

河床波の変形に及ぼす混合砂の分級効果

Sorting Effects on Sand Wave Transformation

三輪 浩*・大同淳之**

By Hiroshi MIWA and Atsuyuki DAIDO

Sediment sorting appears in stream beds composed of graded sediments. Such a phenomenon is also observed in stream beds with sand waves, and it influences their transformation. The effects of the sediment sorting on the transformation of sand waves are investigated on the basis of flume tests. Experimental results show that the coarser grains influence the developing and growing processes and the finer grains influence the attenuating and collapsing processes. Therefore, these grains can be regarded as the reference grain for the sand wave transformation. Finally temporal variations of reach averaged water depth, shear stress and reach averaged bed-load transport rate are predicted by introducing experimental results of wave length and wave height into the calculation.

Key words : sand wave transformation, graded sediment, sediment sorting, reference grain size

1. 緒 言

移動床流れ場では水流、流砂および河床形状が相互に作用し合って様々な水理現象が出現する。しかし、これらの相互作用の複雑さから従来の研究におけるこれらの取り扱いはいくつもの点で、とくに混合砂河床では流砂現象自体が極めて複雑であるため、ある現象を流砂機構の面から合理的に扱おうとした例は少ない。たとえば、河川に見られる種々の河床形態は個々の砂粒子の水流による運動の集積として存在しているのであるから、流砂特性と河床変形特性の間の相互関係に注目した研究が必要になる。中川・辻本ら¹⁾はこの点に着目し、流量変化に対する河床波の変形過程を対象として、主として流量急減後の河床波の崩壊過程に対して実験的、理論的検討を行って流砂過程と河床形状のスケールおよびその分布性状との相互関係を示した。また、著者ら^{2),3)}は混合砂河床における河床波は一様砂の場合に比べてその発達を抑えられることに着目し、砂粒子の分級と河床波の発達過程の相互作用について検討した。その結果、発達過程では分級によって相対的に露出した粗砂が主要な役割を担い、河床波の幾何学的スケールを規定する代表粒径になっていること、また、この代表粒径は平均粒径の2倍程度で、これを用いることによって河床波の規模が適切に評価し得ることを示した。このように、混合砂河床では従来のような平均粒径等の単一の砂粒子径のみに着目した検討だけでなく、粗・細砂の効果をも考慮した検

* 正会員 工博 舞鶴工業高等専門学校講師 建設システム工学科
(〒625 京都府舞鶴市白屋 234)

** 正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科
(〒525 滋賀県草津市野路町 1916)

討が必要であるといえる。以上のような流砂特性と河床形状特性の相互関係に関する研究を背景として、本研究では混合砂河床を対象として、流量変化に対する河床波の変形過程を扱う。研究の主眼は混合砂が分級を通して河床波の変形にどのような影響を及ぼすかを明らかにすることにある。すなわち、流量が変化すると河床波はそれに応じて成長、減衰または崩壊するが、それぞれの過程における代表粒径は必ずしも同じではなく、砂粒子の分級に付随して異なったものになると考えられる。そこで、本研究では河床波の幾何学的スケールの時系列的な追跡と砂粒子の分級性状から、河床波の変形に及ぼす粗・細砂の役割について検討する。

2. 実験の概要

実験は長さ 9 m、幅 0.2 m のアクリル製可変勾配水路を用いて行った。本研究は混合砂河床における河床波の変形を対象としているが、これに及ぼす粗・細砂の効果を明確にするためにほぼ同一の平均粒径を有する一様砂を用いた実験も実施した。実験に使用した砂の粒度分布を図-1 示す。混合砂は平均粒径 $d_m=0.066$ cm、幾何標準偏差 $\sigma_g=\sqrt{d_{84}/d_{16}}=1.88$ を、一様砂は $d_m=0.062$ cm、 $\sigma_g=1.27$ を有する。

本実験は平坦河床から一定流量下で河床波を発達させ、河床が平衡状態に至ったのを確認した後、流量を変化させる（変化時間は零）ことによって

河床波が成長、減衰または崩壊に至る過程を対象としている。すなわち、一つの実験は発達過程（Stage1）とそれに接続する成長、減衰または崩壊過程（Stage2）からなり、Stage2 の過程によってそれぞれ Case1、Case2 および Case3 と呼ぶ。実験中は所定の時刻に水位を測定し、その直後に停水して河床位を測定した。本研究では河床波の形状を波長と波高で代表させているが、これらの測定は trough-to-trough 法によって行った。また、混合砂河床の場合には河床波の変形に伴う砂粒子の分級状況を把握するため、停水ごとに河床波表層の砂を最大粒径程度採取するとともに、クレスト部に対しては表層下の貯留層の砂も採取した。これらの測定の後再び通水を開始し、この一連の測定を各 Case とも 10～13 回繰り返した。また、流砂量を測定するために、水路下流端から流出する砂を適時採取した。なお、河床の平衡状態は河床波が著しく変形しない安定な状態にあり、給砂量と流出砂量がほぼ等しく、また、混合砂の場合にはそれらの粒度分布もほぼ等しいことによって確認した。

