

洪水時流速分布の計測と結果の解析

Field Measurement of Velocity Profiles of a Flood Flow and Analysis of the Results

長谷川和義 * ・市埜順也 ** ・山下彰司 *** ・崇田徳彦 ****

By Kazuyoshi HASEGAWA, Junya ICHINO, Syouji YAMASHITA, Naruhiko MUNETA

This study presents the observation result of vertical velocity profiles found in a small flood of the Mukawa River in Hokkaido in August 1996. The result shows that the velocity profiles in the rising stage of the flood deviate from the logarithmic law and have a steep velocity gradient; the profiles in the peak stage of the flood follow the log-law; the profiles in the falling stage again increase the velocity gradient.

The characteristic property was analyzed together with experimental unsteady flow data, by using 2-D momentum equation with the parabolic type eddy viscosity coefficient. The theoretical velocity profile derived from the equation, which has a form of Legendre differential equation, well agreed with the observation data. From the fact, it was concluded that the deviation of the velocity profile of the flood from the log-law depends on the effect of flow acceleration of the flood.

Key words: field measurement, velocity profile, logarithmic law, flood flow, Legendre differential equation

1 はじめに

洪水時の流況を正確に把握しようとする試みが一貫して続けられている。1980年代以降の洪水計測研究に限っても、高木ら¹⁾の石狩川1981年洪水に対する貴重な観測、土木研究所²⁾による瀬沼川88年、89年洪水観測、木下³⁾⁴⁾による88年、89年石狩川の連続観測、日野ら⁵⁾による瀬沼川91年出水に対する8基の流速計による同時計測、宇民・上野・木下ら⁶⁾による斐伊川観測、著者ら⁷⁾⁸⁾による石狩川小洪水計測などがある。木下は、その後も尻別川、利根川、阿賀野川の洪水観測を進め、十字浮体、ホーバークラフト、各種無人ボートによる計測で洪水時河床面の変動特性を明らかにするとともに、洪水の上昇期と減水期とで表面流況、乱流構造、河床形態が一変することを明らかにしている。宇民・上野⁹⁾は、阿賀野川洪水空中写真の画像処理や、スチルカメラとビデオカメラを用いた斐伊川洪水流画像の解析により、水面情報のみから非常に豊富な河川乱流の実態が得られることを示している。彼らによれば、河川の乱流構造は河床形態と密接に関係しており、砂州規模、その1/6程度の中間砂州規模、水深の5~6倍の横断間隔をもつ大規模二次流、水深の2倍程度の間隔をもつ並列螺旋流、およびボイルなど、各種スケールの構造が多重的に構成されたものである。

一方、非定常流に対する乱流特性を実験室レベルで正確に把握しようとする研究が、林ら¹⁰⁾、Tu¹¹⁾ら、村上・中川

*	正会員	工博	北海道大学工学部土木工学科	(060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)
**	学生会員		北海道大学大学院工学研究科土木工学専攻	(060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)
***	正会員		北海道開発局開発土木研究所	(062 北海道札幌市豊平区平岸1条3丁目)
****	正会員		北海道開発局開発土木研究所	(062 北海道札幌市豊平区平岸1条3丁目)

12)、楠津ら¹³⁾¹⁴⁾によって進められてきた。これらの研究によって、河床せん断力の時間ピークが水位ピークに先行する現象、平均流速分布が増水期と減水期で異なる現象、乱れ強度分布・レイノルズ応力分布が平均水理量の非定常変化をうけて変化する現象など、非定常開水路乱流の特性が次第に明らかにされてきている。

計測が困難なために最も遅れているのが、河川、特に大きな河川における洪水時内部流況の実態把握である。上記研究などからかなりの事柄につき推測が可能になっているが、平均流速分布さえ十分に測られていない現在、様々な方法を試みて洪水時内部流の実態を明らかにし、これまでの研究との接続をはかることが非常に重要になっている。本研究は、1996年8月23日に鵡川に生じた小洪水に対して、プロベラ式流速計と ADCP を適用して得た流速分布結果を報告するものであるが、あわせて昨年度実施した 50m 水路による非定常流実験¹⁵⁾時の流速分布を示し考察を加えている。

2 計測方法

観測場所は北海道胆振地方の鵡川である。鵡川は流域面積 1270km² 全長 135km の中規模の河川であるが、1992年8月9日に 2166m³/sec の大きな出水があり、大量の流木と土砂が流れ出て被害を起こしている。1996年8月23日の出水は流量ピーク 180m³/sec、水位上昇 40cm という極小さいものである。計測は、図1の穂別橋において行われた。

