員 九州大学大学院 工学研究科(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

²正会員 工博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

³正会員 工博 九州大学教授 工学部建設都市工学科(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

⁴正会員 (株)建設技術研究所(〒810 福岡市中央区大名 2-4-12)

Lately, inside water inundation, which is a kind of water disaster, is frequent and has become a public problem. To decrease the effect of such disasters, it is realistic that pump or sluice pipe control have to be updated in sequence. In this study, sequential optimal control (SOC), a method to sequentially optimize pump drainage, is applied to the simulation of 1 block model with known inflow and main stream data. Characteristics of the SOC to control inside water inundation are presented and discussed.

Key Words : *sequential optimal control, drainage system, nonlinear programming, real time control, one block model*

1. はじめに

現在内水被害を減少させるために、ポンプと樋管・樋門を利用して内水排除が行われている¹⁾。これまで内水排除のためのポンプは、設定された動作環境に基づいて運転されている。また樋門等の開閉については各自治体が現地の人へ委託して行われているのが現状である。しかしながら現地でこうした作業を行う人達の高齢化や作業の危険性等により、樋門の開閉が遅れる事などが問題となっている。この場合水位や雨量などを計測しながらポンプの排水量や樋門・樋管等の操作を最適かつ自動的に制御できれば、このような事故も減らすことが出来ると考えられる。

内水排除の最適制御を行うためには、長時間の流入量予測などが困難であることを考慮すれば、数時点先までを予測可能として、逐次操作を更新していくのが現実的であると考えられる。すなわち、湛水深及びポンプ排水量を決定変数とする非線形計画法を用いた内水

排除の最適制御を行う場合、入力条件となる流入量、雨量及び本川水位がすべて事前に分かっているならば一度だけの求解でよい。しかしそれらをすべて事前に予測することは不可能である。また予測が可能な場合でも制御時点数を大きくすると、予測精度の低下や計算量が急激に増加することが問題となる。

本論文では、内水排除の逐次最適制御の第一段階として内水地域を一つの水位で代表させる1ブロックモデルに具体的定式化をし、それに基づいてシミュレーションを行い、内水排除のための逐次最適制御²⁾³⁾(Sequential Optimal Control; 以後SOC とする)手法の特性について検討を行うものである。なお、内水排除のための逐次最適制御の概念はすでにあるが、具体的に評価関数等を設定した逐次最適制御の詳細な特性の検討は行われていないのが実状である。

2. 1ブロックモデルに対するSOCの定式化

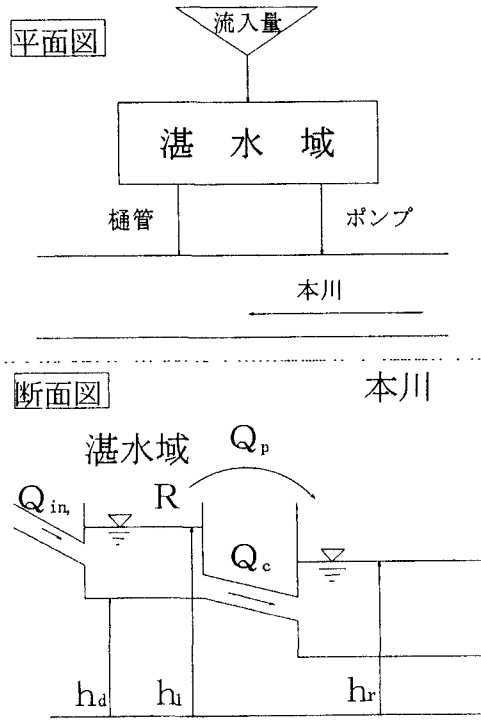


図-1 1ブロックモデル

図-1に示す1ブロックモデルを考える。本モデルの連続の式は次式となる。

$$A d\{h_1(t) - h_d\}/dt = Q_{in}(t) - Q_c(t) - Q_p(t) + AR(t) \quad (1)$$

ここに、 A :湛水面積(m^2)

t :時間(sec)

h_1 :湛水位(m)

h_d :地盤高(m)

