

底泥の降伏値・移動限界に及ぼす粒度分布の影響

Influence of Particle Size Distribution on Yield Value and Critical Shear Stress of Mud

中野 晋*・喜田 将司**

By Susumu NAKANO and Masashi KIDA

The relational equation between a grain size distribution of mud and a distance between particles was obtained. We used this relation and the interactive force between particles to obtain the evaluating procedure of the yield value of the field mud. As a result, it has been understood that yield values of mud are in proportion to the -5th power of the distance between particles. This theory was able to explain the decrease of the critical shear stress by the mixture of sand well.

Keywords: field mud, particle size distribution, yield value,
critical shear stress

1. はじめに

底質の移動現象を調べる際に必ず測定する基本量の1つに粒度分布がある。ところが、シルトや粘土の含有率が高い底泥では抵抗力が主に粘着力に起因し、連続体としての性格が強くなるため、底泥の移動限界は連続体としての代表量である降伏値を用いて記述されることが多く、粒度特性を重視して解析することは少ない。しかし、底泥の降伏値や移動限界は底泥を構成する土粒子間の相互作用力に深く関係するため、粒度構成の影響は無視できない。瀧¹⁾は粒子接触数または粒子間距離に着目して底泥の移動限界を評価する理論モデルを提案している。これによると液性限界を超える中・高含水比底泥では粒子間距離に基づく粘着性モデルは比較的实验結果と適合している。しかし、このモデルでは粒子間距離の評価が不十分であることや粒度構成の影響が考慮できないなどの問題がある。一方、河口の泥干潟など現地底泥では時空間的に粒度構成等の物理緒量は絶えず変化しており、こうした場での地形や底質変化をシミュレートする上では比較的測定の容易な粒度分布と底泥の強度特性や移動限界の関係を把握しておくことが重要である。著者ら²⁾はそうした観点から粘土に細砂が混入した場合の降伏値や移動限界について粘着力に最も影響する粘土分のみの含水比である粘土含水比に着目して検討した。しかし、粘土含水比では連続的な粒度構成を持つ現地底泥についての議論はできない。そこで、本研究では連続的な粒度構成を持つ現地底泥を視野に、粒度分布と粒子間距離や粒子相互作用力の関係について検討し、その結果から粒度分布が底泥の降伏値や移動限界に及ぼす影響について検討した。

* 正会員 博(工) 徳島大学助教授 工学部建設工学科

(〒770 徳島市南常三島町2-1)

**正会員 修(工) 自営業

2. 粒度構成と平均付着水厚さ

2. 1 平均付着水厚さ

底泥の粘着力は構成する土粒子間の相互干渉作用に起因しており、土粒子表面や間隙水のイオン活性度、表面積、土粒子間距離、含水量などに関係する。この内、粒度分布は表面積、土粒子間距離（言い換えれば付着水厚さ）に関係する。底泥を構成する土粒子を球形とし、粒径 d の確率密度と単位体積重量が $p(d)$ 、

$\gamma_s(d)$ で表される時、単位体積当たりの粒径 d の個数の割合は式(1)で表される。

$$\bar{p}(d)\delta d = \frac{\gamma_s(d)p(d)\delta d}{d^3} / \left[\int_a^b \frac{\gamma_s(\eta)p(\eta)}{\eta^3} \delta \eta \right] \quad (1)$$

普通、現地泥では粒径ごとの密度はほぼ一定と考えてよいので、その場合には

$$\bar{p}(d)\delta d = \frac{p(d)\delta d}{d^3} / \int_a^b \frac{p(\eta)}{\eta^3} \delta \eta \quad (2)$$

で表される。

次に、土粒子に付着する水膜の厚さ t について考える。粒径 d の土粒子1個の付着水の体積 v_{wd} は

$$v_{wd} = 2A_s d^3 \left\{ 3 \frac{t}{d} + 6 \left(\frac{t}{d} \right)^2 + 4 \left(\frac{t}{d} \right)^3 \right\} \quad (3)$$

である。粒径によらず、付着水の厚さが一定と仮定し、個数分布が $\bar{p}(d)$ の底泥の付着水の全体積が底泥の含水量に等しいことを考慮すると、平均付着水厚さは

$$\left[4 \int_a^b \frac{p(\eta)}{\eta^3} \delta \eta \right] t^3 + \left[6 \int_a^b \frac{p(\eta)}{\eta^2} \delta \eta \right] t^2 + \left[3 \int_a^b \frac{p(\eta)}{\eta} \delta \eta \right] t - \frac{\lambda}{2(1-\lambda)} = 0 \quad (4)$$