2-1 流速の計測

これまで我々は橋上流速計測の方法として、(1)2次元電磁流速計をガイドロープ（錘で固定）に沿わせて計る方式、(2)球形3次元電磁流速計を案内羽根付きのアタッチメントに取り付け錘と共に降下させるやり方を試みてきた。(1)の方式はロープの振動が激しく、少なくとも乱れ成分を計測するには不向きであった。(2)の方式は、定位置の確保が難しい上に形状抵抗が大きいために流速が速くなると浮き上がり、錘を大きくすると操作が非常に大変になる。やはり平均流しか測られていない。

このような経緯から、平均流速の測定精度を上げることが先決と考え、今回は流線形型のプロベラ式流速計を使用することとした。これは非常に扱いが簡単で、実地計測では最も使いやすい機器であった。平均流のみを知る場合には最適ともいえる。しかし、欠点として、洪水時における浮遊物がプロベラの回転を妨げることが挙げられる。浮遊物が比較的少ない今回の小規模の洪水では、この機器でも対応することができた。

平行して、同時多点計測の可能な ADCP を小型ボートに搭載し、ボートをロープで繋いで計測を行った。しかし、この計器の有効計測水深は 80cm 以深、計測間隔は 25cm であり、今回の鵡川計測では、最大水深が 1.5m 程にとどまったために流速分布を得るまでに至らなかった。

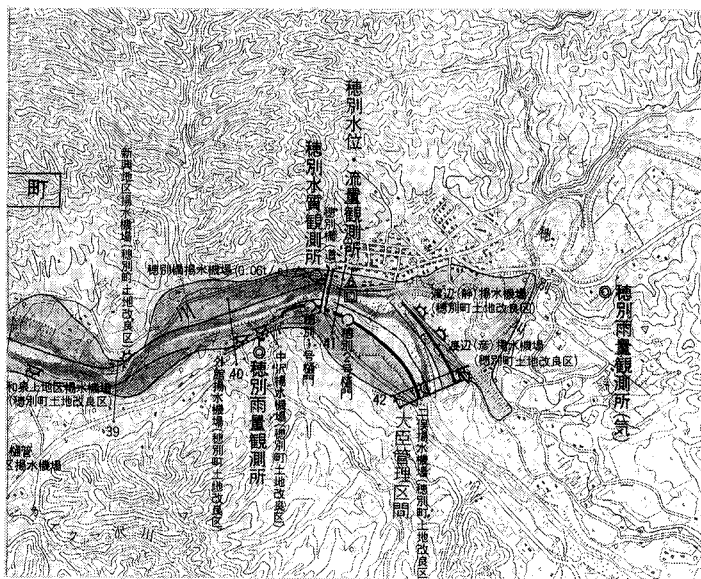


図1 穂別橋周辺の地図

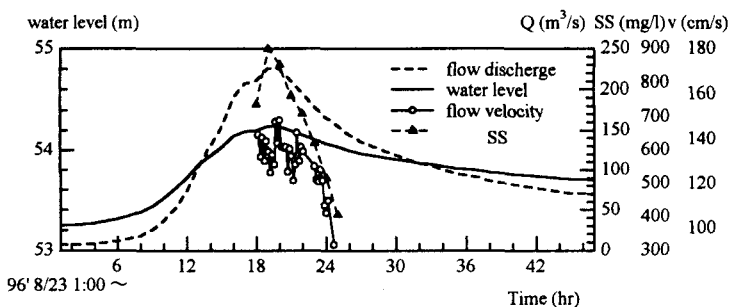


図2 1996年8月23日のハイドログラフと流速、浮遊砂濃度の時間変化

2-2 採水

浮遊砂濃度分布を知るために、独自に開発した MTS 採水器を使用した。これは、容量 1 リットルの円筒状のプラスチック容器に空気圧で開閉する蓋を取り付けたもので案内羽根と錘を付けている。任意水深まで降ろし、空気圧により水中で蓋を開けて採水するものである。今回はやはり独自に開発した回転式の昇降機を橋に設置して非常に効率よく採水を行うことができた。