Q_{in} :流入量(m^3/s)

Q_c :樋管排水量(m^3/s)

Q_p :ポンプ排水量(m^3/s)

R :雨量(m/s)

ここでは湛水深 $H = h_1 - h_d$ とポンプ排水量 Q_p を決定変数として内水排除操作の評価関数(コスト関数)を次式で定義する。

$$Z(k) = \sum_{\tau=0}^T [\lambda_1 H(k+\tau+1) + \lambda_2 Q_p(k+\tau)] \quad (2)$$

ここに、 k :時点

T :制御時点数

λ_1 :水深に対する重み係数($1/m$)

λ_2 :ポンプ排水量に対する重み係数($1/m^3/s$)

ここで、式(2)を最小にする H 及び Q_p を求めることを考える。この場合式(1)の連続の式を時間刻み Δt で単純差分し、 $t=k$, $t+\Delta t=k+1$ とおくと、 $\tau=0 \sim T$ に関して次式の等号の制約条件が成立する。

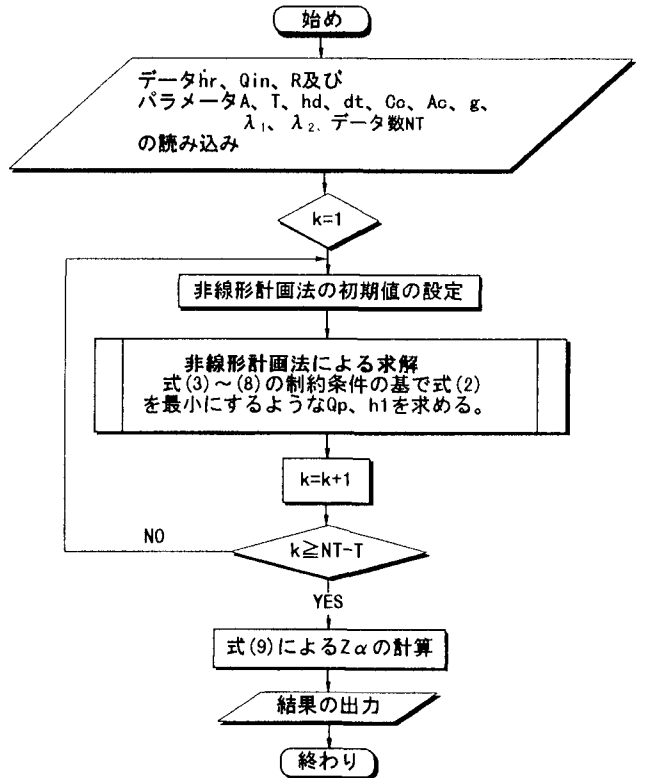


図-2 逐次最適制御のためのフローチャート

$$H(k+\tau+1) = H(k+\tau) + R(k+\tau)\Delta t + \{Q_{in}(k+\tau) - Q_c(k+\tau) - Q_p(k+\tau)\}\Delta t/A \quad (3)$$

またポンプ排水量 Q_p に対して次の制約条件を考える。

$$Q_p(k+\tau) \leq P_{max} \quad (4)$$

ここに、 P_{max} :ポンプ最大排水量(m^3/sec)

さらに式(3)中の樋管排水量 Q_c は湛水深 H の関数で、次式で表される。

$$Q_c(k+\tau) = C_c A_c \sqrt{2g[H(k+\tau) + h_d - h_r(k+\tau)]} \times U[H(k+\tau) + h_d - h_r(k+\tau)] U[h_r(k+\tau) - h_d] + C_c A_c \sqrt{2g[H(k+\tau)]} U[h_d - h_r(k+\tau)] \quad (5)$$

ここに、 C_c :樋管流量係数

A_c :樋管断面積(m^2)

g :重力加速度(m/s^2)

h_r :本川水位(m)

U :ステップ関数で次式で定義される。

$$\begin{cases} U(x) = 1 & \text{if } x > 0 \\ U(x) = 1/2 & \text{if } x = 0 \\ U(x) = 0 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (6)$$