の3次方程式で表される。

2. 2 現地底泥の粒度分布

混合砂礫の粒度分布は対数正規分布で表されることが多い。図—1は大坪・村岡³⁾、海田⁴⁾、村上⁵⁾の底泥や粘土についての報告について整理し直したものである。図からわかるように、底泥の粒度分布は対数正規分布

$$p(d)\delta d = \frac{1}{\sqrt{2\pi \ln \sigma_g}} \exp \left\{ -\frac{(\ln d - \ln d_{50})^2}{2 \ln^2 \sigma_g} \right\} \delta(\ln d) \quad (5)$$

に従うものが多く、幾何標準偏差 σ_g ($=\sqrt{d_{84}/d_{16}}$) は3～6程度であるものが多い。なお、 d_{50} は中央粒径で、対数正規分布に従う場合には平均粒径 d_m とは次の関係がある。

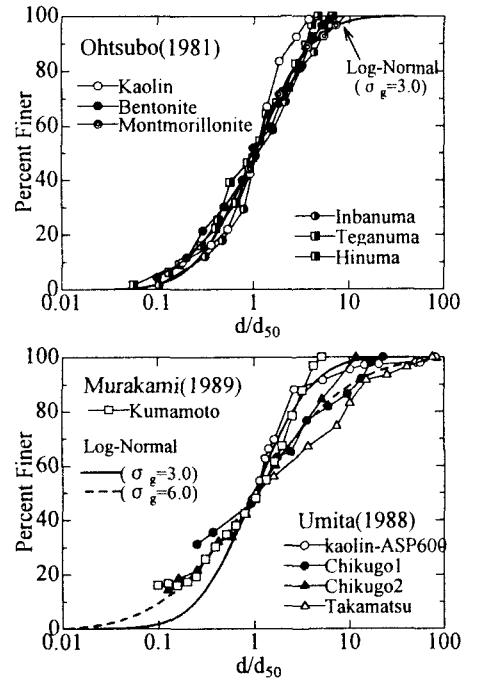
$$\ln(d_m/d_{50}) = 0.5 \ln^2 \sigma_g \quad (6)$$

2. 3 粒度分布による平均付着水厚さの変化

図—2は粒度の拡がりによる付着水厚さの変化を示す。

(なお、これと同じ計算結果を年講⁶⁾で報告したが、一部計算に誤りがあり、今回修正を加えた。) σ_g が増加する

と重量割合では小さい微細粒子数が爆発的に増加するため、平均付着水厚さ（粒子間距離に密接に関係）は急激に薄くなる。その傾向は含水比 W が高いものほど顕著で $W=400\%$ では σ_g が3.0程度で均一泥に比べ



図—1 底泥の粒度分布

て、 t は 1/4 以下となる。対数正規分布では理論上 0 に限りなく近い粒子まで含まれることに加えて、微細粒子は大粒子に付着したり、団粒化しやすいので、対数正規分布をそのまま適用すると σ_g が大きい場合に t を過小評価することになる。そこで、細粒分の一部をカットして t を計算した例についても、図中に破線 (5% cut) と一点鎖線 (10% cut) で示している。 σ_g が 2 以上になると重量割合で数%の cut が σ_g の増加に対する t の急激な減少を緩和することがわかる。粒度分布測定精度から考えても、細粒分 5%程度を cut して考えることは妥当であると考えられる。

2. 4 付着水厚さと降伏値

ここでは付着水厚さと降伏値の関係について考察する。土粒子間には土粒子同士の接触点を介して直接伝達される力他、van del Waals 引力、電気 2 重層斥力が作用する。この内、液性限界を越える高含水比底泥の場合、接触数が小さくなるので、後者の 2 つが重要となる。van del Waals 引力、電気 2 重層斥力はそれぞれ次式で表される相互作用エネルギー $w(r)$ を持つ。