表-1は各 Case における各過程終了時点の水量を示している。表中、 h_m は平均水深、 I_e はエネルギー勾配、 F_r は Froude 数、 u_* は摩擦速度、 R_{e*} は砂粒 Reynolds 数 (u_*d_m/ν)、 τ_* は無次元掃流力を示す。なお、本研究は lower regime 領域を対象としており、全粒径階の砂粒子に対して transition 領域に入らないように条件が設定されている。

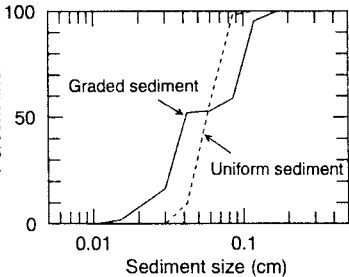


図-1 使用砂の粒度分布

表-1 実験条件

Case	Run No.	Sand	Stage	h_m (cm)	I_e ($\times 10^{-3}$)	F_r	u_* (cm/sec)	R_{e*}	τ_*
1	U-DG1	Uniform	発達	5.08	2.51	0.56	3.53	21.9	0.124
			成長	9.71	2.34	0.42	4.72	29.3	0.222
	M-DG1	Graded	発達	4.76	2.54	0.62	3.44	22.8	0.110
			成長	7.90	2.57	0.58	4.46	29.6	0.185
2	U-DA1	Uniform	発達	9.71	2.36	0.42	4.74	29.4	0.224
			減衰	5.40	2.79	0.51	3.84	23.8	0.147
	M-DA1	Graded	発達	8.14	2.62	0.55	4.57	30.3	0.194
			減衰	4.84	2.49	0.60	3.44	22.8	0.110
3	U-DC1	Uniform	発達	8.09	2.39	0.56	4.35	27.0	0.189
			崩壊	2.68	2.18	0.58	2.39	14.8	0.057
	M-DC1	Graded	発達	7.59	2.70	0.61	4.48	29.7	0.187
			崩壊	2.51	2.32	0.64	2.39	15.9	0.053

3. 河床波の変形性状と形状特性

河床波の波長および波高の平均値とそれらの標準偏差の時間的変化を図-2～図-4 に示す。図-2 は発達・成長過程（Case1）に関する結果で、発達過程では混合砂の場合は波長、波高とも一様砂に比べ短時間で一定値に達し、最終段階では一様砂の 1/2 程度に抑えられていることがわかる。成長過程ではその初期において若干相違があるものの全体としての変化状況は発達過程と同様で、本実験のように成長過程で形成される河床波が発達過程のもの

のに比べて十分大きい場合には発達過程の履歴にほとんど無関係な成長過程を示すことが認められた。図-3は発達・減衰過程 (Case2) に関する結果で、発達過程では波長、波高とも Case1 と同様、一様砂に比べて短時間で一定値に達し最終段階では波長は一様砂の 1/3 程度に、波高は 1/2 程度に抑えられている。その後の減衰過程では波長は一様砂では徐々に減少して行くものの、混合砂の場合はほとんど変化しないことがわかる。また、波高も一様砂の場合に比べて混合砂の場合の減少量は小さい。なお、平衡状態の波長は両過程とも一様砂では水深の 5 倍程度で、Yalin⁴⁾が示した結果に近い値を示すが、混合砂では 2~2.5 倍程度であることが確かめられている。図-4は発達・崩壊過程 (Case3) に関する結果で、発達過程では混合砂の場合の波長は通水初期において一様砂の場合よりも大きい値を示し短時間で一定値に達しているが、その後の発達は緩やかで平衡状態では混合砂、一様砂いずれの場合でも水深の 4~6 倍程度で両者に顕著な差異は認められない。一方、波高は混合砂の場合は波長と同様短時間で一定値に達しているが、その後増加せず一様砂の 1/2 程度に抑えられている。崩壊過程に入っても波長は混合砂、一様砂ともほぼ一定値を保っている傾向にある。一方、波高は両者とも減衰して崩壊に至っているものの、とくに混合砂の場合は一様砂に比べて短時間で崩壊していることがわかる。ただし、混合砂の場合には発達過程の残存河床波の崩壊に伴って新たに細砂からなる砂漣状の河床波 (図中◎記号) が形成された。図中には残存河床波と砂漣状河床波を区別して示しているが、残存河床波が全て崩壊した後は砂漣状河床波のみが残った。なお、一様砂に関しては平衡状態にある河床波の波長、波高は従来提案されている推定式によってほぼ適切に評価し得ることが確かめられている。