すなわち式(5)は樋管排水量 Q_c を本川水位 h_r が地盤高 h_d よりも高い場合と低い場合に分けて、それらをステップ関数 U を用いて表現している。また非負条件としては次式が存在する。

$$0 \leq H(k+\tau+1) \quad (7)$$

$$0 \leq Q_p(k+\tau) \quad (8)$$

以上、本最適制御問題では式(3)～(8)の制約条件のもとで、式(2)の $Z(k)$ を最小化する $H(k+\tau+1)$ と $Q_p(k+\tau)$ を逐次求めることになる。ここで式(2)の目的関数、及び式(5)以外の制約条件は線形であるが、式(3)中の樋管排水量 Q_e が式(5)の様に平方根、ステップ関数を含んでいるので制約条件が非線形となる。よって、この問題の解法には非線形計画法を用いなければならない。本シミュレーションでは、非線形計画法の解法としてSequential Quadratic Programming(SQP)^{4)~6)}を用いている。

3. 数値シミュレーション

(1) データ及びパラメータの設定

2.により定式化されたSOCを、模擬発生データに適用して数値シミュレーションを行い、SOCの有効性および特性について検討する。本シミュレーションにおいては、時間刻み $\Delta t=600$ 秒(10分)とし、全時点 $N=50$ 時点分(約8時間)の流入量データ Q_{in} 、本川水位データ h_c を模擬発生させた(図-3(a),(b)参照)。そして湛水面積 $A=2.0 \times 10^5(\text{m}^2)$ 、地盤高 $h_d=1(\text{m})$ 、樋管流量係数 $C_e=0.6$ 、樋管断面積 $A_e=20(\text{m}^2)$ 、ポンプの最大容量 $P_{max}=2.0(\text{m}^3/\text{s})$ 、初期湛水深 $H(0)=0(\text{m})$ と設定して逐次最適制御を行った。なお、簡単のため対象地域への雨量 $R=0$ とした。また流入量 Q_{in} 、本川水位 h_c は既知量として取り扱いシミュレーションを行った。

さらに、本シミュレーションにおける最適制御を総合的に評価するために式(2)の各時点の $Z(k)$ とは別に、シミュレーションを実際に行ったときに相応する評価値として全時点 N に対するコスト関数 Z_a を以下のように定める。

$$Z_a = \sum_{\tau=0}^N [\lambda_1 H(\tau+1) + \lambda_2 Q_p(\tau)] \quad (9)$$

図-2に本最適制御のフローチャートをに示している。

(2) SOCの適用結果

以上の様に設定したSOCを1ブロックモデルに適用する。まず制御時点数 $T=5$ 、重み係数 λ_1 、 λ_2 をそれぞれ $1.0(1/\text{m})$ 、 $0.003(1/\text{m}^3/\text{s})$ とし $k=1 \sim (N-T)$ までSOCを適用した結果を図-3に示す。重み係数の設定においては λ_1 を1とした場合の相対的重みとして λ_2 を設定した。具体的には3.(1)で定めたパラメータにより、ポンプの重みが適当に作用するように値を設定した。図-3(a)には逐

