

河床構成粒子群との相互作用を考慮した 流砂の流動過程の数値解析

Interaction between Transported-Sediment Particle and Bed-Material Particles

後藤仁志*・酒井哲郎**

By Hitoshi GOTOH and Tetsuo SAKAI

Lagrangian simulation is one of the most effective tools for analyzing the detail mechanism of sediment transport. In the previous Lagrangian simulation, the motion of sediment particle was traced on the fixed bed in which bed material particles were irregularly arranged. While, in this study, bed-material particles are treated as granular material by using Distinct Element Method, or DEM, to describe particle/particle interaction. The velocity profile of the moving particles and the existing-height probability of sediment particle, or sediment concentration, are calculated based on the simulated motion of sediment particles by DEM to consider the physics of particle/particle interaction especially in the neighborhood of bottom movable boundary.

Key Words: movable bed, bed-material particle, velocity profile, distinct element method

1. まえがき

流砂の Lagrange 型のシミュレーションは、不規則性を伴う砂粒子運動の素過程を詳細に記述できるため流砂力学の有効なツールであるが、既往の研究では水流に取り込まれて比較的高速で移動する砂粒子（掃流粒子、浮遊粒子）の流動のみが解析対象とされ、河床構成粒子群の流動は直接的には考慮されてこなかった。言い換えると、河床構成粒子群は固定境界として扱われ、運動中の砂粒子と河床構成粒子群との衝突過程で生じる河床構成粒子のずれ動きが運動中の砂粒子に与える影響は、固定壁（仮想反発面）との非弾性衝突モデル中に含まれる反発係数を通じて近似的に表現され、反発係数はモデル定数として経験的に処理されてきた。河床境界の取り扱いがこのような簡略化されてきたのは、粒子間相互干渉を考慮しながら多数の粒子を同時に Lagrange 的に追跡するためには膨大な計算量が必要であったためであるが、近年の計算機の演算性能の向上と Cundall & Strack¹⁾ の個別要素法をはじめとする粒状体解析手法の発達により、底面での衝突・反発過程の直接解析が行われるようになってきた（三島・秋山・土屋²⁾、Haff & Anderson³⁾）。

著者ら⁴⁾もこれまで、表層をせん断される砂層の流動過程を個別要素法を用いて解析してきたが、海岸漂砂におけるシートフローを念頭に置いて高いせん断力の作用下での流動に限定した議論であった。著者らの

* 正会員 工博 京都大学講師 大学院工学研究科土木工学専攻
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 京都大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻

既往の解析では、所与のせん断力を砂層表層付近の砂粒子に割り振る方法で砂層の流動を生じさせていたが、本研究ではこの点を改善し、流体と砂粒子の速度差に起因する抗力を駆動力とした。さらに、流体流速の変動を乱数発生により数値的に模擬して、砂粒子の移動限界付近から掃流、浮遊に至るまでの掃流力の増加とそれに対する砂粒子群の応答を系統的に計算するフレームワークを提示し、数値解析を実施した。

2. シミュレーションモデル

2.1 個別要素法の基礎式

ここでは、鉛直2次元場を対象として、砂粒子は、砂粒径の幅を隔てて鉛直に立てられた2枚の平板間に拘束された均一径 d の剛体球によりモデル化される。個別要素法では砂粒子間の相互作用は弾性スプリングと粘性ダッシュポットにより表現され、各砂粒子の運動方程式が陽解法で解かれて砂粒子の運動が追跡される。

(a) 砂粒子の運動方程式

砂粒子 i の並進および回転の運動方程式は、

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_{pi}}{dt} = \sum_j \left\{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \right\}_j + \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U+u-u_{pi})^2 + (v-v_{pi})^2} (U+u-u_{pi}) A_2 d^2 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_{pi}}{dt} = \sum_j \left\{ -f_n \sin \alpha_{ij} + f_s \cos \alpha_{ij} \right\}_j + \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U+u-u_{pi})^2 + (v-v_{pi})^2} (v-v_{pi}) A_2 d^2 - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \quad (2)$$

$$\frac{\pi d^5}{32} \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \cdot \sum_j \{ f_s \}_j \quad (3)$$