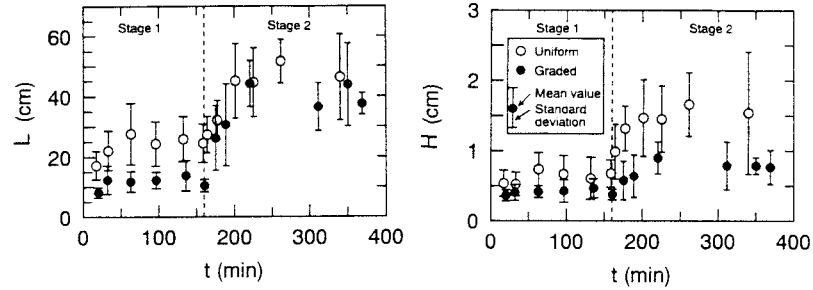


図-2 波長、波高の時間的変化 (Case1)

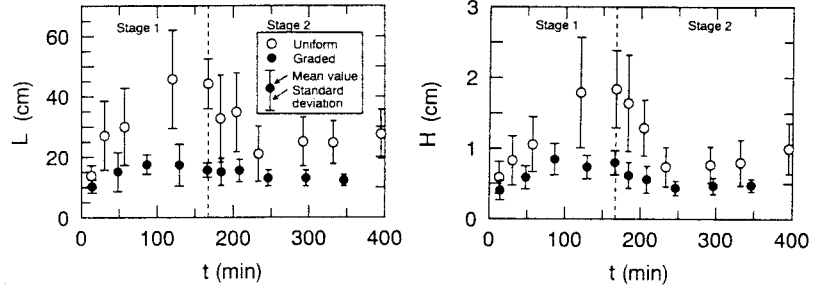


図-3 波長、波高の時間的変化 (Case2)

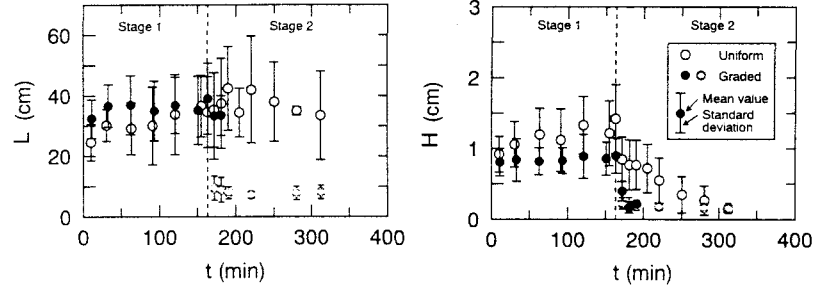


図-4 波長、波高の時間的変化 (Case3)

図-5に河床波の変形に関わる時間スケールを示す。この整理法は Yalin・Bishop⁵⁾が発達時間に対して行ったもので、図中の実線は中川・辻本⁶⁾による算定式である。なお、便宜上、成長、減衰および崩壊に対しても図中に描点した。同図より、発達に要する時間スケールは τ_*/τ_{*c} の増加に伴って一様に減少しているが、より詳細には

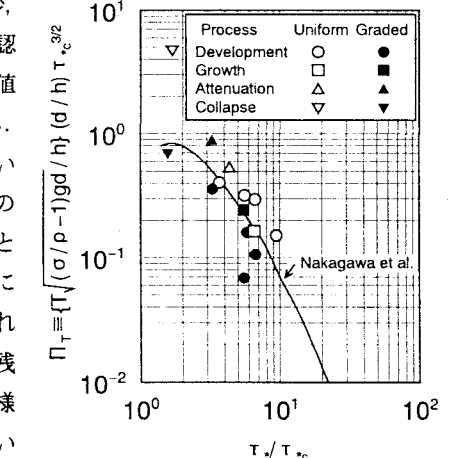


図-5 河床波の変形時間スケール

一様砂に比べて混合砂の方の時間スケールが小さい傾向がある。このことから、従来の検討におけるデータのばらつきは砂粒子の混合の影響であると推察される。また、データが少ないので明確ではないが、減衰に要する時間スケールは一様砂の方が大きいものに対して、崩壊では混合砂の方が大きく、混合砂と一様砂で相違が認められる。ただし、

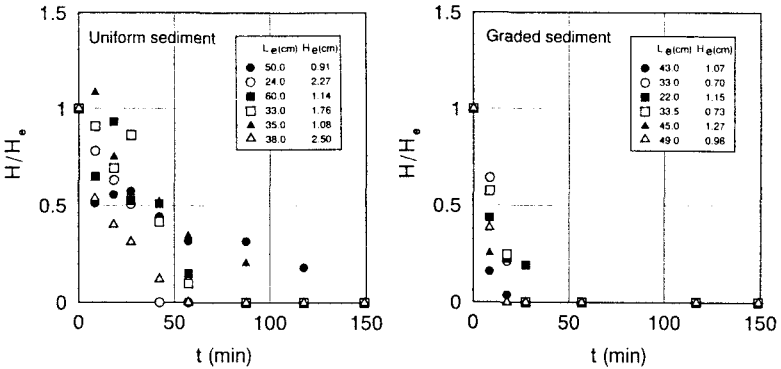


図-6 個々の河床波の波高の減衰過程

この点に関してはデータの蓄積も含め、さらに検討が必要である。

さて、上述の河床波の減衰過程と崩壊過程の基本事象はいずれも残存河床波の埋め戻しであるといえる。しかし、減衰過程と崩壊過程の違いは流量急減後の砂粒子の運動性、すなわち、河床波が形成されるほど砂粒子が活発に運動しているか否かに依存していて、流量急変後の水理条件がなお河床波が形成されるようなものである場合、平均波長や平均波高の減少は埋め戻しによって波長や波高が減少した個々の残存河床波と新たな水理条件に応じて形成される河床波とが混在していることによるものである。これに対して、河床波が形成されないような水理条件の場合、