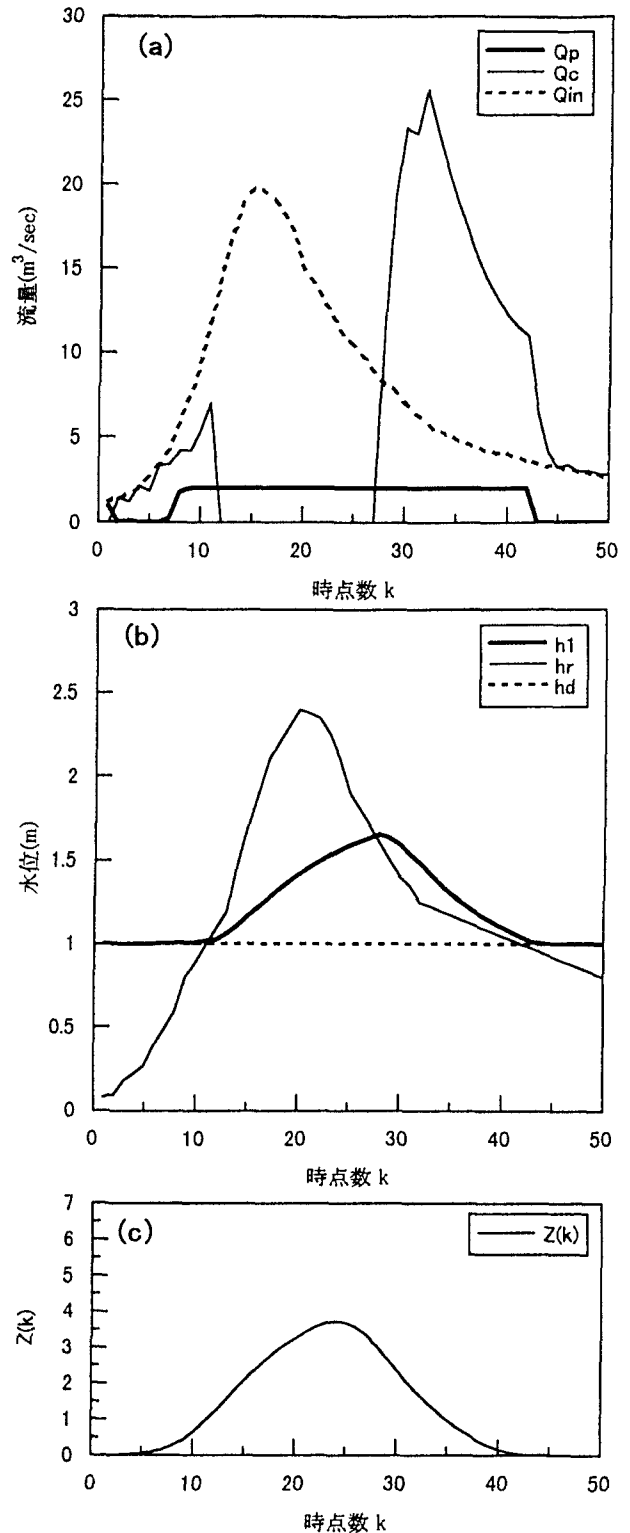


図-3 シミュレーション結果($T=5$, $\lambda_2=0.003$)

次最適操作により求められたポンプ排水量 $Q_p(k)$ 、樋管排水量 $Q_e(k)$ を(流入量 $Q_{in}(k)$ を併記)、図-3(b)には制御された湛水位 $h_1(k)$ の時系列変化を(本川水位 $h_c(k)$ 、地盤高 h_d も併記)示している。また図-3(c)には式(2)の $Z(k)$ の変化を示している。また本計算における非線形計画法の初期値としては、最初の1時点目は $H(\tau+1)=Q_p(\tau)=0(\tau=0 \sim T)$ を与え、2時点目以降は前時点で得

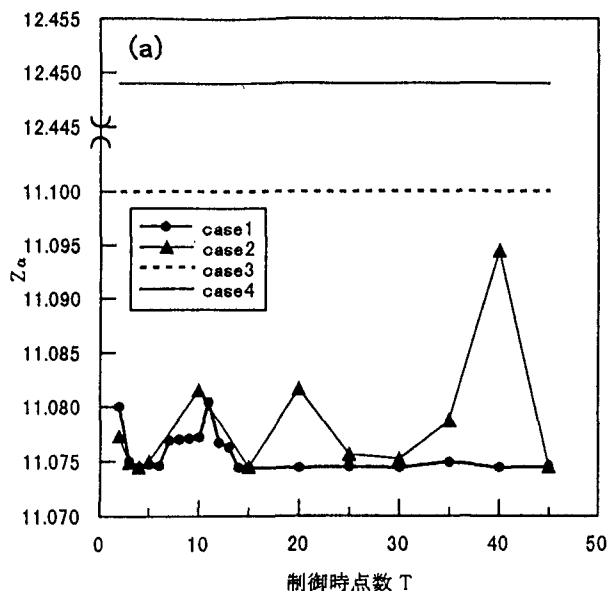


図-4 Z_a の変化 ($\lambda_2=0.003$)