で与えられる。ここに、 x, y ：斜面方向の座標軸とそれに直交する座標軸、 ρ ：水の密度、 σ ：砂粒子の密度、 C_M ：付加質量係数 ($C_M=0.5$)、 A_2, A_3 ：砂粒子の2次元・3次元形状係数（球を想定し、 $A_2=\pi/4$, $A_3=\pi/6$ ）、 d ：砂粒径、 u_{pi}, v_{pi} ：砂粒子 i の x, y 方向の移動速度、 f_n, f_s ：砂粒子 i, j 間の法線(n)および接線(s)方向の作用力、 α_{ij} ：砂粒子 i, j の接触角、 C_D ：抗力係数 ($C_D=0.4$)、 U ：主流方向 (x 方向)の流速、 u, v ： x, y 方向の流速の変動成分、 g ：重力加速度、 ω_{pi} ：砂粒子 i の角速度である。これらの運動方程式が逐次数値積分され、砂粒子群の運動が追跡される。

(b) 砂粒子間の作用力の算定

各粒子の接点には、法線方向および接線方向に弾性スプリング（ばね定数 k_n, k_s ）および粘性ダッシュポット（減衰定数 η_n, η_s ）を配置して相互作用を表現する。局所座標系 $n-s$ における要素 i, j 間の法線および接線方向の作用力 f_n, f_s は、

$$f_n(t) = e_n(t) + d_n(t) \quad ; \quad f_s(t) = e_s(t) + d_s(t) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} e_n(t) &= \min \{ e_n(t - \Delta t) + k_n \cdot \Delta \xi_n, e_{nmax} \} & d_n(t) &= \eta_n \cdot \Delta \dot{\xi}_n \\ e_s(t) &= \min \{ e_s(t - \Delta t) + k_s \cdot \Delta \xi_s, e_{smax} \} & d_s(t) &= \eta_s \cdot \Delta \dot{\xi}_s \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

と書ける。ここに、 e_n, e_s ：法線および接線方向のばねによる抗力、 d_n, d_s ：法線および接線方向のダッシュポットによる抗力、 $\Delta \xi_n, \Delta \xi_s$ ：時間 Δt 間の法線および接線方向変位である。また、塑性的挙動すな

わち実現現象の3次元性と関連した粒子間の噛み合わせ効果（すなわち、計算面を横切る方向への砂粒子のずれ動き）を表現するため、ばねによる抗力に上限値 $e_{n\max}, e_{s\max}$ を設けた。さらに、法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントを、接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイントをそれぞれ配置した。これらのジョイントの効果は、次式で与えられる。

$$f_n(t) = f_s(t) = 0 \quad \text{when } e_n(t) < 0 \quad (6)$$

$$f_s(t) = \mu \cdot \text{SIGN}(e_n(t), e_s(t)) \quad \text{when } |e_s(t)| > \mu \cdot e_n(t) \quad (7)$$

ここに、 μ ：動摩擦係数、 $\text{SIGN}(a, b)$ は $|a|$ に b の符号を付けることを意味する。

(c) 流体流速の時系列の模擬

流体流速の時系列の模擬には、最も簡便で一般的な方法すなわち単純 Monte Carlo 法を用いる（例えば、関根ら⁵¹⁾）。単純 Monte Carlo 法では、砂粒子周囲の変動流速は乱れ強度と関係付けられ、次式で表現される。

$$u(t) = r_u \cdot \sqrt{u_*^2} \quad ; \quad v(t) = r_v \cdot \sqrt{v_*^2} \quad (8)$$

ここに、 r_u, r_v ：異なる時系列に従う標準正規乱数（平均：0.0、標準偏差：1.0）であり、2つの時系列の関係は、2次元確率密度関数 $f(r_u, r_v)$

$$f(r_u, r_v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r_u^2}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sqrt{1-\gamma^2}}} \exp\left\{-\frac{(r_v - \gamma \cdot r_u)^2}{2(1-\gamma^2)}\right\} \quad (9)$$

