

浮遊砂を伴う開水路流れの解析 Analysis of sediment laden open channel flow

* * *

藤崎一裕 高崎秀一

By Kazuhiro FUJISAKI and Shuichi TAKASAKI

The paper deals with a sediment laden open channel flow. Special attention is paid to damping effect of turbulence due to stable density gradient, induced by suspended sediment. Using a k- ϵ turbulence model, the sediment laden open channel flow is simulated. Numerical solutions well predict the experimental results reported so far, thus the validity of the k- ϵ model is confirmed. Damping of the turbulent eddy viscosity and turbulent length scale with increase in the local Richardson number are demonstrated. Eddy viscosity obtained with Monin-Obukhov Length model is also compared with those of the k- ϵ model.

Keywords; sediment laden flow, k- ϵ model, turbulence decay, Richardson number.

1. はじめに

沈降性粒子を含む開水路流れは代表的な固液混相流でしかも身近な流れであるため、これまでに多くの研究がなされてきたが、まだ種々の検討事項が残されている。本報は浮遊砂流れの鉛直断面内の流況の解析を行ったもので、とくに粒子を懸濁することによって生じる安定な密度勾配が流れに及ぼす影響について考察した。乱れのモデルとしてはk- ϵ モデルを用い、基礎式の数値解と実験値とを比較して、このモデルによる解析が有効であることを確認した。そして、浮遊砂流れのメカニズムについて従来発表されている理論とk- ϵ モデルでえられた結果とを比較検討した。

2. 基礎方程式

水路幅は十分に広く、流れは2次元等流で表されるものとする。このとき次ページ図1のように座標軸をとると、この場合の基礎式が無次元表示で以下のように表される。

$$0 = (1 + D\overline{C_s}) + \frac{d}{dy} \left(\overline{v'} \frac{d\overline{u}}{dy} \right) \quad (1)$$

* 正会員 工博 九州工業大学教授 工学部 設計生産工学科
(〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)

* * 学生員 九州工業大学工学部 設計生産工学科

$$0 = \frac{d}{dy} \left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{d\bar{C}_s}{dy} + \bar{W}_0 \bar{C}_s \right) \quad (2)$$

$$D = \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} \langle C_s \rangle, \quad \langle C_s \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h C_s(y) dy \quad (3)$$

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_k} \frac{d\bar{k}}{dy} \right) + \bar{v}_t \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 + \frac{1}{F_{dc}^2} \frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{d\bar{C}_s}{dy} - \bar{\varepsilon} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{d\bar{\varepsilon}}{dy} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\bar{\varepsilon}}{k} \left[\bar{v}_t \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 + (1 - C_{3\varepsilon}) \frac{1}{F_{dc}^2} \frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{d\bar{C}_s}{dy} \right] - C_{2\varepsilon} \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k} = 0 \quad (5)$$

$$\bar{v}_t = C_\mu \frac{\bar{k}^2}{\varepsilon} \quad (6) \quad u_* = \sqrt{gh \sin \theta} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= u/u_*, \quad \bar{y} = y/h, \quad \bar{v}_t = v_t/hu_*, \\ \bar{k} &= k/u_*, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon/(u_*^3/h), \quad \bar{C}_s = C_s/\langle C_s \rangle \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\bar{w}_0 = w_0/u_*, \quad (9) \quad F_{dc} = u_*/\sqrt{Dgh} \quad (10)$$