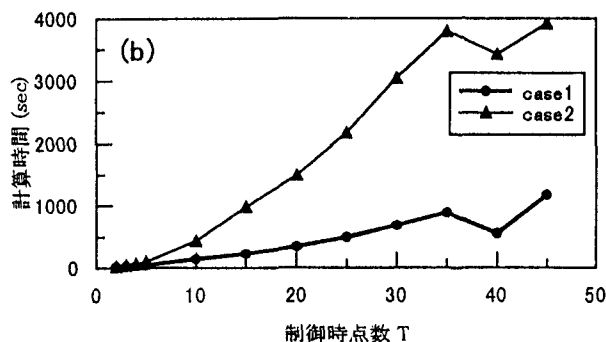


図-5 計算時間 ($\lambda_2=0.003$)

られた最適解を初期値とした。なお、各時点ごとに T ステップ先までの最適解が求まるが、实际操作においては現時点での操作量のみを採用しながら、逐次制御してゆくことになる。

次に、制御時点数 T を変化した場合の、式(9)の全期間コスト関数 Z_a の変化及び本逐次最適制御に要した計算時間の変化を図-4、図-5のCase1として示している。

ここで行った計算は、CPU:Pentium233Mhzのパーソナルコンピュータを使用し、Windows95上でMatlab言語を用いてプログラミングしたものである。また比較のため、 $H(\tau+1)$ 、 $Q_p(\tau)$ の初期値として、2時点以降も0から出発して $H(\tau+1)$ 、 $Q_p(\tau)$ の最適値を求めた場合をCase2として併記している。さらに図-4には、Case3としてポンプのコストを考えず最大限ポンプ排水を行った場合およびCase4としてポンプを全く作動させない場合の操作結果を併記している。また図-4より、Case1の場合に制御時点数 $T=11$ で Z_a の著しい上昇がみられたので、この場合の結果を図-6に示している。

次に T は5のままで、ポンプの重み係数 λ_2 を0.015に設

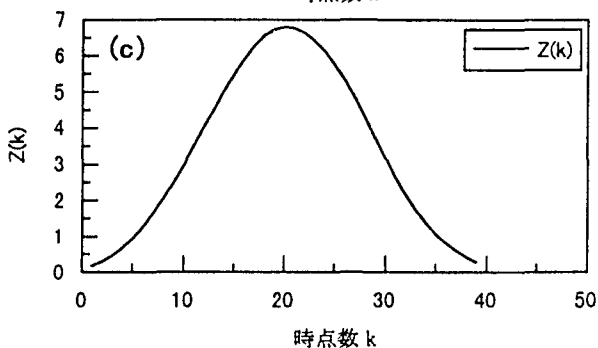
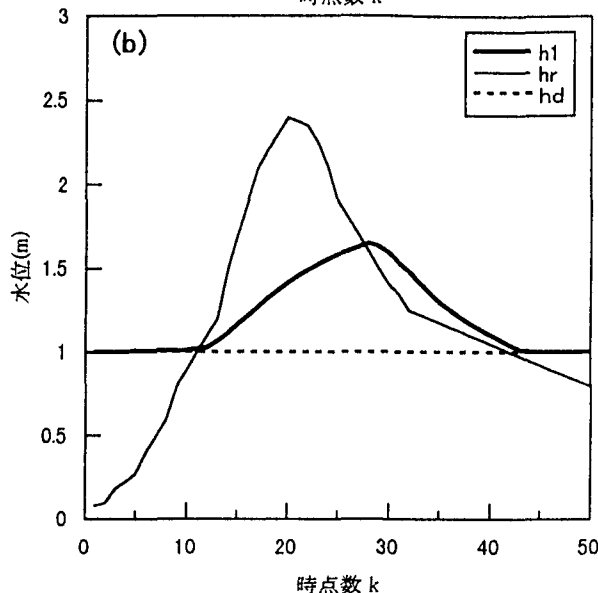
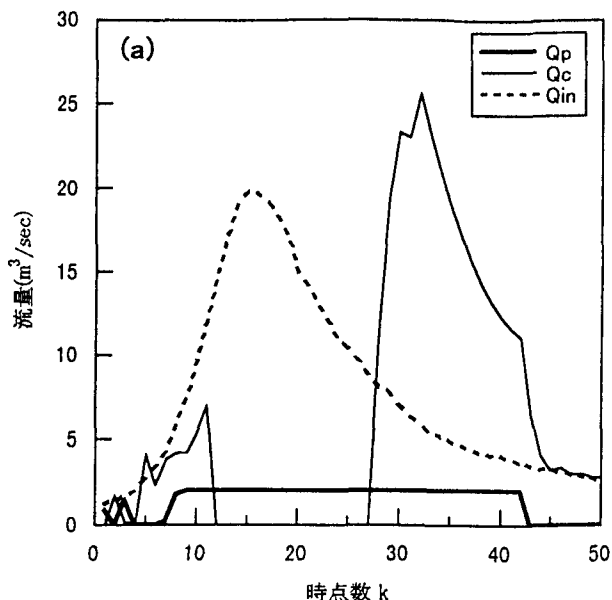