流砂は残存河床波の埋め戻しにのみ働くことになる。さらに、埋め戻しに要する時間は個々の河床波のスケールに依存しているので図-4 のような平均値の議論の他に個々の河床波に着目した検討も必要である。そこで、一つ一つの河床波の波高の変化過程を図-6 に示す。図中、 L_e 、 H_e は発達過程の最後における値を示している。これより、個々の波の波高が指数関数的に減少し、また一様砂に比べて混合砂の場合はかなり短時間で崩壊に至っていることがわかる。

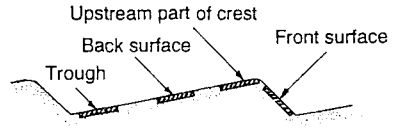


図-7 表層砂の採取位置

以上のように、ほぼ同一の平均粒径を有する河床砂であっても混合砂と一様砂では河床波の変形に関してかなり異なった性状を示すことがわかる。これは従来のような平均粒径等の単一の粒子径のみに着目した扱いでは必ずしも十分ではないことを示唆しており、とくに混合砂の場合には粗砂や細砂の効果を考える必要があるといえる。すなわち、混合砂河床では砂粒子の分級とこれが河床波の変形に及ぼす影響を検討することが必要になる。

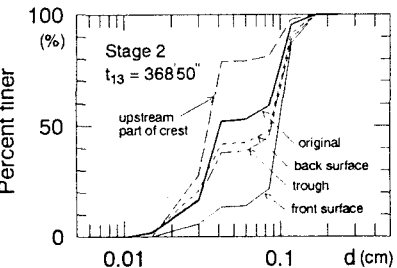
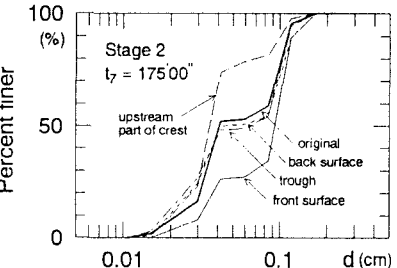
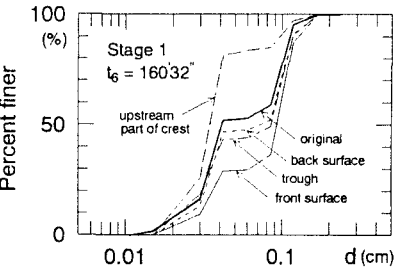


図-8 表層粒度の時間的変化(Case1)

4. 河床波の変形に及ぼす砂粒子の分級効果

河床波の変形に伴う河床表層砂の粒度分布の時間的変化を図-8～図-10 に示す。これらはいずれも図-7 に示す4つのパートから採取されたものである。いずれの図も(a)は発達過程の最終状態を示し、(b)および(c)はそれに続く変形開始後の初期状態および最終状態に対応している。

図-8 は発達・成長過程 (Case1) における結果を示している。発達過程の最終状態(a)では河床波の前面で粗粒化し、クレストの上流側で細粒化していることがわかる。また、背面中央およびトラフ部では給砂の粒

度分布に近くなっている。発達過程におけるこのような分級現象は河床波背面での、池田⁷⁾が示した粗砂の露出効果と減摩効果および粗砂の移動による細砂の連行効果によるものであると考えられる。すなわち、河床波前面の粗粒化はその背面で相対的に露出した粗砂が細砂よりも高速で移動し、その前面に堆積することによってもたらされるもので、これに付随してクレストの上流側は細粒化することになる。この現象は河床波の発達の初期段階から見られ、とくに前面の粗粒化は河床波の発達とともに進行する。また、鈴木⁸⁾や著者ら²⁾が明らかにしたように、混合砂河床では河床波の波高に対して粗砂の効果が大きく、これが発達過程での波高の増加を抑制する方向に働いている。この

ため、平衡状態の波高は低く抑えられているといえる。しかし、発達過程において波長の増加が抑えられたことに及ぼす砂粒子の効果は明らかではない。さて、成長過程に入ると河床波前面の粗粒化はさらに進行することがわかる。これは流量増加による掃流力の増加によって砂粒子がより活発に運動し、上述の粗砂に対する露出効果と減摩効果および細砂に対する連行効果がより促進されたためであると考えられる。したがって、河床波の成長は粗砂の運動性の活性化とそれによる河床波前面の粗粒化の進行に密接に関係しており、また、発達過程と同様、粗砂による波高の抑制効果が働いているといえる。