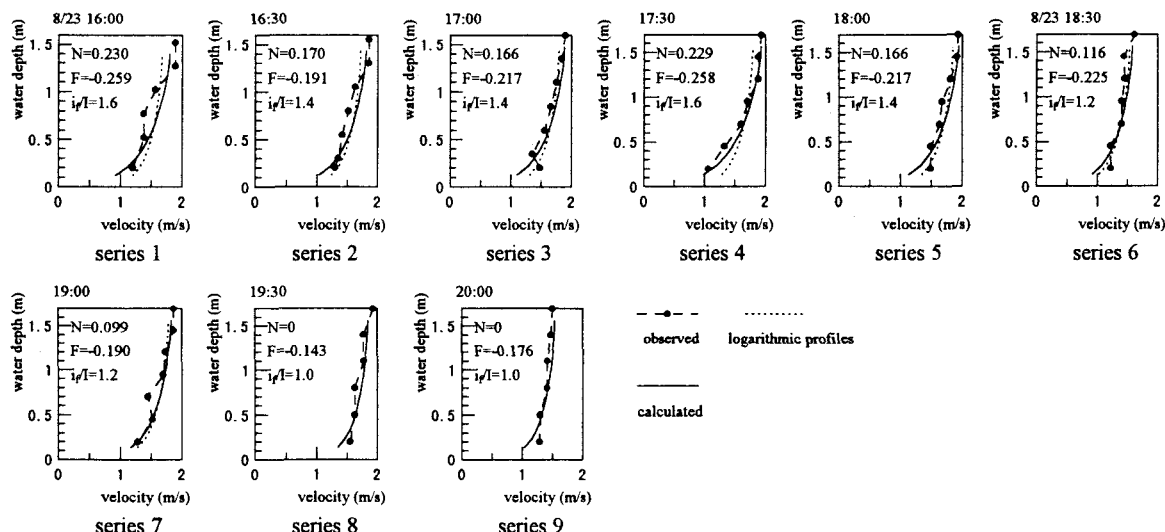


図 3 水位上昇期の平均流速分布

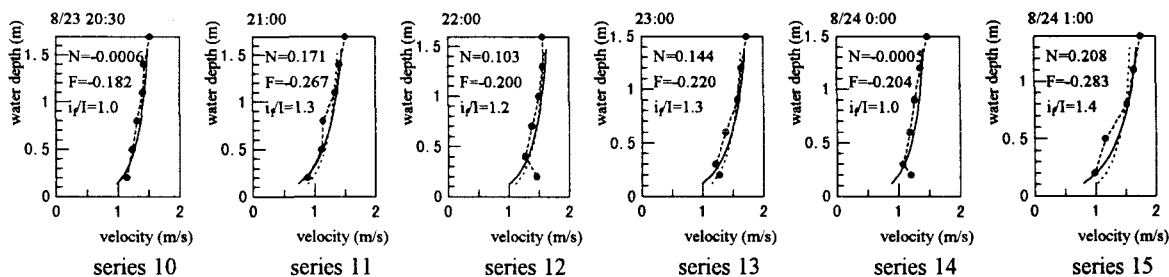


図 4 水位下降期の平均流速分布

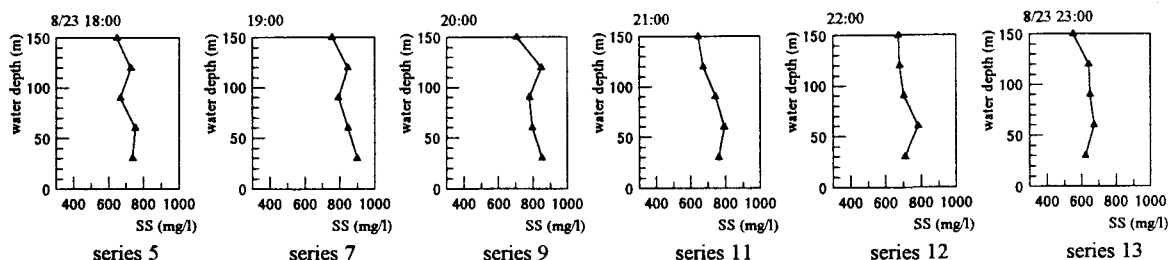
3 計測結果

3-1 流速計測の結果

図 3 は、プロベラ式流速計で測定した水位上昇期の流速分布である。対数分布に比して底で小さく水面で大きい分布形を成している。水位ピーク付近（シリーズ 7）に近づくに従って立った分布となり対数則に良く合うようになる。

図 4 は下降期の分布形を示したものである。ピーク付近ではほぼ対数則に従っていた分布が水位の低下と共に傾きが大きくなっている。しかし、その傾きは上昇期ほど大きくない。水深平均流速は、上昇期が下降期よりも概ね大きな値を示し、同じ水深同士で比べた場合下降期より上昇期の方が大きな値をとっている。