により規定される。ここに、 γ ：2つの時系列間の相互相関係数である。なお、2次元確率密度関数 $f(r_u, r_v)$ は、周辺分布関数と条件付き確率密度関数に分割して記述され、さらに簡単な変数変換を経て、2つの時系列は、独立した2つの標準正規乱数(ξ_r, ξ_r)と次の関係にあることが示される。

$$r_u = \xi_r \quad ; \quad r_v = \gamma \cdot \xi_r + \sqrt{1-\gamma^2} \cdot \xi_r \quad (10)$$

さらに、乱れ強度は欄津⁶¹⁾の式

$$\frac{\sqrt{u_*^2}}{u_*} = 2.30 \exp\left(-\frac{y}{h}\right) \quad ; \quad \frac{\sqrt{v_*^2}}{u_*} = 1.27 \exp\left(-\frac{y}{h}\right) \quad (11)$$

で与え（ h ：水深、 u_* ：摩擦速度）、2つの時系列間の相互相関係数 γ は、Reynolds応力分布と関係付けて、

$$\gamma = \frac{-\overline{uv}}{\sqrt{\overline{u^2}}\sqrt{\overline{v^2}}} = 0.342 \left(1 - \frac{y}{h}\right) / \exp\left(\frac{2y}{h}\right) \quad (12)$$

と表すこととする。

2.2 初期条件および境界条件

計算領域の模式図を図-1に示す。ここでは平衡状態を想定しているので、計算の効率化を図るために側方は周期境界とし、底面は計算対象粒子と同一の粒子から成る粗面固定床とした。計算に用いた砂粒子は、粒径 $d=0.5\text{cm}$ 、比重 $\sigma/\rho=2.65$ のもので、1段の配列要素数5個で15段にわたって積み上げた後、最下層の粒子5個を固定し、表層粒子の離脱の容易さに配慮して表層の5個の粒子の内1個を取り

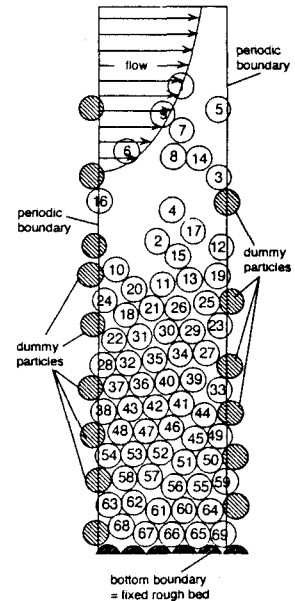


図-1 計算領域

除いて、合計74個の粒子の運動を解析対象とした。

計算を始める前に、砂粒子群の初期配置を決定するための予備計算（パッキング）を行った。具体的には、各砂粒子が僅かに非接触の状態から計算を開始して、粒子群がほぼ静止状態となった時点でパッキングの完了と判断した。パッキングの完了後に、流れを作用させて砂粒子群の運動を追跡したが、主流速は対数流速分布に従うものとし、流れ場を既知として砂粒子運動を追跡するいわゆる one-way の解析を行った。なお、モデル定数については既往の研究を参考に計算の安定性に留意しつつ、 $k_n=9.45 \times 10^6 \text{ N/m}$ 、 $k_s=2.36 \times 10^6 \text{ N/m}$ 、 $\eta_n=0.4 \text{ Ns/m}$ 、 $\eta_s=0.2 \text{ Ns/m}$ 、 $\mu=0.5$ 、 $e_{n\max}=7.5 \times 10^2 \text{ N}$ 、 $e_{s\max}=3.5 \text{ N}$ 、 $\Delta t=2.0 \times 10^{-5} \text{ s}$ と与えた。計算は、掃流力を変化させて合計4ケース実施したが、何れの場合も水深 $h=20.0 \text{ cm}$ に固定し、掃流力の増大に応じて断面平均流速を変化させ、定常状態を計算した。

