水工学論文集　第41巻　1997年2月

新しい分散相モデルの移流問題に関する適用性

Accuracy of new dispersed-phase model for convective numerical simulation

二瓶泰雄*・灘岡和夫**

By Yasuo NIHEI and Kazuo NADAOKA

The accuracy of GAL model, recently developed by the authors for a new formulation of dispersed-phase motion in a multiphase turbulent flow, is examined for convective numerical simulation. To reduce numerical diffusion inherent in the previous scheme of reallocation procedure of the GAL model, a new reallocation scheme is presented. The computational results for idealized convective transport show that the improved GAL model has high accuracy, being comparable to 6-point scheme, and high numerical stability even for the flow condition of Courant number greater than one.

Keywords: GAL-LES model, convective equation, numerical stability, numerical diffusion

1. はじめに

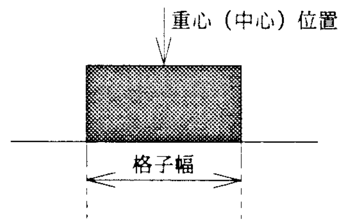
土木分野においてよく見られる「大規模・高濃度」混相流場にも適用し得るような、一般性の高い混相乱流モデルとして提案されているGAL-LESモデルは、これまでのところ、様々な混相乱流場へ適用され、その基本的な有効性や妥当性が検証されている[1)~7)]。ここで用いられている新しい分散相粒子モデル、GALモデル (Grid-Averaged Lagrangian model) は、オイラー型とラグランジュ型のそれぞれの長所を取り込んだ形で構成されていることから、通常の移流拡散方程式とは大きく異なっている。したがって、GALモデルの移流・拡散シミュレーションに対する数値的特性を把握することを通じて、そこで抽出された問題点を改善することは、GAL-LESモデルをさらに発展・一般化させる上で極めて重要である。このような移流・拡散シミュレーションに対するGALモデルの適用性に関しては、一次元拡散問題に関してわずかに行われているものの[2)]、移流シミュレーションについてはこれまでのところ行われていない。

そこで本論文では、まず、移流問題に対するGALモデルの安定性や数値拡散に関する詳細な検討を通じて、GALモデルを高精度化することを試みる。そこでは、GALモデルの**「濃度の再配分操作」**における計算精度に対して大きな影響を与える**「粒子群内（格子内）の粒子存在確率分布の設定法」**を改良することを

*	正会員	修士（工）	東京工業大学助手	大学院情報理工学研究科情報環境学専攻
**	正会員	工学博士	東京工業大学教授	大学院情報理工学研究科情報環境学専攻

（〒152　東京都目黒区大岡山2-12-1）

試みる。この新たな格子内粒子存在確率分布設定法に基づくGALモデルの移流問題に対する有効性を検討するために、ガウス型及び矩形型濃度分布の一次元移流シミュレーションに対して、GALモデルと既存の高精度差分スキームである6-point scheme[8]を適用し、そこでの数値計算結果を比較・検討することを試みる。



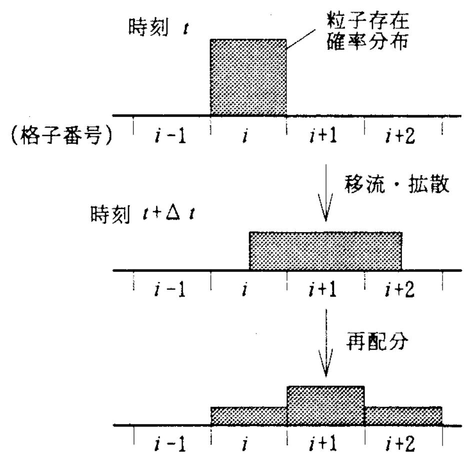
図－１　従来までの格子内の粒子存在確率分布の設定法[2]

２．移流シミュレーションに対するGALモデルの高精度化

（１）再配分操作の概要とその問題点

分散相粒子運動を格子平均成分と分散、という形で記述しているGALモデルにおける粒子濃度の追跡方法は、1)格子平均速度により粒子群の重心をラグランジュ的に移動させ、粒子速度分散により粒子群の広がり幅を算出し、2)粒子濃度などを各格子に再配分する、といった形で構成されている。

その再配分操作の際に重要となる格子内の粒子存在確率分布に関しては、再配分操作の幾何学的な容易性を考慮して、**図－１**に示すような一様な矩形分布を与えている。このように取り扱うことにより、粒子群の重心位置は、粒子群の存在範囲の中心位置と一致することになる。具体的な再配分操作を**図－２**に模式的に示す。図中に示されているように、時刻tにおいて格子iに位置する粒子群がΔt時間の間に移流・拡散することにより、粒子群は複数の格子にまたがって存在する形になるが、再配分過程では、粒子の存在確率分布を変形させて、粒子が各格子内で一様に存在するように再配分される。



図－２　再配分操作に関する模式図[2]