図 2 のハイドログラフ中に示した流速の時間推移は、ADCP によって連続測定した、水面から 1.07m の値である。ここで注意すべきことは、ADCP が水位の変化と共に上昇・下降していることであり、このため流速は、水位の高い場合は河床から離れた点の値を、低い場合には近い点の値を測っていることになる。したがって、水位ピークの近くでは相対的に大きな流速を、ピークから離れたところでは相対的に小さな流速が得られることになる。このことを勘案すると同一点の流速のピークは水位ピークより早めに現れていると考えることができる。一方、水位下降期の流速の減少は、このことを割り引いて考えても急激である。また、得られた流速時系列が 90 分ほどの周期で変動していることが注目される。現在のところ原因は明らかではないが、砂堆の通過に対応したものと考えている。



3-2 浮遊砂濃度の測定結果

図5は、浮遊砂濃度分布の観測結果である。シリーズ番号は流速のものと同じであり、シリーズ5からシリーズ9までが水位上昇期、シリーズ11からシリーズ15までが水位下降期の分布図である。また、図2中のSSの濃度は底面浮遊砂濃度を表している。図5、図2から、浮遊砂濃度の時間推移変化を見ると水位ピークの30分前に浮遊砂濃度ピークが現れている。洪水時に普遍的に見られるこの現象は底面せん断力の先行現象に対応したものであり、摩擦勾配が、

$$i_f = i - \frac{1}{c} \left\{ 1 - Fr^2 \left(1 - \frac{c}{U} \right)^2 \right\} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

と表されることが説明される。

ただし、 i = 河床勾配、 c = 洪水伝播速度、 Fr = フルード数、 U = 断面平均流速、 h = 水深、 t = 時間。

浮遊砂濃度が十分に大きな場合には、圧力分布が変わってくるばかりでなく乱流特性（カルマン定数、混合距離）が変化して、流速分布へも影響が現れるようになる。しかし、今回の計測で得られた最大底面濃度は 1000ppm 程度であり、カルマン定数の低下分は Ippen 式¹⁶⁾による試算で、0.1%以下にすぎない。従って、浮遊砂の流速に及ぼす影響は無視することができるものといえる。

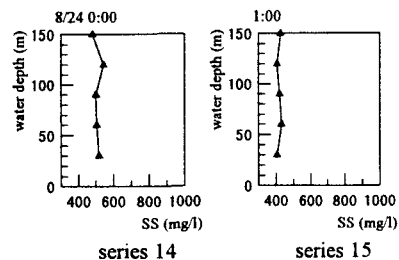


図5 浮遊砂濃度分布

表1 実験の条件

基底流量	水深	河床勾配	粗度係数	粒径	通水時間
Q (m ³ /sec)	h (m)	l	n	d (cm)	t (sec)
0.0043	0.065	1/1200	0.021	0.0053	15000

4 非定常流実験

昨年度、洪水流の特性と浮遊砂による河床変動をより詳細に調べるために、1981年8月23日に北海道の尻別川で起こった洪水流を模した非定常流実験を行った。これによって実河川では正確に測定することが困難な部分を明らかにしようと考えた。表1は主な実験条件をまとめたものである。図6は実験の水位、流量のハイドログラフと流速計測の時間帯を表した図である。また、図7はシリーズ毎の流速分布図である。図6においてシリーズ1からシリーズ4までが水位上昇期、シリーズ5からシリーズ

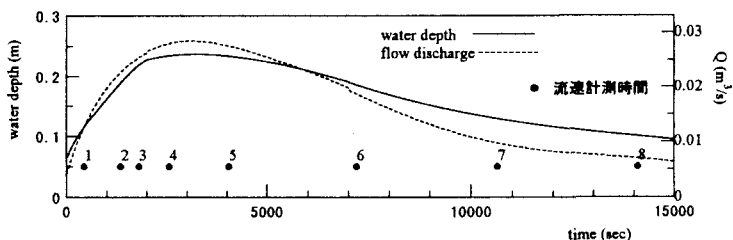
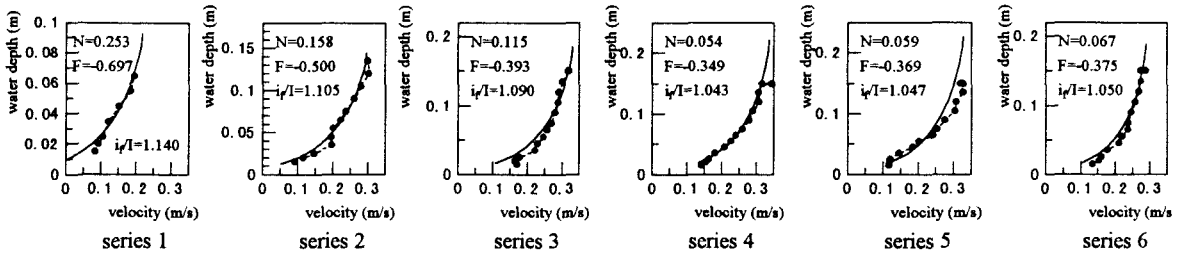