図-9は発達・減衰過程における結果である。発達過程の最終段階の状況はCase1と同じで、減衰過程に入っても発達過程で形成された分級は維持されている。しかし、より詳細に見ると河床波前面の粗粒化が若干減衰していることがわかる。これは流量減少による掃流力の低下によって砂粒子の運動性が低下し、粗砂に対する露出効果や減摩効果が減衰するため、河床波の前面への粗砂の供給が抑えられるためであるといえる。もっとも細砂の運動性も低下するが、掃流力の大きなクレスト部に存在しているため、減衰過程で起こる残存河床波の埋め戻しと新たな河床波の発達は粗砂よりも細砂によって促進される傾向が強いと推察される。事実、実験の観察によると新たに発達した河床波は主として細砂からなる砂漣状のものであった。ただし、減衰過程では残存河床波の埋め戻しと新たな河床波の発達が共存しているため流砂現象はかなり複雑で、今後より詳細な検討が必要である。

図-10は発達・崩壊過程の結果で、発達過程で形成された分級は崩壊過程に入ると河床波前面の粗粒化は急激に減衰(b)し、残存河床波の崩壊後には粗粒化域は認められなくなることがわかる。これは掃流力の低下による粗砂の運動性の低下によってクレスト前面への粗砂の供給が減少するためである。したがって、崩壊過程の初期段階では残留河床波の

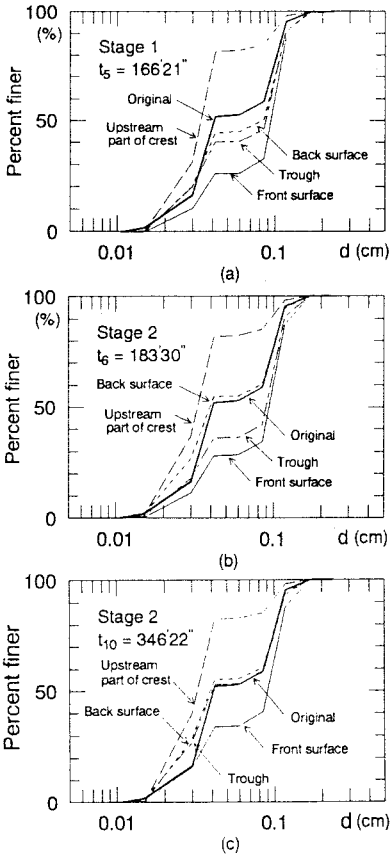


図-9 表層粒度の時間的変化(Case2)

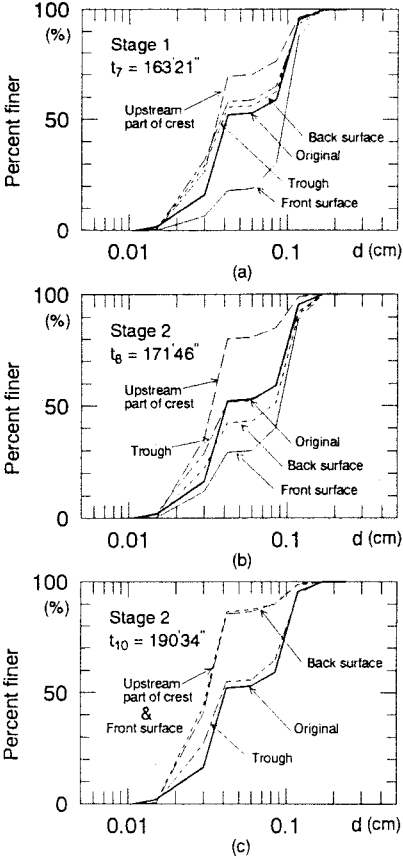


図-10 表層粒度の時間的変化(Case3)