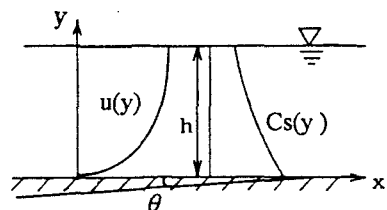


図1. 座標系

u は流速、 u_* は (7) 式で定義される摩擦速度、 C_s は浮遊砂の体積平均濃度、 W_0 は粒子沈降速度、 ν_t は渦動粘性係数、 ρ_s 及び ρ_0 はそれぞれ粒子及び流体の密度、 k は乱れのエネルギー、 ε は乱れの逸散率である。(1) 式は運動方程式、(2) 式は浮遊砂の保存式であり、(3) 式は乱れの運動エネルギー、(4) 式は乱れの逸散率に関するモデル式である。(1) 式中の D および (4)、(5) 式中の dC_s/dy を含む項がこの場合の浮遊砂流れを特徴づける項である。モデル定数としては、常用されている値を用い、 $\sigma_k = 1.0$ 、 $\sigma_\varepsilon = 1.3$ 、 $\sigma_{1\varepsilon} = 1.44$ 、 $\sigma_{2\varepsilon} = 1.92$ 、 $C_\mu = 0.09$ 、 $\sigma_t = 1.0$ 、 $C_{3\varepsilon} = 2.5$ とした $C_{3\varepsilon}$ の値については種々の値が用いられている^{1, 2, 3)}が、ここでは筆者らの従来の解析結果⁴⁾にもとづいてこの値を採用した。

$k - \varepsilon$ モデルによる浮遊砂流の研究はこれまでも行われている^{1, 5-7)}が、その汎用性を確認するまでには至っていない。上記のようなモデルでどの程度現象が再現できるかを調べるのが、本研究の当面の目的である。

なお、基礎式の境界条件としては、以下の式を用いた。水面 ($y = h$) において

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = 0, \quad \bar{w}_0 \bar{C}_s + \frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{d\bar{C}_s}{dy} = 0, \quad \frac{d\bar{k}}{dy} = 0 \rightarrow \bar{k} = \bar{k} \times \alpha_k, \quad \frac{d\bar{\varepsilon}}{dy} = 0 \quad (11)$$

底面近傍 ($y = y_0$) では通常の壁関数法を用い

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_0}{k_s} + A_s, \quad \bar{w}_0 \bar{C}_s + \frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{d\bar{C}_s}{dy} = 0, \quad \bar{k} = \frac{\bar{u}_*^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\bar{u}_*^3}{\kappa y_0} \quad (12)$$

とした。 k_s は流速分布に粗面則をあてはめたときの粗度の大きさ (一部では滑面則を用いた)、 y_0 は計算開始点の高さ、 $A_s = 8.5$ は係数である。 k の水表面の取り扱いに関しては、対象条件でまず全方程式を解きこれの α_k 倍 ($\alpha_k = 0.8$) を新たに水表面の k の境界条件として再び全方程式を計算するという方法によった⁸⁾。また、粒子に関しては水路底部での粒子の沈積フラックスがない場合を対象とした。

(12) 式中の u_* の値は、計算結果の平均流速が実験値と合うように、繰り返し法により求めた。計算のアルゴリズムは通常の有限差分法によっており、メッシュ分割数は主として $0 < \bar{y} < 0.05$; 100, $0.05 < \bar{y} < 1.0$; 250 とした。

表 1. 水力条件

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬
h	8.66	7.44	7.83	14.0	7.2	14.1	7.2	9.0	4.5	4.0	17.0	17.2	270.0
$\langle u \rangle$	40.0	65.9	73.2	76.9	56.4	101.0	69.5	82.0	60.4	56.9	96.7	94.1	241.2
$u_* = \sqrt{gh_i}$	3.60	3.34	3.98	4.15	2.97	5.89	4.15	4.7	2.97	2.8	5.77	5.8	13.8
w_n	0.836	0.836	0.836	0.898	0.898	0.898	0.898	1.52	0.15	0.15	0.99	0.99	0.856
$\langle C \rangle \cdot 10^{-3}$	1.65	1.84	1.75	0.607	0.126	0.700	0.462	0.663	3.38	3.2	5.05	2.500	6.0
u_τ	2.69	2.79	3.44	3.67	2.73	5.04	3.54	4.05	2.58	2.43	4.10	4.10	8.7
$Z = w_n / \kappa u_*$	0.629	0.944	0.942	0.684	0.916	0.437	0.65	0.56	0.126	0.134	0.604	0.604	0.155
F_{dc}	0.749	0.710	0.846	1.12	2.45	1.47	1.79	1.513	0.599	0.615	0.559	0.615	0.27
κ	0.369	0.265	0.223	0.317	0.33	0.349	0.332	0.341	0.4	0.4	0.400	0.400	0.400
ks	1.310	0.125	0.281	0.260	0.100	0.328	0.206	0.221	-	-	0.230	0.288	2.740

(CGS単位)