$$w_v(r) = -C_1 / r^n \quad (\text{van del Waals}) \quad (7)$$

$$w_e(r) = C_2 \exp(-\kappa r) \quad (\text{electric double layer}) \quad (8)$$

ここで、 r は粒子間距離 C_1, C_2 はそれぞれ物質定数、 $1/\kappa$ は Debye の長さである。両者の作用により相互作用エネルギーは図-3 のような対距離プロフィールをもつ。van del Waals 引力エネルギーは電解質の影響をほとんど受けないが、電気 2 重層の斥力エネルギーは電解質濃度に強く影響を受ける。特に電解質濃度の高い河口底泥では電気 2 重層の発達は抑制され、相対的に van del Waals 引力エネルギーの影響が強まり、エネルギー障壁 (energy barrier) の外側に 2 次極小 (secondary minimum) が存在するようになる。堆積直後の浮泥は重力作用と van del Waals 力の影響により粒子間距離を縮小し、乾燥などの別の因子が発生しない限り、2 次極小付近で安定するようになる。したがって圧密の完了していない河口底泥の粘着力は主として式(7)で表される van del Waals 力により発現すると考えられる。

さて、液性限界以上の底泥を対象にして次のように粒子間相互作用力を評価する。土粒子の周囲が平均的に厚さ t の付着水で覆われ、接触はないものとする。粒径 d の 1 個の粒子を考えると隣接粒子の表面は $2t$ の距離に存在する。粒子の表面の点 A と隣接粒子表面の点 B' の距離を r' とする。van del Waals 距離に伴って急減するため、A に対する影響範囲は前面近傍に限られる。そこで、点 B' を点 A から $2t$ 離れた平面上の点 B と置き換え、粒子間距離 r' を r で近似する。この粒子と隣接する多数の粒子間との相互作用エネルギーは次のように近似される。

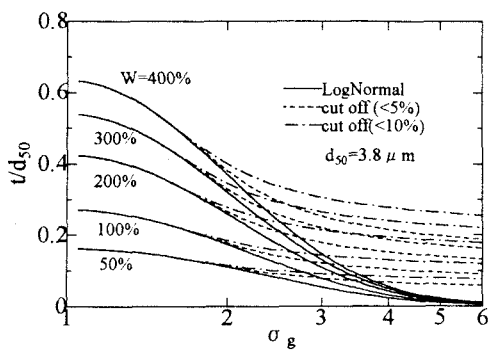


図-2 粒度の広がり と付着水厚さ

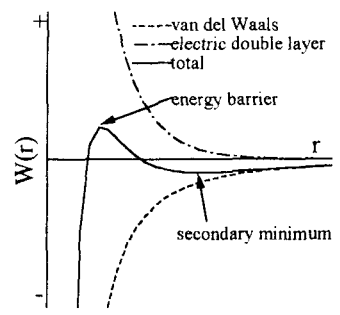


図-3 相互作用エネルギー 対距離プロフィール

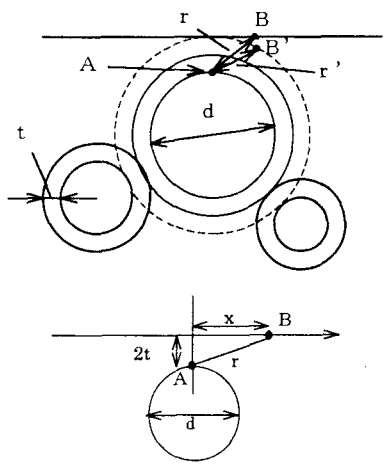


図-4 粒子間作用力の説明図

$$w(d, t) = -v\pi d^2 \int_0^t 2\pi x \frac{vC_1 \delta x}{(x^2 + 4t^2)^{n/2}} \approx -v\pi d^2 \int_0^\infty 2\pi x \frac{vC_1 \delta x}{(\sqrt{x^2 + 4t^2})^n} = -\frac{2C_1 v^2 \pi^2 d^2}{(n-2)(2t)^{n-2}} \quad (9)$$

ここで、 v は粒子表面の引力因子密度 (m^{-2})である。また、この粒子に作用している粒子間相互作用力は

$$F(d, t) = -\partial w / \partial t = -2C_1 v^2 \pi^2 d^2 / (2t)^{n-1} \quad (10)$$

となる。さらに個数ベースの粒度分布 $\hat{p}(d)\delta d$ を用いると、平均粒子間作用力が次式で与えられる。

$$\bar{F}(t) = \int_a^b \hat{p}(d) F(d, t) \delta d = \frac{2C_1 v^2 \pi^2 S_1}{(2t)^{n-1} S_2} = C_A (S_1 / S_2) t^{-(n-1)} \quad (11)$$

$$S_1 = \int_a^b \{p(\eta) / \eta\} \delta \eta, \quad S_2 = \int_a^b \{p(\eta) / \eta^2\} \delta \eta$$