図6 非定常流実験のハイドログラフ

8までが水位下降期である。速度勾配は、概ね上昇期で大きくなっている。また、水深平均流速の値も若干ではあるが、上昇期の方が大きいことが分かる。こうした傾向は前述の鶴川の計測結果と同じ傾向であり、次節で解析する。

5 考察

洪水時非定常流流速分布が外層部分で対数則からはずれることは、楠津ら¹³⁾¹⁴⁾によって指摘されている。彼らは、滑面開水路定常流外層に対するColesのWake関数 $\{2\Pi/\kappa \cdot \sin^2(\pi/2 \cdot \zeta), \zeta = z/h\}$ のWake強度 Π がレイノルズ数の関数として与えられるのに対して、非定常流では滑面と粗面で傾向が異なるものの、Wake強度 Π が増水期に緩やか



に増加して水位ピーク以前に最大値に達し、減水期に減少し、総じて圧力勾配 $-dp/dx$ に支配されることを示している。彼らはまた、 Π と $-dp/dx \approx -(\partial h / \partial t) / U_s$ (U_s = 断面平均流速) との関係が、増水期から減水期にかけて時計回りのループを描いて変化することを示している。こうした対数則からのズレが外部パラメータの非定常変化の影響を強く受ける現象は、次の解析によっても説明できる。

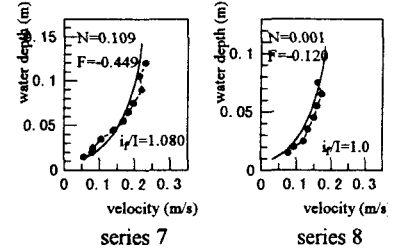


図7 非定常流実験の平均流速分布

5-1 非定常流速分布の誘導

河床面に沿い、流下方向に x 軸をとり、鉛直上向きに z 軸をとって2次元の開水路運動量式を示すと、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} = g \left(i - \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_z}{\partial z} \quad (2)$$

ただし、2次流を無視し静水圧分布を仮定している。 u = 任意水深の x 軸方向平均流速、 τ_z = 水平せん断力、 g = 重力加速度、 ρ = 水の密度である。

いま構成式として、対数則分布の成立する

$$\tau_z = \rho \kappa u_* z \left(1 - \frac{z}{h} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3)$$

を与え、非定常流においても式形が保存されるものとする。 κ = カルマン定数、 u_* = 摩擦速度である。

次に式(1)の誘導時と同じように、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -c \frac{\partial u}{\partial x} \quad (c = \text{非定常攪乱の伝播速度}) \quad (4)$$

とし、さらに、

$$u = U \left(1 + \phi(z) \right) \quad (U = \text{水深平均流速}) \quad (5)$$

とおく。ただし、 $U\phi$ は水深平均流速からのズレの分布流速である。式(3), (4), (5)を式(2)に代入して $\phi^2 \approx 0$ の近似を行うと、

$$-c \left(1 + \phi \right) \frac{\partial U}{\partial x} + (1 + 2\phi) \frac{\partial U^2}{\partial x} = g \left(i - \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \kappa u_* U \frac{d}{dz} \left\{ z \left(1 - \frac{z}{h} \right) \frac{d\phi}{dz} \right\} \quad (6)$$

一方、式(2)の水深積分をとると、

$$-c \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial U^2}{\partial x} = g \left(i - \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{u_*^2}{h} \quad (7)$$

上式中、運動量係数は $\beta = 1$ とおいた。連続式の水深積分からは、

$$\left(1 - \frac{U}{c} \right) \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