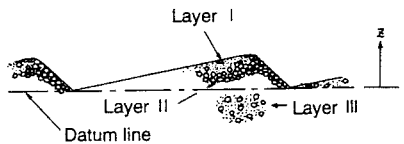


図-11 クレスト部下層の採砂層

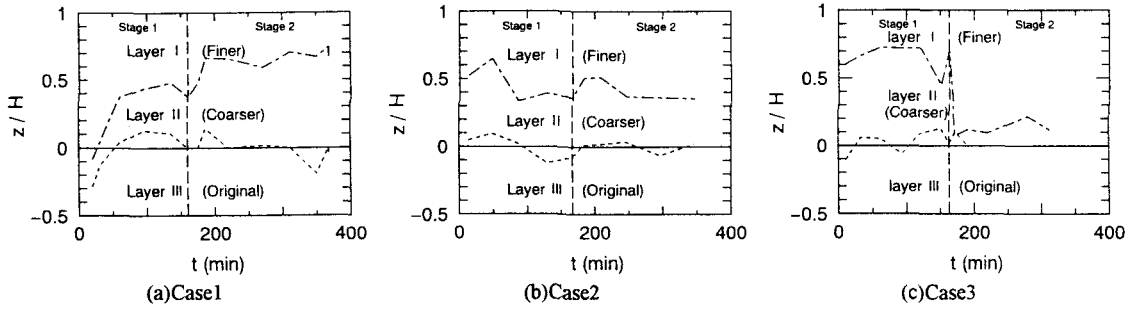


図-12 クレスト部下層の粒度構成の時間的变化

クレスト部の細砂が河床波の前面に堆積し、これによる埋め戻しを開始される。その後の埋め戻しは上流側より流送される粗・細砂によって行われるが、同時に比較的活発に移動する細砂によって砂漣状の河床波(c)が形成される。このように、流量減少に伴う河床波の崩壊にはまず細砂による埋め戻しが寄与し、残存河床波の波高が一樣砂のそれよりも低いことと相まって一樣砂の場合よりも早く崩壊に至ったものと考えられる。それゆえ、混合砂河床での河床波の崩壊過程では細砂が主要な役割を担っていると推察される。ただし、崩壊過程の最終段階では河床全体が上述の砂漣状の河床波で覆われているわけではなく、平坦化して元河床に近くなっている部分もかなり存在し、水路下流端で採取された流砂の粒度分布は両過程を通じて給砂のそれに近いことが確認されている。

図-12はクレスト部下層の粒度構成の時間的变化を示したものである。図中の各層の区分は目視によって粒度分布が同じであると判断される層を一つの粒径集団と見なし、図-11に示すように表層から layer I, layer II および layer III としたものである。縦軸の z/H は各停水時刻における着目河床波の波高 H に対する、トラフ位置を示す基準線からの高さ z の比で、 $z/H=0$ はトラフを、 $z/H=1$ はクレストを示す。また、(a)は発達・成長過程 (Case1)、(b)は発達・減衰過程 (Case2)、(c)は発達・崩壊過程 (Case3) である。いずれのケースでも発達過程では細粒化層—粗粒化層—初期層といった互層が形成されている。(a)の成長過程にはいると粗粒化層の割合が増加し、細粒化層の割合は減少することがわかる。これは流量増加に伴う掃流力増加による流砂運動の活発化によって分級がさらに進行したためで、河床波の成長に粗砂の影響が大きいことを示唆している。また、(b)の減衰過程では顕著な変化は認められないが、(c)の崩壊過程では粗粒化層の割合は急速に減少し、残留河床波の崩壊後はほとんど細砂のみで占められていることがわかる。これは流量減少に伴う掃流力の低下によって粗砂の運動性が低下し、残留河床波の埋め戻しが主として細砂によって行われたことを示している。

5. 水深および流砂量の推定

移動床流れ場では、流量変化に対して河床形状、水深および流砂量の変化が相互に作用し合う系を成しているが、河床波を対象とした場合、河床波の変形に対する流れの応答が流れの変化に対する河床波の変形の応答に対して十分早いと見なせるので、時々刻々の河床波形状に応じて抵抗則、流砂量式を適用して水深、流砂量の時間的変化を算定しても系のバランスをそれほど崩すことにはならない。ただ、現段階では混合砂河床にも適用可能な波長、波高の変化速度式ができていないのでここでは測定値を用いることにし、流量と勾配を与えて水深と流砂量の算定の可能性について検討する。摩擦抵抗、形状抵抗および抵抗則はそれぞれ次式⁹⁾を用いる。

$$\tau' = \frac{4}{7} \Pi' \left(\frac{h_m}{k_s} \right)^{-1/4} \rho u_m^2 \quad (1)$$

$$\tau' = \frac{1}{2} C_D \Lambda \rho u_m^2 \quad (2)$$

$$\frac{u_m}{u_*} = \left\{ \frac{4}{7} \Pi' \left(\frac{h_m}{k_s} \right)^{-1/4} + \frac{1}{2} C_D \Lambda \right\}^{-1/2} \quad (3)$$

ただし、 $\Pi' = 0.0125 B'^2 C^{1/4}$ 、 $B' = (1 - \zeta/2)^{-1} \xi^{-1/8} (1 - n\lambda)^{3/8} (1 + \lambda^2)^{3/16}$ 、 $C \approx 20.7 + 80\lambda / (F_r \cdot B)^2$ 、 $B = (1 - \zeta/2)^{-1}$