$\bar{F}$ は底泥の平均粘着力、つまり降伏値 τ_y に相当する量である。なお、van del Waals 力では $n = 6$ となることが知られており、van del Waals 力のみに支配される場合には

$$\tau_y / (S_1 / S_2) = C_A t^{-5} \quad (12)$$

で表される。図-5はベーン試験²⁾と回転粘度計⁸⁾で測定した降伏値 τ_y と式(4)から計算される t との関係を調べたものである。回転粘度計と含水比が低い場合のベーン試験では式(12)の関係をほぼ満足する。しかし、含水比が高い場合 ($W = 239 \sim 312\%$) のベーン試験は、 t の変化に対する降伏値の低下は t^{-5} に比べ、急となっている。ベーン試験では 10Pa

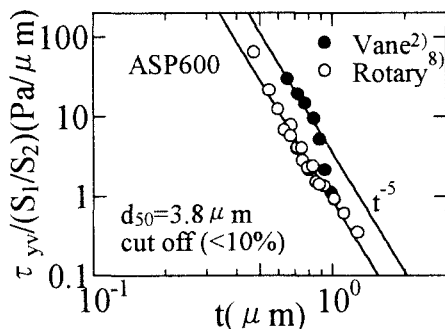


図-5 降伏値と付着水厚さの関係

以下の小さな降伏値の試料の測定精度は低いことを考えあわせれば、高含水比底泥の降伏値の評価方法として上述の理論が妥当であることは明らかである。なお、 C_A は底泥の種類によって異なる定数となるが、ASP600についての回転粘度計による測定値に関しては $0.9 \times 10^{-24} \text{ J m}$ である。

3. 降伏値に及ぼす粒度構成の影響

3. 1 細砂混合泥

底泥の降伏値や移動限界に及ぼす粒度構成の影響を調べるため、前報²⁾ではカオリナイト粘土 ($d_{50} = 3.8 \mu\text{m}$, 比重 2.67) に塩化ビニル樹脂微粉末 ($d_{50} = 0.1\text{mm}$, 比重 1.25) を $10 \sim 40\%$ 混合させてその影響を調べた。その際、混合泥に含まれる粘土成分だけの含水比 (粘土含水比) を用いた考察により、細砂混合による降伏値の低下が

$$\frac{\tau_{ys}}{\tau_y} = (1-m)^{-b} \quad (13)$$

により評価された。ここで、 τ_{ys} , τ_y は細砂混合泥と粘土のベーン試験による降伏値、 m は塩ビの混合率、 b は粘土についての含水比と降伏値の関係から求められるべき数である。

これに対し、式(1)~(4)での議論を d_1 , d_2 の 2 粒径の混合泥に適用する。2 粒径では式(4)の関係は

$$4 \left(\frac{m}{d_1^3 \gamma_{s1}} + \frac{1-m}{d_2^3 \gamma_{s2}} \right) t_s^3 + 6 \left(\frac{m}{d_1^2 \gamma_{s1}} + \frac{1-m}{d_2^2 \gamma_{s2}} \right) t_s^2 + 3 \left(\frac{m}{d_1 \gamma_{s1}} + \frac{1-m}{d_2 \gamma_{s2}} \right) t_s - \frac{W}{2\gamma_w} = 0 \quad (14)$$

のようになる。ここで、 t_s は細砂混合泥の付着水厚さ、 γ_{s1} , γ_{s2} , γ_w はそれぞれ粒子と水の単位体積重量である。なお、この式では各粒径内で粒度の拡がりはないものとしている。式(12)と(14)から細砂混合による降伏値の変化は

$$\frac{\tau_{yvs}}{\tau_{yv}} = \frac{(S_1/S_2)_s}{(S_1/S_2)_{s0}} \frac{C_{As}}{C_{As0}} \left(\frac{t_s}{t_{s0}} \right)^{-5} = C_p C_m \left(\frac{t_s}{t_{s0}} \right)^{-5} \quad (15)$$

で表される。ここで、 t_{s0} は粘土のみの付着水厚さ、 C_p は粒度分布に関係する量で、実験泥では $0 \leq m \leq 0.5$ に対して $1 \sim 1.07$ である。一方、 $C_m (= C_{As}/C_{As0})$ も 1 程度であろう。図-6 は式(14) から m と t_s の関係を求め、さらに $C_p C_m = 1$ として上式を適用した結果と実験結果との比較を示す。式(13)では含水比の影響は現れないが、粒度構成を考慮すると含水比の影響についても評価できることがわかる。