が得られるので、(6), (7), (8)式から $\partial U / \partial x$ 、 $\partial U^2 / \partial x$ を消去し、 $\zeta = z/h$ の無次元化表示、及び $\varphi = U/u_*$ (流速係数)、 $I = i + (\partial h / \partial t) / c$ (水面勾配)、 $i_r = u_*^2 / (gh)$ (摩擦勾配) を用いて整理すると、

$$\frac{d}{d\zeta} \left\{ \zeta(1-\zeta) \frac{d\phi}{d\zeta} \right\} + \left\{ \frac{3\varphi}{\kappa} \left(\frac{c}{U} - 1 \right) \left(\frac{1}{U} \frac{\partial h}{\partial t} \right) + \frac{4(i_f - I)}{\kappa \phi i_f} \right\} \phi = -\frac{\varphi}{\kappa} \left(\frac{c}{U} - 1 \right) \left(\frac{1}{U} \frac{\partial h}{\partial t} \right) - \frac{2i_f - I}{\kappa \phi i_f} \quad (9)$$

となり、 ϕ に関する基礎式を得る。左辺の第2項と右辺強制項に加速度パラメータが入っていることが注目される。

いま、

$$\frac{3\varphi}{\kappa} \left(\frac{c}{U} - 1 \right) \left(\frac{1}{U} \frac{dh}{dt} \right) + \frac{4(i_f - I)}{\kappa \phi i_f} \equiv N(N+1), \quad -\frac{\varphi}{\kappa} \left(\frac{c}{U} - 1 \right) \left(\frac{1}{U} \frac{dh}{dt} \right) - \frac{2i_f - I}{\kappa \phi i_f} \equiv F$$

と置き換えると、基礎式は

$$\frac{d}{d\zeta} \left\{ \zeta(1-\zeta) \frac{d\phi}{d\zeta} \right\} + N(N+1)\phi = F \quad (9)'$$

となり、ルジャンドル型の2階線形微分方程式となる。ルジャンドル式との違いは、 N が自由にとり得ないことで、この点で固有値問題とは異なっている。

式(9)'の解は以下で与えられる。

$$\phi(\zeta) = -[F\Phi_2(\zeta) + C_1]\phi_1(\zeta) + [F\Phi_1(\zeta) + C_2]\phi_2(\zeta) \quad (10)$$

$$\phi_1(\zeta) = 1 - \frac{N(N+1)}{2!}(1-2\zeta)^2 + \frac{(N-2)N(N+1)(N+3)}{4!}(1-2\zeta)^4 - \dots$$

$$\phi_2(\zeta) = (1-2\zeta) - \frac{(N-1)(N+2)}{3!}(1-2\zeta)^3 + \frac{(N-3)(N-1)(N+2)(N+4)}{5!}(1-2\zeta)^5 - \dots$$

$$\Phi_1(\zeta) = \int \phi_1(\zeta) d\zeta, \quad \Phi_2(\zeta) = \int \phi_2(\zeta) d\zeta$$

ここに、 C_1 、 C_2 は未定係数である。

N が非整数の場合、上式の解は無限級数となるが解の収束性は保証される。また、 $\zeta=0$ 、 1 は確定特異点であり、解が存在する。しかし、 N が非整数の場合の収束性は保証されない。

そこで、境界条件として、河床近傍点 $\zeta=a$ と水面近傍点 $\zeta=1-a$ を考え、

$$\phi(a) = -\delta, \quad \left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta=1-a} = 0, \quad \int_a^{1-a} \phi(\zeta) d\zeta = 0 \quad (11)$$

を採用し、 C_1 、 C_2 を決定する。 a として k_s/h (k_s =粗度高) をとるものとすれば、上式の3番目の条件から δ を完全に定めることができ、対数則の定数部分に相当する底面ズレ流速が定まる。

定常等流の場合、 $\partial h / \partial t = 0$ 、 $i_f = I$ から $N=0$ 、 $F=-1/(\kappa \varphi)$ となるが、このとき式(10)は、境界条件を適切に選ばば、

$$\phi(\zeta) = \frac{1}{\kappa \varphi} (\ln \zeta + 1) \quad (12)$$

という対数則分布に一致する。従って、 $N \neq 0$ 、 $F \neq -1/(\kappa \varphi)$ による分布形の対数則からのズレは、加速度効果によってもたらされたものとなる。