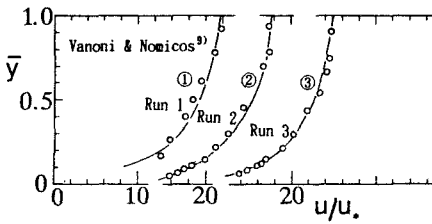


図 2. 2-1 流速分布 (Vanoni and Nomikos⁹⁾)

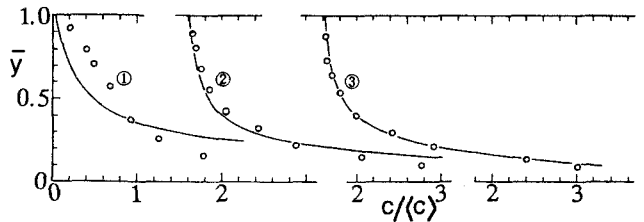


図 2. 2-2 濃度分布 (Vanoni and Nomikos⁹⁾)

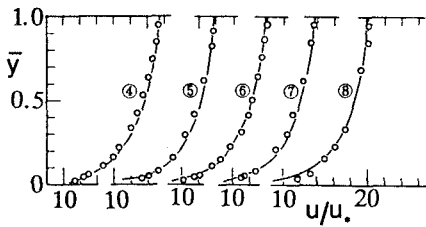


図 3. 3-1 流速分布 (Vanoni¹⁰⁾)

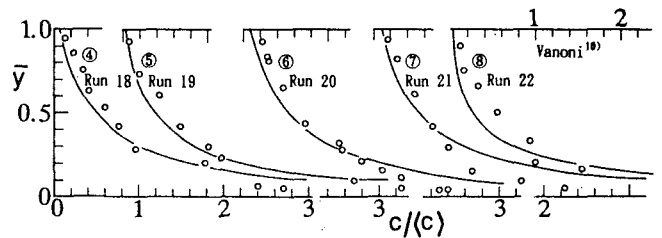


図 3. 3-2 濃度分布 (Vanoni¹⁰⁾)

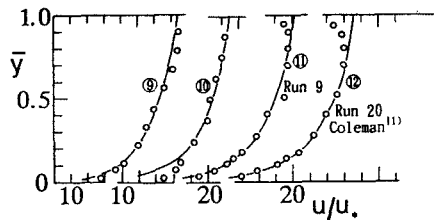


図 4. 4-1 流速分布 (Coleman¹¹,九州工大)

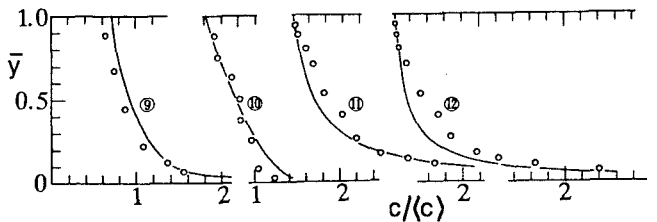


図 4. 4-2 濃度分布 (Coleman¹¹,九州工大)

3. 計算結果と考察

3. 1 計算値と実測値との比較

図 2～図 5 に実測値と計算値の比較を示す。計算に用いた諸条件などは表 1 にまとめられている。なおカルマン定数 κ の値については原著に与えられていないものについては $\kappa = 0.4$ とした。また、水路側壁の影響が考えられるものについては、平均流速などを中心部の流速分布からもとめた。これらの図によると、計算値はほぼ全般的に実験値を再現しており、このモデルを用いて流れの状況が考察できるものと考えられる。

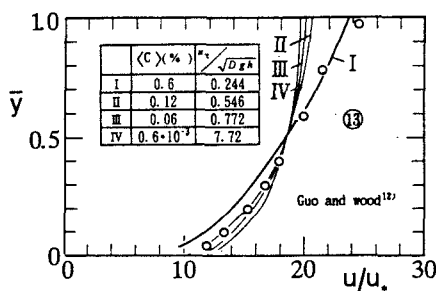


図5. 5-1 流速分布 (Guo and Wood¹²⁾)