この再配分ルーチンに基づいて粒子濃度分布の時間発展を記述するには、格子iに位置した粒子群がΔt時間後に格子jに存在する確率$f(i,j)$を求める必要がある。この$f(i,j)$を用いることにより、再配分操作後の粒子濃度$C^{n+1}(j)$は、以下のように定式化される。

$$C^{n+1}(j)=\sum_{i=1}^{i\max} C^{n}(i)f(i,j) \tag{1}$$

ここで、$imax$は計算格子数、nは計算時間ステップ数である。本論文では、移流シミュレーションに焦点を絞っているので、以下では移流のみを対象として議論を進める。移流速度Uが全空間にわたって一定の一次元移流問題を考えると、$m \leqq \alpha \leqq m+1$（m=0、1、2…）というクーラン数の場合には、計算時間ステップ数$n+1$、格子jにおける粒子濃度$C^{n+1}(j)$は、以下のように表される。

$$C^{n+1}(j)=(1-\alpha+m)C^{n}(j-m)+(\alpha-m)C^{n}(j-m-1) \tag{2}$$

そこで、式(2)のように記述されるGALモデルの解の安定性を見るために、この式(2)に対してvon Neumannの安定性解析[9]を行ったところ、以下のような複素増幅率$|g|$が導出された。

$$|g|=\sqrt{1+2(\alpha-m)(1-\alpha+m)(-1+\cos\theta)} \leqq 1 \tag{3}$$

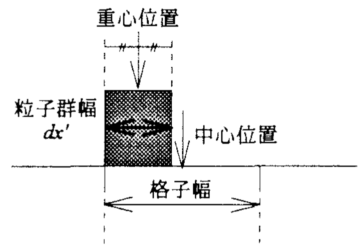
ここで、θは位相角である。式(3)から増幅率$|g|$はクーラン数に関係なく1以下になることから、GALモデルは、**このような移流問題に対して、クーラン数に関係なく無条件安定であることがわかる**。このような安定性は、再配分操作の中で、粒子群の重心位置をラグランジュ的に追跡していることに起因しているも

のと考えられ、オイラー・ラグランジュ混合型で記述されているGALモデルの特質すべき利点と言える。

しかしながら、この式(2)は、m=0の場合には、一次元の線形移流方程式を一次精度風上差分で離散化した差分式と一致していることがわかる[9]。したがって、GALモデルを移流問題に適用した場合には、一次精度風上差分と同程度の数値拡散が生じ、数値解の精度が低下するので、この点に関して以下に検討する。

（２）数値拡散軽減のための新たな改善手法の提案

このようなGALモデルにおいて生じる数値拡散の原因は、格子内の粒子存在確率分布を**図－１**に示されるような空間的に一様な矩形分布として仮定している点にある。このことは、**図－２**を見れば明らかなように、一連の再配分操作を繰り返すと、格子内の粒子存在確率分布を一様分布と仮定したために、本来なら到達していないような位置においても粒子が存在してしまうことになり、結果的に数値拡散が生じることになる。



図－３　格子内粒子分布の新しい設定法

そこで、このような数値拡散を減少させるために、これまで格子内の中心位置と一致させていた粒子群の重心位置を直接計算して求めて、重心位置を反映させた格子内粒子存在確率分布を与えることを試みる。具体的には、**図－３**に示すように、再配分操作の容易性を考慮して矩形分布形状はそのまま用いるものの、重心位置を考慮して、格子内において非一様な粒子存在確率分布を仮定する。このような設定法を用いることにより、**図－２**に示されたような数値拡散が抑えられるものと思われる。なお，詳細な粒子分布設定法に関しては二瓶・灘岡[10]を参考にされたい。

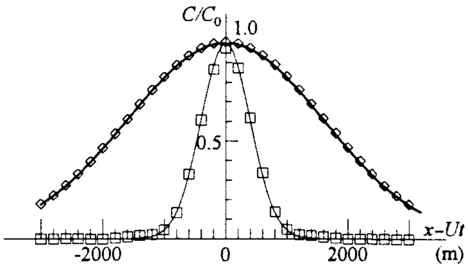
また、ここで提案している格子内粒子分布設定法を適用した場合の安定性に関しては、濃度の再配分操作で用いる差分式が式(2)と比べて複雑な形になるので、ここではvon Neumann解析を行わずに、後で示すようなモデル計算を通じて検証を行う。