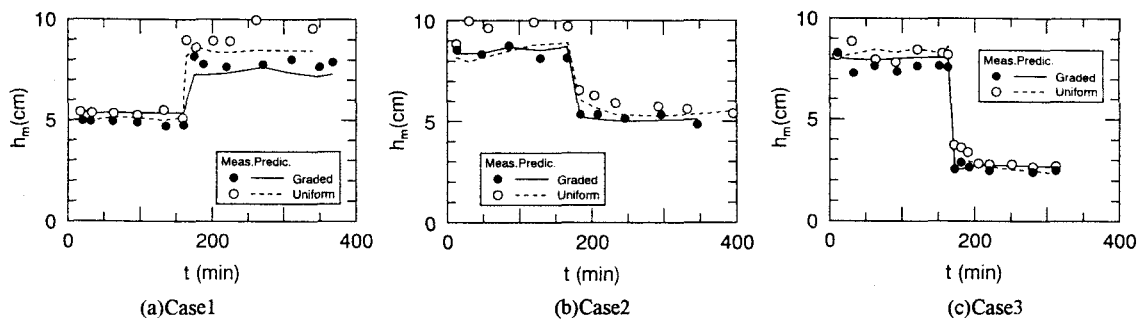


図-13 水深の時間的変化の算定結果

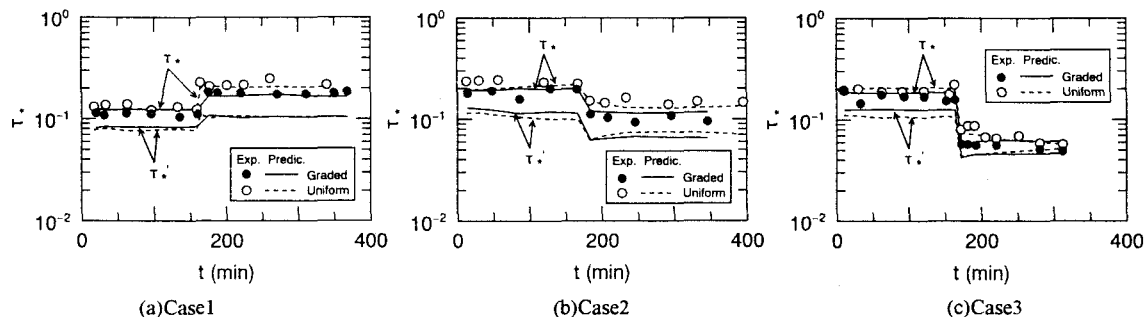


図-14 無次元掃流力の時間的変化の算定結果

$\times \{\xi(1-n\lambda)\}^{-1/2}$, $C_D = \{4(1-4\lambda)(2+\zeta)\} / [(2-\zeta)^2\{2+(1-8\lambda)\zeta\}][2(1-4\lambda)\zeta / \{2+(1-8\lambda)\zeta\} + 0.13]$, $\Lambda = \lambda / (1+\zeta/2)$, $\zeta = \Delta / h_m$, $\xi = L / h_m$, $\lambda = \Delta / L$, $n = L_s / \Delta$. ここに、 k_s は等価砂粗度で粒径の2倍、 L_s はクレスト直下流の剥離域の長さである。

上述したように、発達過程および成長過程では粗砂が、減衰過程および崩壊過程では細砂が主要な役割を担っていると考えられるので、等価砂粗度に用いる粒径は発達過程および成長過程に対しては $2d_m$ ²⁾、減衰過程および崩壊過程に対しては必ずしも明らかではないが、細砂に相当する砂粒子径としてここでは $0.5d_m$ とした。

図-13は水深の時間的変化の算定結果を測定値と比較したものである。Case1の成長過程とCase2の発達過程における一樣砂の計算水深に測定値との差が大きく出ているが、それ以外は良好であると見なせる。したがって、河床波の波長、波高の変化過程を適切に評価することができれば実用上十分な精度で抵抗の予測が可能であるといえる。

図-14は平均粒径で無次元化した無次元掃流力の時間的変化の算定結果を実験結果と比較したもので、かなり良好に算定されているといえる。また、同図には無次元有効掃流力の計算値も併せて示されているが、いずれのCaseでも全抵抗に占める摩擦抵抗の割合は一樣砂に比べて混合砂の方が大きく、全抵抗の大小が必ずしも摩擦抵抗にそのまま反映されるわけではないことが理解できる。なお、著者ら¹⁰⁾は平衡状態にある河床波の全抵抗に占める摩擦抵抗の割合を一樣砂河床と混合砂河床で比較した結果、前者では0.4~0.5程度であるのに対して後者では0.6~0.7程度であることを明らかにしている。

図-15は図-14の無次元有効掃流力を用いてMeyer-Peter・Müller型の流砂量式¹¹⁾によって流砂量を算定した結果を示したものである。計算結果と測定結果の適合性はあまり良くないが、測定流砂量が水路下流端のものであるのに対して、計算流砂量は水路内のものであることに注意する必要がある。すなわち、流砂の一部が河床波の埋め戻しに使われる減衰過程や崩壊過程では、水路内流砂量から埋め戻しに使われる流砂量を差し引いた分が水路下流端から流出すると考えられるので、とくに(c)の崩壊過程では計算流砂量と実測流砂量の差が埋め戻しに使われた流砂量に相当しているといえる。