3. 2 現地底泥の降伏値についての考察

含水比や粒度構成の底泥の降伏値に及ぼす影響は式(12)のような形式で表現できるが、有機物量や粘土鉱物の違い、間隙水の成分などその他の因子の降伏値への影響などは評価できない。ところで粒度分析とともに良く測定される液性限界 W_{LL} は一定外力に対する粘着性底質の抵抗強さを表すものであり、ある程度底泥の流動特性を代表するものと考えられる。そこで、 W_{LL} に対する付着水厚さ t_{LL} で t を基準化することにより、一般的な表現が得られる。式(15)と同様な取り扱いを行うが、底泥の性質が同じで含水比が異なるだけなので、 C_p 、 C_m は 1 となる。従って、任意の含水比の降伏値 τ_y は W_{LL} に対する付着水厚さ t_{LL} を用いると

$$\tau_y = \tau_{yLL} (t/t_{LL})^{-5} \quad (16)$$

で表される。図-7 は大坪⁹⁾が測定した現地泥（一部粘土を含む）の降伏値 τ_{y1} と t の関係である。大坪の論文では τ_{y1} 、 W_{LL} の他、 d_{50} 、 d_m が示されているので、粒度分布が対数正規分布に従うものとして式(6)を用いて σ_g を求め、さらに t を評価した。粘土では式(16)の関係を満たすが、現地泥では傾きが大きく、 t の増加に伴う τ_{y1} の低下は大きい。この理由の 1 つには底泥の粒径が大きいほど、回転粘度計の試験容器と底質とのすべりが大きくなり、測定が難しくなることなども考えられる。したがってこの結果が式(16)に反する結果と考えるべきではない。なお、各データを $t/t_{LL} = 1$ に外挿すると W_{LL} の時の降伏値が推定できるが、粘土、現地泥に関わらず、 $\tau_{y1} \approx 20\text{Pa}$ となる。

4. 底泥の移動限界と粒度構成

カオリナイト粘土の流送限界は

$$\tau_c = \alpha \tau_{yv}^\beta \quad (\text{Pa}) \quad (\text{ASP600; } \alpha = 0.28, \beta = 0.39) \quad (17)$$

のように表される³⁾。ここで、 α 、 β は底泥の種類により変化するため、細砂混合泥の場合にも粘土だけの場合とは変化することが予想されるが、細砂の混合量が少ない範囲ではこの式が適用できると考えると

$$\tau_{cs}/\tau_c = (\tau_{yvs}/\tau_{yv})^\beta = (t_s/t_{s0})^{-5\beta} \quad (18)$$

が得られる。図-8 は実験結果との比較である。図中には粘土含水比の考え方により求めた曲線も併せて示

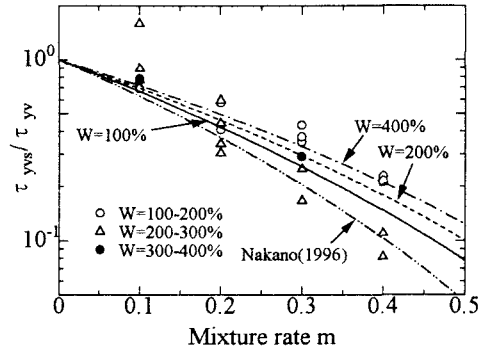


図-6 細砂混合による降伏値の低下

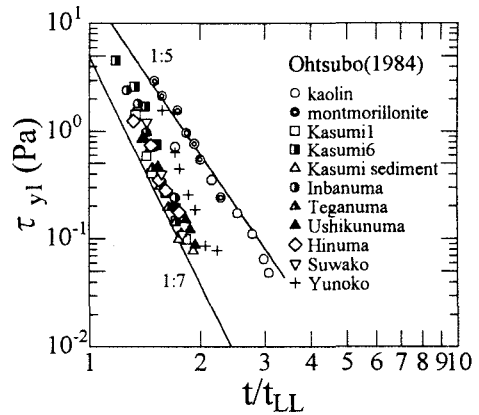


図-7 現地底泥の降伏値と t の関係

しているが、明らかに本理論による適合性が高くなっている。

また、3.2と同様に、液性限界に対する付着水厚さ t_{LL} を用いて、 t を基準化し、現地泥も含めて多種類の底泥の流送限界 τ_{cl} と t/t_{LL} の求め、図-9に示した。 t/t_{LL} を用いると、 τ_{cl} は