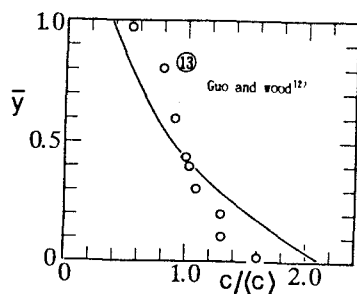


図5. 5-2 濃度分布 (Guo and Wood¹²⁾)

図5のデータは黄河の実測値で、ここで検討したデータの中では最も $F_{0.6}$ の値が小さく密度流効果が著しいものと考えられる。図5-1中には参考のため、実測濃度 (0.6%) の1/5, 1/10, 1/1000 (清水に相当) の濃度の場合の計算結果も記した。この図には、濃度低下とともに水面近傍の流速の加速が小さくなりいわゆる log-linear law 的な流速分布の特徴が小さくなっていく様子が表れている。

図6には、図5の場合に対応して、種々の濃度における ν_t の分布が示されている。この図によると密度勾配の増加による ν_t の減衰効果はとくに水路上半部に顕著に表れている。 ν_t の算出のもとになる k 、 ε の分布が図7、8に示されている。 k の値の変化については ν_t の場合と類似の減衰効果が出ているが、 ε については濃度が0.6-0.12%の間での変化が特に大きい。

図9は図6の ν_t の変化を次式の Richardson 数でまとめたもので、プロットした点は I - IV の場合の計算結果の中から摘出したものである。

$$R_i = \frac{Dgh \cdot d\bar{C}_s / d\bar{y}}{(du/d\bar{y})^2} \quad (13)$$

ν_t と R_i との関係についてはこれまでもとくに小さい密度勾配の範囲 (例えば $R_i < 0.2$) で種々検討がなされていて、ここで示した結果と類似の成果が報告されている。本報では R_i が大きな値に対する値も一応示したが、これは $du/d\bar{y}$ の小さい部分から得られた値で、実測値との比較検討はなされていない。 R_i が極端に大きい場合の流動現象については、現象論的には今後さらに調べる必要がある。

図10、11には、次式の l について ν_t と同様の検討を行った。この図によると l と R_i との関係について

$$l = C_\mu \cdot k^{3/2} / \varepsilon \quad (14)$$

も ν_t と類似の結果がえられている。

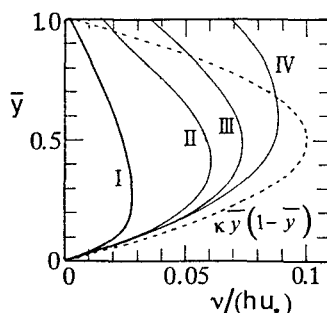


図6. 渦動粘性係数 ν_t
(符号 I ~ IV については
図5-1 参照 以下同じ)