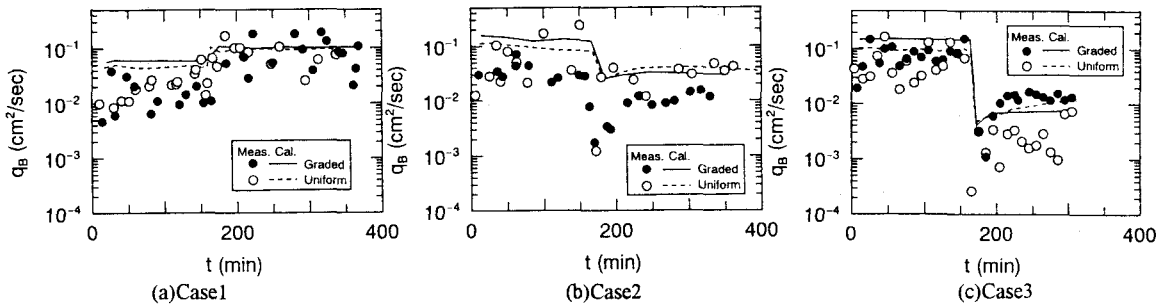


図-15 流砂量の時間的変化の算定結果

6. 結 言

本研究は砂粒子の運動機構と移動床系を合理的かつ体系的に評価するための研究の一環として行われたもので、混合砂が lower regime における河床波の変形に対してどのような影響を及ぼすのかを実験的に検討したものである。本研究によって得られた結果を以下に要約する。

- (1) 平均粒径が同じであっても混合砂と一様砂では河床波の変形過程および形状特性にかなりの相違が見られ、従来のような単一粒径にのみ着目した扱いでは必ずしも十分ではないことを示した。したがって、混合砂河床では粗砂や細砂が河床波の変形に及ぼす影響を明らかにすることが重要であることを指摘した。
- (2) 河床波の変形に伴う砂粒子の分級性状の分析から、発達および成長過程では粗砂が、減衰および崩壊過程では細砂が主要な役割を担っていることを示した。
- (3) 上記の結果をもとに、等価砂粒度に用いる粒径を発達、成長過程に対しては $2d_m$ 、減衰、崩壊過程に対しては $0.5d_m$ として水深、掃流力および流砂量の時間的変化を算定した。その結果、流砂量についてはさらに検討の余地があるものの、水深と掃流力についてはおおむね良好な結果が得られた。

以上のように、本研究では河床波の変形過程における粗・細砂の役割について検討し、各変形過程に応じて主要な役割を果たす砂粒子径を用いれば混合砂河床であっても抵抗予測が適切に行える可能性のあることを示した。しかし、今後に残された課題もあり、とくに混合砂を意識した河床波の波長、波高の変化速度式の確立は移動床流れ場を体系的に評価するために必要不可欠である。

最後に、本研究は文部省科学研究費（奨励研究(A)：05750492）の補助を受けて行われた。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 中川博次, 辻本哲郎, 矢田 篤: 河床形状と流砂の相互関係と河床波の変形過程について, 京都大学防災研究所年報, 第 21 号 B-2, pp. 385-405, 1978.
- 2) 三輪 浩, 大同淳之: 河床粒子の分級と河床波の形成過程の相互作用に関する実験的研究, 水工学論文集, 第 35 巻, pp. 403-410, 1991.
- 3) Miwa, H and Daido, A.: Sand wave development with sediment sorting, *Journal of Hydrosience and Hydraulic Engineering*, JSCE, Vol. 10, No. 2, pp. 39-50, 1992.
- 4) Yalin, M.S.: Geometrical properties of sand waves, *Journal of Hydraulics Division*, ASCE, Vol.90, No.HY5, pp.105-119, 1964.
- 5) Yalin, M.S. and Bishop, C.T.: On the physical modeling of dunes, *Proceedings of XVII Congress*, IAHR, Vol.1, Paper A-4, 1977.
- 6) 中川博次, 辻本哲郎: Lower Regime における非定常移動床流れ場の抵抗の遅れ性状, 第 25 回水理講演会論文集, pp. 1-7, 1981.
- 7) 池田 宏: 二粒径混合砂礫の流送に関する水路実験, 筑波大学水理実験センター報告, No. 8, pp. 1-15, 1984.
- 8) 鈴木幸一, 道上正規: Dune の波高およびそれに及ぼす混合砂礫の影響について, 第 23 回水理講演会論文集, pp. 151-156, 1979.
- 9) 大同淳之, 三輪 浩, 矢野定男: 河床波の平衡波高, 第 50 回土木学会年次学術講演会概要集 II (A), pp. 490-491, 1995.
- 10) 三輪 浩, 大同淳之: 混合砂河床における河床波を有する移動床流れ場の抵抗評価と河床波の移動速度の算定法, 舞鶴工業高等専門学校紀要, 第 30 号, pp. 55-61, 1995.
- 11) Meyer-Peter, E. and Müller, R.: Formulas for bed-load transport, *Proceedings of II congress*, IAHR, pp. 39-64, 1948.