図-6 シミュレーション結果 ($T=11$, $\lambda_2=0.003$)

定した場合の結果を図-7に示す。図-8はこの場合の、制御時点数 T に対する Z_a の変化を示している。なお、 $H(\tau+1)$ 、 $Q_p(\tau)$ の初期値は前時点で得られた最適解を用いた場合のみを示している。

4. 考察

図-3(a)より樋管排水量 Q_c は時点 $k=12 \sim 27$ まで0となっ

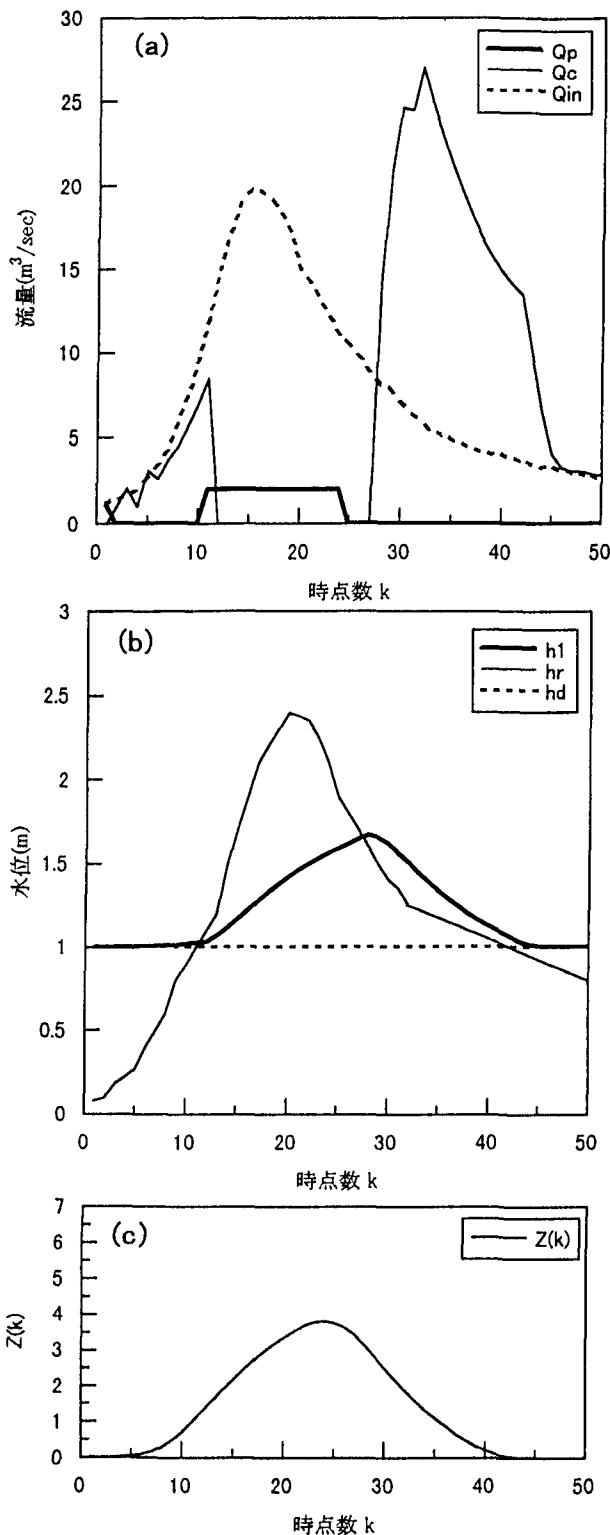


図-7 シミュレーション結果($T=5$, $\lambda_2=0.015$)

ているが、これは図-3(b)より、この期間においては本川水位 h_1 が湛水域の水位 h_r を上回っているためである。時点27以降は本川水位が湛水位を下回り始めるので樋管を使って急激に排水している。樋管排水が行えない期間においては、ポンプのみを用いて排水し、図-3(a)よりその排水量 Q_p は最大の $P_{max}=2.0(\text{m}^3/\text{s})$ となっている。また樋管排水を行っている場合でもポンプをフル

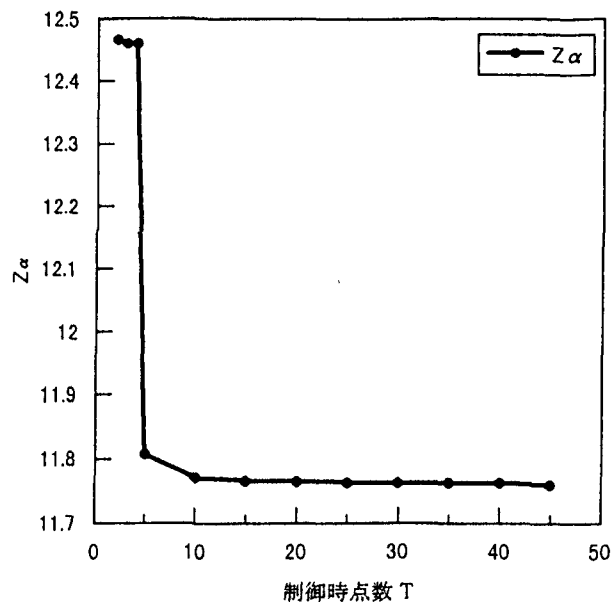


図-8 Z_α の変化($\lambda_2=0.015$)