$$\tau_{cl} = \tau_{cl_{LL}} \left(t/t_{LL} \right)^{-5\beta} \quad (19)$$

で表される。降伏値の測定結果以上に、ばらつきが大きく、 τ_{cl} と t/t_{LL} との間のべき数は一定でない。初期移動のメカニズムには表層からの間隙水の侵入による含水比の変化なども重要なファクターであると考えられるため、残念ながら全体的な粒度分布だけの議論では不十分である。

5. おわりに

本研究では底泥の粒度分布とこれから計算される付着水厚さに注目して、粘着力の発現機構について理論的に検討した。その結果、底泥の降伏値が粒度分布と液性限界を知ることにより、ほぼ正確に推定できる方法について明らかにした。なお、本理論は液性限界を超える高含水泥に適用できるものであり、液性限界以下の圧密の進んだ底泥特性は明らかになっていない。河口干潟では液性限界以下の底泥も多く、多くの場所で見られ、低含水比底泥の特性把握は河口地形変化に重要となっており、今後の課題である。

謝辞：本研究を実施する上で、文部省科学研究費からは基盤研究(A)(代表・東北大学教授・澤本正樹)、基盤研究(C)(代表・徳島大助教授・岡部健士及び代表・同・中野 晋)以上3件の補助を得た。ここに付記し謝意を表する。さらに本研究の一部は徳島大学地域共同研究センターの共同研究規則に基づき、(株)西日本科学技術研究所との共同研究の一環として行われた。またカオリナイトの粒度分析には同センターの光散乱型粒度分析装置を利用したことを付記し、謝意を表する。

参考文献

- 1) 瀧 和夫：水流による底泥の巻き上げ量に関する水理学的研究，中央大学学位論文，180p.，1990。
- 2) 中野 晋・喜田将司：底泥の降伏値・移動限界に及ぼす細砂混入の影響，水工学論文集，40，959-964，1996。
- 3) 大坪國順・村岡浩爾：底泥の限界掃流力と物性の関連について，第36回年講，II，3-4，1981。
- 4) 海田輝之・楠田哲也・二渡 了・栗谷陽一：柔らかい底泥の巻き上げ過程に関する研究，土木学会論文集，393/II-9，33-42，1988。
- 5) 村上和男・菅沼史典ほか：円形回転水路による底泥の巻き上がりと沈降に関する研究，港研報告，28-1，43-76，1989。
- 6) 喜田将司・中野 晋：現地底泥の粒度分布と降伏値・移動限界の関係，第51回年講，II，160-161，1996。
- 7) たとえば，J.N.イスラエルアチヴィリ：分子間力と表面力，291p.，マグローヒル，1991。
- 8) 中野 晋：底泥の堆積した海域における波高減衰と底泥移動に関する研究，2，21-42，京大学位論文，1994。
- 9) 大坪國順：底泥の再浮上機構に関する基礎的研究，138p.，京大学位論文，1984。

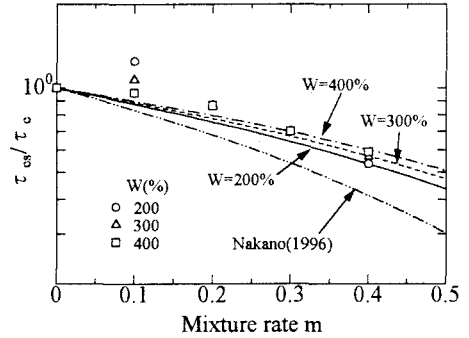


図-8 細砂混合による流送限界の低下

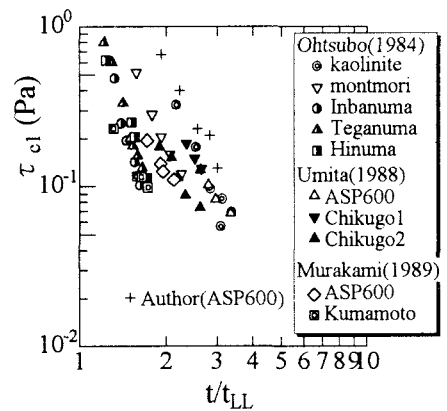


図-9 各種底泥の流送限界と t の関係