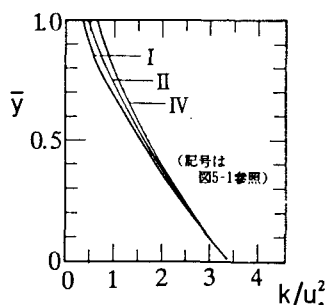


図7. 乱れエネルギー K

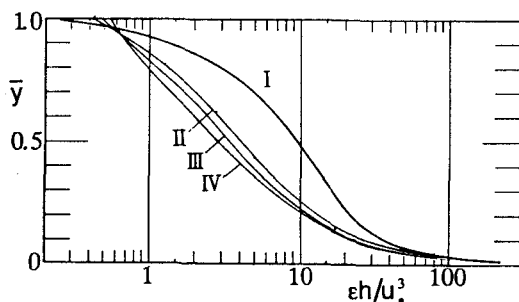


図8. 乱れ逸散率 ε

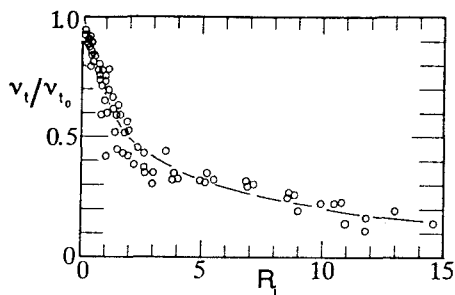


図 9. ν_t と R_i との関係

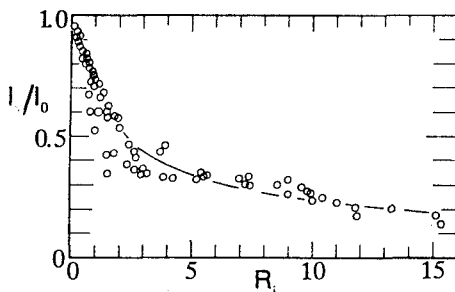


図 11. l と R_i との関係

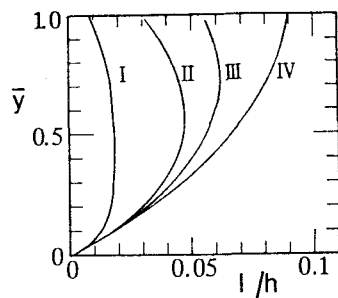


図 10. 乱れの代表長 l

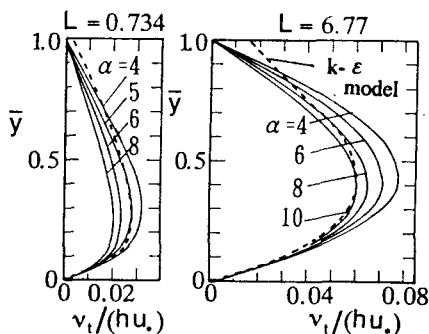


図 12. α の値と渦動粘性係数
(— M-N, $k-\epsilon$)

3. 2 Monin-Obukhov理論の定数について

密度勾配のある流れの解析手法の1つとしてMonin-Obukhov Lengthを用いる方法がある。この方法は気象分野で開発されたものであるが、浮遊砂流れの解析にも有効に利用されている¹⁴⁻¹⁷⁾。この理論によると ν_t は

$$\nu_t = \kappa u_* y (1 - y/h) (1 + \alpha \cdot y/L)^{-1} \quad (15)$$

$$L^{-1} = \kappa g (\rho_s / \rho_0 - 1) \cdot w_0 \langle C_s \rangle / u_*^3 \quad (16)$$

と表される。 L はMonin-Obukhov長とよばれる。パラメータ α の値には5~14までいろいろな値が用いられている^{1, 13-16)}。図12には前項、I, IIの場合を例として $k-\epsilon$ モデルの ν_t と、 α をパラメータとした(16)式の ν_t とが比較されている。図12に示されているように $k-\epsilon$ モデルの ν_t と近い値をとる α の値は L により変化する。図12と同じ手法で種々の L の値に対して、 α を求めて図13に示した。この図は(16)式中の α を L の関数として補正すると現象をよりうまく表せることを示している。

3. 3 摩擦損失係数の変化

前述の様に浮遊砂流れでは粒子懸濁による乱れエネルギーの逸散のため渦動粘性が減少する。その結果、速度勾配が増し流れの抵抗が小さくなり、次式の摩擦損失係数 f が減少することが知られている。

$$f = 8 \left(\frac{u_*}{\langle u \rangle} \right)^2 \quad (17)$$

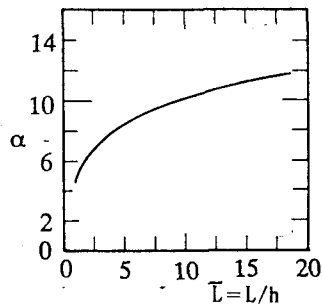


図 13. α と L との関係

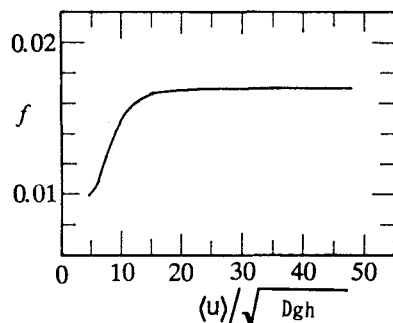


図 14. 摩擦損失係数 f

図14にはこの計算の過程でえられた u_r と $\langle u \rangle$ とから f の変化の様子を調べたものである。この図によると $\langle u \rangle / (Dgh)^{0.5}$ が減少すると f の値も急激に低下するという結果が示されている。図12, 13などの結果は、本報の計算の結果からえられたもので、この現象は沈降のパラメータの影響を受ける事も予想される。目下、一般的な傾向を把握するためさらに検討をすすめている。