3. 砂粒子群の運動特性

3.1 砂粒子平均移動速度分布

計算された砂粒子の平均移動速度分布の無次元掃流力 τ に対する変化を図-2 に示す。全ての場合に共通する特徴は、流体流速がゼロとなる初期の砂層表面（縦軸の座標原点）よりも下方に砂粒子移動速度がゼロとならない領域が存在する。このような砂粒子の流動領域は、 $\tau=0.05$ では1粒径程度の層厚であるが、掃流力の増加に伴い層厚も増加して、 $\tau=0.25$ では粒径の4ないし5倍程度に達する。ところが、 $\tau=0.25$ の場合と $\tau=1.5$ の場合とを比較するとこの領域の厚さには顕著な相違は見られない。この領域の砂粒子は流れに直接加速されるのではなく、流れに取り込まれて流動する砂粒子に衝突されることにより運動量を獲得して流動するものと考えられるが、このような流動層の層厚が掃流力の増加に対して非線形な応答を示し、底面からの無尽蔵な土砂の供給に歯止めをかけている様子が理解できる。このため移動速度分布は、初期の砂層表面から数粒径下方でゼロに漸近し、いわゆる堆積層を伴う流れの砂粒子移動速度分布となる。

次に、砂粒子が流れにより直接加速される $y/d=0.0$ より上方の

領域に着目すると、掃流力の増加に伴い砂粒子の速度と流体流速の速度差が減少し、 $\tau=1.5$ では、砂粒子がほぼ流体流速と同一の速度で流送されるようになる。一般に、掃流領域では砂粒子は底面との衝突・反発を頻繁に繰り返しつつ流送されるので運動エネルギーの損失が大きく、結果として流体流速と砂粒子平均移動速度には有為な差が生じるが、浮遊領域では砂粒子と底面との干渉頻度が減少し、砂粒子が周囲流体に追従して両者の速度差が減少することが知られている。ここで計算された砂粒子移動速度の変化過程はこのような事実とよく一致している。

3.2 砂粒子数密度分布

計算された砂粒子の数密度分布の無次元掃流力 τ に対する変化を図-3 に示す。砂粒子数密度（濃度分

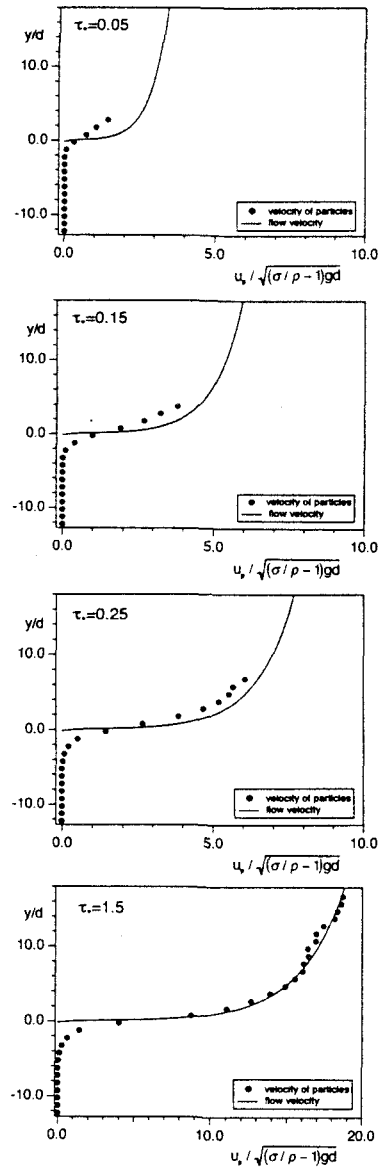


図-2 砂粒子移動速度分布

布と相似)は、 $y/d=-6.0\sim-7.0$ 以下の堆積層では一定値(最密充填状態)をとり、移動層に入ると急激に減少する傾向が全ての場合に共通して見られる。saltationがそれほど顕著でない $\tau_*=0.05$ の場合には、数密度は上方へ移動するにつれて単調に減少する。saltationが顕著な領域($\tau_*=0.15, \tau_*=0.25$)では、堆積層から上方に移動する途中でいったん減少傾向が弱まった後に再び急激な減少に転じるため、分布に肩(図中に[A]と表示)が生じるのが特徴である。更に掃流力が増加して $\tau_*=1.5$ となるとこの傾向は一層顕在化し、堆積層から上方に移動する途中で減少から増加に転じて再び急減するようになり、分布のピーク(図中に[B]と表示)が出現する。このピークの存在は、固定床上のsaltationのシミュレーションで指摘されているが、移動床では床面を構成する粒子も流動しており、固定床に見られた傾向が薄められて現れたため、本来saltationが顕著な領域で数密度に明確なピークが生じず、分布の肩の存在が確認された程度になったものと考えられる。さらに、掃流力が大きい場合($\tau_*=0.25, \tau_*=1.5$)には、数密度分布の上端付近で下に凸な曲線(図中に[B]と表示)が見られる。特に、上層部だけに注目するとnegative exponential型として知られる浮遊砂の濃度分布と同様の分布傾向となっており、浮遊粒子の存在が示唆される。このような高い掃流力の作用下では、堆積層、層状流動、saltationに代表される掃流運動、浮遊運動という異なる運動形態が支配的な領域が鉛直方向に積み重なって共存していることがシミュレーション結果から理解できる。