稼働させる操作となっている。次に図-3(c)よりコスト関数 $Z(k)$ は、 h_1 のパターンとほぼ同様のパターンとなっている。これは大部分の時点で、ポンプをフル稼働させているため、 $Z(k)$ が湛水位変化に直接影響を受けるためである。

次に制御時点数 T を大きくすると、式(9)の Z_α は小さくなるのが期待されるが、図-4のCase1をみると必ずしもそうはなっていない。特に $T=11$ の場合 Z_α が極大となり $T=2$ の場合とほぼ同様の値となっている。しかし、この不安定さも $T=15$ 以上で安定し、それ以上 T を変化させても Z_α の変化はあまりみられない。

一方、各時点ごとに、決定変数である $H(\tau+1)$, $Q_p(\tau)$ ($T=0 \sim 5$)の初期値を0として与えて最適解を求める場合は、 Z_α が安定せず、 T の与え方により、 Z が大きく変動している。これは T を大きくすると、それに比例して求めるべき決定変数の数が増大し、かけ離れた初期値から $Z(k)$ を最小にする最適解を探索するのが困難となり、極小値を最適解として探索するためであると考えられる。また図-5より計算時間も初期値の与え方により、4倍程度の開きがあることが分かる。これより、精度よい初期値が、最適解の精度上及び計算時間の観点から重要であるといえよう。