5-2 計測値との照合

はじめに諸水理量の明確な実験値との照合を行う。ただし、 i_f を正しく評価するために、式(1)のコントロールボリューム積分から得た一次元不等流式を Lax-Wendroff法によって解き、水面形の一致する $n=0.023$ を用いて、

$$i_f = \frac{n^2 Q^2}{B^2 h^{10/3}} \quad (13)$$

から計算によって求めた。

図7中の実線は、得られた水理量を式(10)にあてはめて求めた理論線である。ただし、 c として kinematic wave の伝

播速度 $c = \frac{1}{2} \cdot U$ を用い、級数解は収束性を確かめた後 25 項で打ち切っている。また、今回の計算では a として 0.05 (水深の 5%) の一定値を用いることにした。図によれば、増水期、減水期ともに実験値に良く合っているものと判断される。次に鵜川計測との比較を試みるが、現地での計測水理量の精度が期待できず、特に i_f を正しく推定することが困難なことから、逆に流速分布を最もよく表現する i_f/I の値を式(10)によって探すことにし、逆算された i_f の性質を調べることにする。図 3,4 中の実線が最適理論線であり、図中に得られた i_f/I の値を示している。また同図中の点線は同じ i_f を与えて U が一致するように k_s を定め、描いた対数則分布である。水位上昇期において式(10)との違いの大きいことが確認できる。なお、非定常流においても底面近傍で対数則が成立するものとして、点線が底面近傍点を通るように u_* 、 k_s を定め、 N 、 F 及び、式(10)を計算する方法も考えられるが、底面流速値にそれほど精度を期待できないことから上述の方法によった。

5-3 結果の解釈

図 3, 4 の結果は非定常流における流速分布の対数則のズレが、構成方程式 (3) の変化によってもたらされたものではなく、加速度項の影響によってもたらされたものであることを示唆する。瀬津らの wake 強度の変化が $-dp/dx$ などによって支配されるという観測は、こうした効果の反映ということが考えられる。

算定ないし逆算された N 、 F 値の内容について見ると、 $(i_f - I)$ を含む項に比して dh/dt のかかる項が、1 ないし 2 オーダー小さくなっている。このことがすぐに非定常効果の小さいことを意味するものではないが、空間的加速、減速に関する影響の大きいことを示している。瀬津ら¹⁷⁾、鬼束ら¹⁸⁾¹⁹⁾は、空間的な加速、減速流の測定実験をおこなって、wake 強度 Π が無次元圧力勾配に直線比例し、加速状態で負 (速度勾配小)、減速状態で正 (速度勾配大) になる結果を示している。今回の観測及び実験結果もこれに近い現象と見なすことができる。

図 8 は i_f/I の時間変化を水位変化とともに示したものであり、上の図が非定常流実験によるもの、下の図が鵜川の観測値の逆算によるものである。非定常流実験における i_f/I の値は、水位上昇期に最も大きくピーク付近ではほぼ 1 に近い値となり、下降期では再び 1 よりも大きくなるが、水深変化が緩やかになるにつれて 1 に近づく。これは水位上昇期に速度勾配が大きくなっていることを表している。また、水位ピーク付近で速度勾配が小さくなり分布が対数分布に近づくことに符合している。水位下降期には、上昇期ほど大きくはないものの $i_f/I > 1$ となって速度勾配がやや大きくなり、水深がベースフローに近づくに従って i_f/I の対数則分布に戻っている。

鵜川の逆算結果でも摩擦勾配と水面勾配の比 i_f/I の値が水位上昇期で大きく、ピーク付近で 1 に近づいていることが分かる。しかし、下降期では i_f/I の値が波打ちながら再び大きくなっている。ここで注目されることは、この図の波うちが、図 2 の ADCP の流速計測の振動に対応していることである。木下³⁾は、洪水の減水期に河床波が急速に発達することを見だしている。もし、砂堆の形成と通過があれば、 n 値が大きくなり i_f が増加するであろう。図 8 の結果はこのことを示唆しているように判断される。

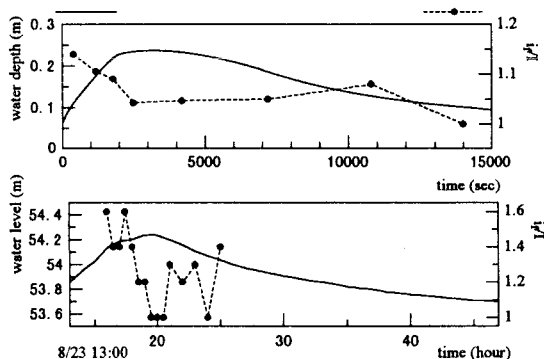


図 8 i_f/I の時間変化

上図) 非定常流実験

下図) 鵜川観測

6 まとめ

鵜川 8 月 23 日の小洪水の流速分布と浮遊砂濃度の計測、50m 水路による非定常流実験の結果により、以下の事柄が明らかとなった。

- (1) 流線型プロペラ式流速計は、小洪水などで平均流速の分布を得るのには有効である。
- (2) 水位上昇期には、加速度項の効果を受けて流速の勾配が対数分布より急になり、摩擦勾配が大となる。
- (3) 水位ピークの近傍では対数分布が成り立ち、摩擦勾配が水面勾配に近づく。