3.3 砂粒子運動の特性

次に、以上のような砂粒子移動速度分布と数密度分布とに見られた特性について砂粒子の運動レベルから考察する。砂粒子運動の瞬間像を $\tau_*=0.05$ および $\tau_*=0.25$ について示したのが、図-4である。 $\tau_*=0.05$ では表層付近の砂粒径の2倍程度の領域で砂粒子間間隔の大きい緩い構造が生じているのみであるが、 $\tau_*=0.25$ になると $y/d=-5.0$ 付近まで緩い構造が浸透して広範囲の領域での流動が生じている。

次に、所与の掃流力の作用下における代表的な砂粒子の移動軌跡について示したのが、図-5である。なお、この図では、掃流力の変化に応じて砂粒子の運動領域が大きく異なるため縮尺を変えて表示しているので、領域の大小関係を示すために図の一部に他の掃流力に対する表示領域を破線で示している。まず、 $\tau_*=0.05$ の場合には、初期の砂層表面付近の領域内を砂面と頻繁に接触しながら移動している砂粒子の存在が確認できる。実線で示した砂粒子は、移動途中で初期砂面以下の領域に落ち込んで暫く上下動した後に停止しており、移動粒子と河床構成粒子の交換現象が再現されている。掃流力が増加して、 $\tau_*=0.15$ になると、鉛直方向の運動領域が増大し、小刻みな跳躍を繰り返しつつ流下する砂粒子の存在が確認できる。ここでも移動途中で初期砂面以下の領域に落ち込んで停止する砂粒子がとらえられている。さらに、 $\tau_*=0.25$ になると、跳躍のスケールが大きくなり、saltationが明確化する。最後に、 $\tau_*=1.5$ になると、鉛直方向の運動領域が格段に大きくなり水深スケールの運動をする砂粒子の存在が認められる。とくに、