次に、図-4Case3のポンプコストを考えず最大限稼働させる場合はCase1, 2の最適解値よりも Z_α が大きくなっている。またCase4のポンプを全く作動させない場合は湛水位が高くなるため、 Z_α が非常に大きくなっている。

次に図-5より制御時点数 T を大きくすると、逐次最適計算を行う時点数の値は減少するものの(例えば、 $T=49$ の

場合最初の時点 $k=1$ だけの1回の最適計算でよい), 求めるべき決定変数の数が多くなるため, 各時点での最適解の探索にそれ以上の時間を要し, 結果として T の増大と共に, 計算時間は指数関数的に増大する傾向にあるといえる. なお本シミュレーションの場合, $\Delta t=600$ (sec)としているので, 1時点の計算時間が600(sec)を越える場合は実操作上意味をなさない.

次に図-6の $T=11$ の場合の結果をみると, 図-4と比較して $k=3$ でポンプを稼働させるかどうかの違いで, 後のポンプ操作はほとんど同じである. しかしわずかな操作の差が図-4に示すように, コスト関数 Z_k に影響しているのが分かる. なお, 図-6(c)の $Z(k)$ は図-3(c)に比べ値が大きくなっているが, これは T が大きくなる程, 式(2)により $Z(k)$ の値が大きくなるためである.

さて, $\lambda_2=0.015$ としてポンプ操作の重みを大きくした場合をみてみると, 図-7より, 図-3に比べポンプの作動期間が短く, 樋管排水が行われる間はほぼポンプ排水を止める操作となっている. また図-8より T の増加に対する Z_k の変化は安定しており, T の増大に伴い Z_k が減少して. 特に $T=5$ で Z_k が急激に小さくなっている. $T=10$ 以上では Z_k の減少は小さくなっている.

以上より, コスト関数の値, 計算時間, 流入量, 本川水位の将来予測の可能性等を勘案し, 本シミュレーションの場合, 制御時点数 T としては5~10程度を設定するのがよいと考えられる.

5. むすび

本論文では内水排除を行う際のポンプや樋管等の逐次最適制御のシミュレーションを行うために, 1ブロックモデルを対象に, 模擬データに対してSOCを適用することを試みた. その結果, SOCにより内水排除の最適制御が有効に行われることを示した. 逐次最適化におい

ては, 求められる最適解の精度, 計算時間の観点から初期値の設定が非常に重要であることが明らかになった. またこの場合, コスト関数の値, 計算時間, 流入量, 本川水位の将来予測の可能性を勘案し, 制御時点数 T としては5~10程度を設定すればよいと考えられる. 最後に, 本シミュレーションでは評価関数を式(2)の様な各時点での水位, ポンプ排水量に比例する線形の場合を想定しているが, 現実的には水位に非線形的に増加するコスト関数や, 被害を最大水位の関数とする場合も考慮しなければならない. また, 実用的な重み関数 λ_1, λ_2 の設定も今後の課題と考えられる.

参考文献

- 1) 建設省河川局治水課 監修, (財)国土開発技術研究センター編集: 内水処理計画策定の手引き, 山海堂, 1995.
- 2) Nelen, A.J.M.: Optimized control of urban drainage systems, Dissertation, Delft University of Technology, ISBN 90 9005144 9, 1992.
- 3) IAWPRC Taskgroup on RTC of UDS: Real Time Control of Urban Drainage Systems-The State of the art, Pergamon Press, ISBN 0 08 040145 7, 1989.
- 4) Gill, P.E., Murray, W. and Wright, M.H.: Practical Optimization, Academic Press, London, 1981.
- 5) Fletcher, R.: A New Approach to Variable Metric Algorithms, Computer J., Vol.13, pp.317-322, 1970.
- 6) Davidon, W.C.: Variable Metric Method for Minimization, A.E.C.Reserch and Development Report, ANL-5990, 1959.

(1997. 9. 30受付)