- (4) 水位下降期では対数分布に近い流速分布が現れるが、摩擦勾配の増加があるとこれより流速勾配が急になる。
- (5) 非定常流における対数則からのズレは加速度項（逆圧力勾配）、摩擦勾配の効果によるものであり、構成式の形式は変化しない。
- (6) 浮遊砂濃度は摩擦勾配の変化に対応しており、これが大きい場合に大きくなる。

参考文献

- 1) 高木稔治・牧野茂雄・竹本成行・森田康志：石狩川下流部における洪水流と河床変動の観測、第 26 回水理講演会論文集、pp. 57-62、1982.
- 2) 建設省土木研究所河川部河川研究室：瀬沼川洪水観測所レポート(1)1988～1989、第 2895 号、1990.
- 3) 木下良作：洪水時の砂床形態の変化、第 33 回水理講演会論文集、pp. 439-444、1989.
- 4) 木下良作：石狩川下流部における洪水時の濁度鉛直分布と流れの構造について、水工学論文集、第 34 巻、pp. 463-468、1990.
- 5) 日野幹雄・孟 岩・村山宣義：多点同時計測システムによる実河川洪水流中の 3 次元大規模乱流構造の測定、水工学論文集、第 36 巻、pp. 175-180、1992.
- 6) 宇民正・上野鉄男・木下良作・松本直也・盛谷明弘・室元孝之：斐伊川における洪水観測について—水面流況と河床形状の同時計測—、京都大学防災研究所年報、第 37 号 B、pp. 511-528、1994.
- 7) 長谷川和義・道口敏幸・柿崎恒美・大串弘哉：石狩川における乱流と浮遊砂濃度の同時計測結果について、土木学会北海道支部論文報告集、第 47 号、pp. 347-352、1991.
- 8) 長谷川和義・大串弘哉・竹本成行・渡邊康玄：石狩川小洪水に見られる特異な流速分布の成因に関する考察：土木学会北海道支部論文報告集、第 48 号、pp. 385-390、1992.
- 9) 宇民正・上野鉄男：写真画像処理による洪水流解析：土木学会論文集 No. 503/II-29、pp. 1-17、1994.
- 10) 林泰造・大島正憲：Kinematic wave としての洪水の非定常性が水流の乱れ構造に及ぼす影響の研究、第 32 回水理講演会論文集、pp. 607-612.
- 11) Tu, H., W.H. Graf and N. Tamai : Unsteady Open-Channel Flow - Its mean structure and suspended sediment load transport - 、土木学会 河道の水理と河川環境シンポジウム論文集、pp. 191-198、1993.
- 12) 村上正吾・中川博次：非定常開水路流中の浮遊砂に関する実験的検討水工学論文集第 38 巻、pp. 603-608.
- 13) 棚津家久・門田章宏・中川博次：非定常開水路流れの乱流構造に関する実験的研究、土木学会論文集、No. 491/II-27、pp. 81-88、1994.
- 14) 棚津家久・門田章宏・中川博次：自由水面領域の非定常乱流特性に関する実験的研究、土木学会論文集、No. 509/II-30、pp. 121-130、1995.
- 15) 市埜順也・長谷川和義・加治昌秀・渡邊康玄：洪水流実験における流速分布と浮遊砂濃度の変化、土木学会北海道支部論文報告集、第 52 号 B、pp. 188-193、1996.
- 16) Ippen, A.T. : A New Look at Sedimentation in Turbulent Streams、Journal of the Boston Society of Civil Engineering、Volume 58、No 3、pp. 131-163、1971.
- 17) 棚津家久・門田章宏・戸田孝史・中川博次：加速流及び減速流の解析手法とその乱流特性、土木学会論文集、No. 509/ II-30、pp. 89-97、1995.
- 18) 鬼束幸樹・浦勝・秋山壽一郎・坂本真：開水路漸縮部における流況について、水工学論文集、第 40 巻、pp. 767-772、1996.
- 19) 鬼束幸樹・浦勝・秋山壽一郎・松岡定和：逆圧力勾配を有する流れの 3 次元流況、水工学論文集、第 40 巻、pp. 773-778、1996.