なお、浮流砂による流況の変化については、カルマンの定数 κ の変化^{19, 20)}、Colesのwake functionの増大^{21, 22)}あるいは混合距離の変化^{23, 24)}などの観点からも多くの研究がなされている²⁴⁾。本報では $k-\epsilon$ モデルが浮流砂の解析に利用できることを示すことが主たる研究目的であるため、今回はこのような事に関する検討はおこなわなかった。

4. おわりに

沈降性粒子を含む開水路流れを $k-\epsilon$ モデルを用いて解析した。従来発表されている実測値はこのモデルで再現できることを示し、 $k-\epsilon$ モデルが浮遊砂流れの解析に利用可能なことを確認した。このモデルを用いて渦動粘性係数や乱れの代表長さが粒子懸濁による安定な密度勾配の影響を受けて変化する様子を示した。またMonin-Obukhovモデルの定数についても数値解にもとづき考察した。おわりに、本研究に協力された九州工業大学、4年次生の高山太郎君に感謝する。

5. 参考文献

- (1) B. A. DeVantier and R. Narayanaswamy : Adv. Water Resources, Vol. 12, pp46-52, 1989
- (2) 岩佐義朗, 細田尚, 坂井伸一 : 第33回水理講演会論文集, pp. 595-601, 1989
- (3) D. M. Snider, M. J. Andrews : Transactions of the ASME, Vol. 118, pp/370-376, 1996
- (4) K. Fujisaki et. al. : Journal of Hydros. and Hydraulic Eng., Vol. 10, No. 2, pp27-37, 1992
- (5) 福田雅晴, 福嶋祐介 : 第31回水理講演会論文集, pp. 587-591, 1987
- (6) 福嶋祐介 : 第30回水理講演会論文集, pp. 631-636, 1986
- (7) B. A. DeVantier, and B. E. Larock : Journal of Hydraulic Eng., Vol. 109, No. 12, pp. 1622-1635, 1983
- (8) 福津家久, 中川博次 : 土木学会論文集, 第387号, pp. 125-130, 1987
- (9) V. A. Vanoni, and G. N. Nomicos : Trans. of ASCE, Paper No. 3055, pp. 1140-1175, 1960
- (10) V. A. Vanoni : Trans. of ASCE, Paper No. 2267, pp. 67-102, 1946
- (11) N. L. Coleman : Water Resuoreces Research, Vol. 22, No. 10, pp1377-1384, 1986
- (12) J. Guo, and W. L. Wood : Journal of Hydraulic Eng., Vol. 121, No. 12, pp. 919-922, 1995
- (13) T. Itakura and T. Kishi : Journal of the Hydraulic Div. Proc. of ASCE, No. HY8, pp. 1325-1343, 1980
- (14) L. H. Yuan, and Y. W. Sheng : International Journal of Sediment Research, Vol. 6, No. 1, pp25-51, 1991
- (15) N. Kobayasi, and S. N. Seo : Journal of Hydraul. Eng., Vol. 111, No. 6, pp. 903-921, 1985
- (16) K. Fujisaki, H. Hayashi, N. Yoshitake and Y. Awaya : Environmental Hydraulics, pp499-504, 1991, Balkema, Rotterdam
- (17) C. E. Adams, Jr. and G. L. Weatherly : Jour. of Geoph. Research, Vol. 86, No. C5, pp. 4161-4172, 1981
- (18) E. K. Webb : Quart. J. R. Met. Soc., 96, pp. 67-90, 1970
- (19) 日野幹雄 : 土木学会論文集, 92号, pp. 11-20, 1963
- (20) S. Y. Wang : Journal of the Hydraul. Div. Proc. of ASCE, Vol. 107, No. Hy4, pp. 407-417, 1981
- (21) Y. L. Law : Journal of Hydraul. Eng. Vol. 109, No. 5, pp. 757-763, 1983
- (22) N. Coleman : Euromech192: Transport of Suspended Solids in Open Channels, pp. 15-22, 1985
- (23) 梅山元彦, 堀口孝男 : 水工学論文集, 第39巻, pp. 531-536, 1995
- (24) W. Bechteler (Edt.) : Transport of Suspended Solid in Open Channels, Balkema, 1986