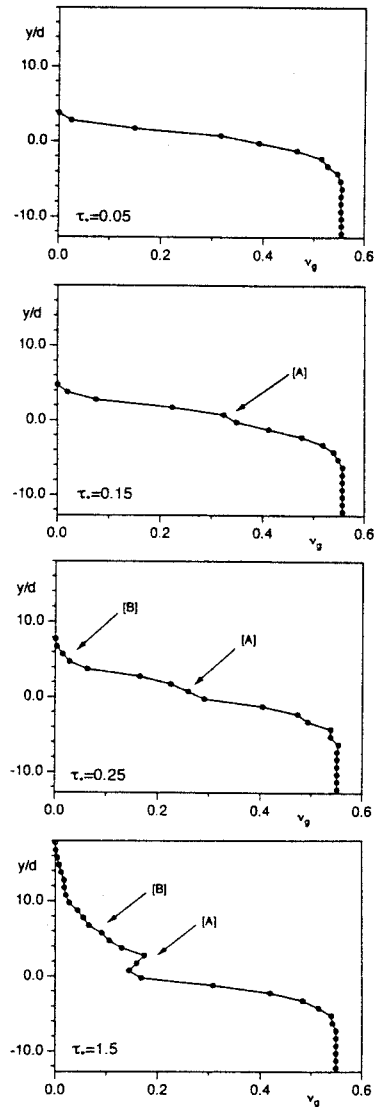


図-3 砂粒子数密度

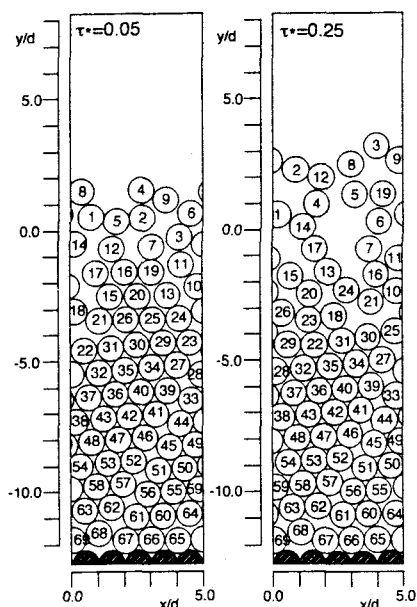


図-4 砂粒子運動のsnapshots

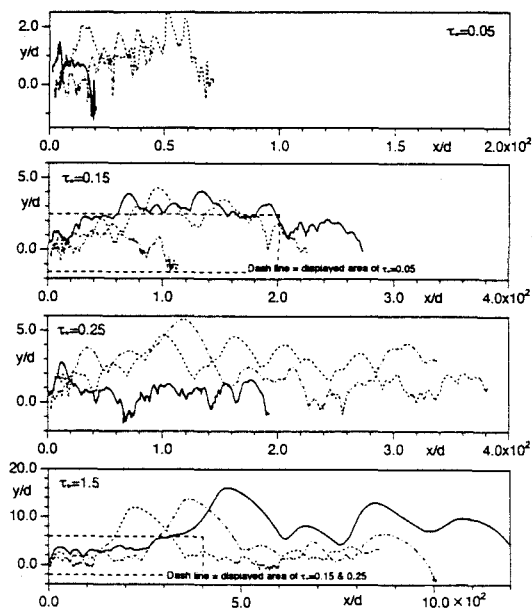


図-5 砂粒子の移動軌跡

実線で示した軌跡は、床面と非接触で他の砂粒子との衝突も無しに上下動を繰り返しており（粒子間衝突による上下動ではシャープな軌跡の折り返しが見られるが、流速変動による上下動では滑らかな軌跡となる）、乱れによって浮遊運動を行っているものと考えられる。

4. あとがき

本研究では、個別要素法を用いて流砂の数値シミュレーションを実施した。従来、不規則な凹凸を有する固定床として扱われてきた河床構成粒子群を離散的な砂粒子の集合体として詳細に取り扱った結果、河床構成粒子群が河床表面での砂粒子の衝突による運動量供給の影響で低速で層状に流動している様子が示された。さらに、高い掃流力の作用下では、堆積層、層状流動、saltationに代表される掃流運動、浮遊運動という異なる運動形態が支配的な領域が鉛直方向に積み重なって共存し、個々の領域間で砂粒子の交換が生じていることが明らかとなった。最後に本研究の遂行にあたり、文部省科学研究費（基盤研究(B)、「流体・粒子相互作用系としての波動場土砂移動の解析」、代表：東北大学・澤本正樹教授）の補助を受けたこと、および、京都大学大学院・酒井敦史君の熱心な協力を得たことを付記して、謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29, No. 1, pp.47-65, 1979.
- 2) 三島豊秋・秋山誠司・土屋義人：飛砂における砂粒の反発機構の数値解析，*海岸工学論文集*，第40巻，pp.271-275, 1993.
- 3) Haff, P. K. and Anderson, R. S.: Grain scale simulation of loose sedimentary beds: The example of grain-bed impact in aeolian saltation, *Sedimentology*, Vol. 40, pp. 175-198, 1993.
- 4) 後藤仁志・酒井哲郎：表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析，*土木学会論文集*，第521号/II-32, pp.101-112, 1995.
- 5) 関根正人・小川田大吉・佐竹宣憲：Bed Material Loadの流送機構に関する研究，*土木学会論文集*，第545号/II-36, pp.23-32, 1996.
- 6) 欄津家久：開水路乱流の乱れ強度に関する研究，*土木学会論文集*，第261号，pp.67-76, 1977.