３．移流シミュレーションに対するGALモデルの適用性

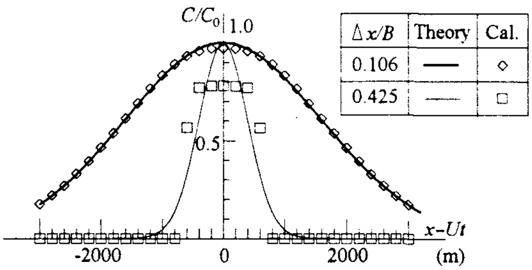
新たな粒子分布設定法を取り入れたGALモデルの有効性を検証するために、一次元移流シミュレーションに対してモデル計算を行うことを試みる。ここでの計算条件は、計算メッシュ数100、 計算格子間隔100mとし、一定速度U=0.5m/sで移流し、拡散は無視するものとする。まず、初期濃度波形をガウス型分布とした場合の結果の一例を**図－４**に示す。ここでは、クーラン数αを0.5（Δt=100s）として、$\Delta x/B$=0.106、0.425（B:ガウス型濃度分布の半値幅）のケースに関して計算を行っている。なお、図中にはGALモデルと6-point schemeを用いた場合の100step後の計算結果を理論解とともに示している。これらを見ると、6-point schemeの場合には、両ケースとも理論解と良好に一致しているのに対して、GALモデルの場合には、$\Delta x/B$=0.106に関しては理論解と良好に一致するものの、$\Delta x/B$=0.425の場合には濃度ピーク値が理論値の80%程度となっていることがわかる。次に、同様な計算条件で、計算初期波形を矩形型濃度分布とした場合の計算結果を**図－５**に示す。これから、6-point schemeの場合には数値振動が生じ理論解との差が生じているのに対して、GALモデルの場合には、完全に理論解と一致していることがわかる。さらに、新たな粒子分布設定法を取り入れたGALモデルの安定性に関して検討するために、クーラン数αが１以上の場合の計算結果の一例を**図－６**に示す。この図を見ると、GALモデルは理論解とほぼ完璧に一致していることから、従来の設定法と同様に、新たな設定法に基づくGALモデルはクーラン数に依存せずに高精度な移流計算を行うことが可能であることが検証された。

４．結論

著者らが開発してきた新しい分散相粒子モデルであるGALモデルを移流シミュレーションに対して高精

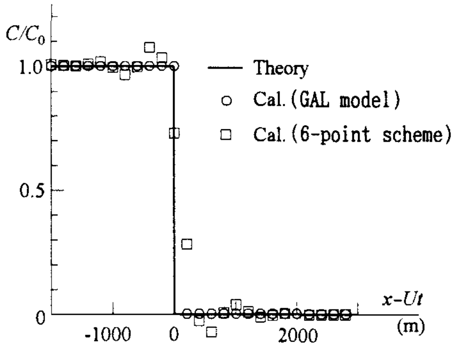


(a)6-point scheme

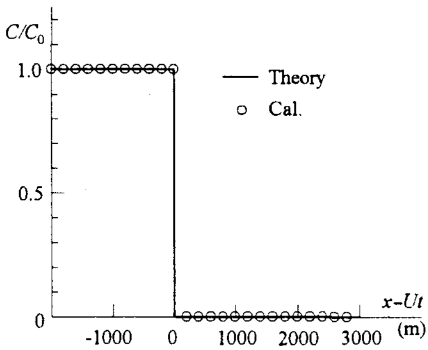


(b)GAL モデル

図－4　ガウス型濃度分布に関する計算結果（α=0.5）



図—5　矩形型濃度分布の計算結果（α=0.5）



図－6　クーラン数αが１以上の場合の計算結果の一例（α=2.0）

度化し、その適用性に関して詳細な検討を行った。まず、数値拡散を減少させるために、これまで一様に与えていた格子内粒子存在確率分布設定法を、重心位置を考慮した分布に改良することを試みた。その結果、GALモデルでは、ガウス型分布のように明瞭なピークを持つ分布に対しては、そのピーク値がややならされる傾向にあるものの、矩形型分布のように濃度値の空間的急変部の挙動をほぼ完璧に追跡できること、さらに、これらの結果がクーラン数に依存しないことから、本モデルの移流シミュレーションに対する妥当性や有効性が検証された。なお、ここで得られた結果は２次元の場合に関しても同様である[10]。

謝辞：本研究は文部省科学研究費奨励研究(A)（研究代表者：二瓶泰雄、No.08750623）による成果の一部であることを付記し、ここに謝意を表す。

参考文献

1)灘岡和夫、八木宏、二瓶泰雄：乱流シンポジウム、第25回、pp.140-143、1993.
2)灘岡和夫、二瓶泰雄、八木宏：土木学会論文集、No.533／II-34、pp.61-73、1996.
3)Nadaoka, K., Nihei, Y. and Yagi, H.: *Proc. 2nd Int. Conf. Multiphase Flow'95-KYOTO*, pp.71-74, 1995.
4)二瓶泰雄、灘岡和夫：混相流シンポジウム、第14回、pp.120-123、1995.
5)二瓶泰雄、灘岡和夫、八木宏：海岸工学論文集、第42巻、pp.526-530、1995.
6)二瓶泰雄、灘岡和夫：水工学論文集、第40巻、pp.637-642、1996.
7)二瓶泰雄、灘岡和夫：海岸工学論文集、第43巻、pp.1136-1140、1996.
8)Komatsu, T., Holly Jr F. M., Nakashiki, N. and Ohgushi, K.: *J. Hydrosci.* and *Hydraul. Eng.*, JSCE, Vol.3, No.2, pp.15-30, 1985.
9) 藤井孝蔵：流体力学の数値計算法、東京大学出版会、1994.
10)二瓶泰雄・灘岡和夫：土木学会論文集、1997（投稿中）.