

常流中に設置された鉛直平板に作用する抗力

Drag Force on Vertical Plate in Subcritical Flow

大津岩夫^{*}・山中康資^{**}・安田陽一^{***}

By Iwao OHTSU, Yasushi YAMANAKA and Youichi YASUDA

The flow conditions passing over a vertical plate in the subcritical flow are classified under a wide range of experimental conditions. The pressure magnitude and distribution pattern on the plate is characterized by the formation of an eddy immediately upstream of the plate and the curvature of the stream line passing over the plate. The drag force on the plate is formulated, and the relationship between the upstream and downstream depths of the plate is obtained. This study is useful for designing a submerged weir and a ground sill.

Keywords : drag force, pressure distribution, open channel flow

1. ま え が き

洪水時には、堰などの水工構造物に大きな流体力が生じる場合が多い。常流中に設置された鉛直平板に作用する流体力を明らかにすることは、種々の水工構造物を設計するための基礎として必要である。また、開水路の栈粗度などの流水抵抗を明らかにするための基礎としても意義がある。

常流中に設置された鉛直平板に作用する圧力および抗力については、平板を越える流れの流況が十分把握されていないため、ほとんど明らかにされていないのが現状である。鉛直平板に作用する抗力に関する研究についてはRaju and Mittal¹⁾の研究があるが、平板前、後面に作用する圧力特性については不明である。また、空気流における平板に作用する抗力についての研究を開水路流へ適用したRaju and Grade²⁾の研究は、自由水面の影響を考慮していないため検討の余地がある。

この研究は、常流中に設置された鉛直平板について、平板を越える流れの流況を系統的に把握し、平板に作用する圧力および抗力について実験的に明らかにしようとしたものである。すなわち、平板を越える流れの流況は、平板を越えた主流が水面に沿う場合や平板後方に潜り込む場合など種々の流況を呈するため、平板を越える流れのパターンを分類し、個々の流況についての形成領域を示した³⁾。また、平板前、後面に作

* 正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101 千代田区神田駿河台1-8)

** 正会員 工修 日本大学助手 短期大学部建設学科土木コース (〒274 船橋市習志野台7-24-1)

*** 正会員 博(工) 日本大学専任講師 理工学部土木工学科 (〒101 千代田区神田駿河台1-8)

用する圧力が個々の流況によって特徴づけられることを示した。なお、平板前方のレーザー流速計による流速測定と内部流況の観察から、従来開水路常流では知られていなかった平板直前に形成される渦の存在を見だし、この渦の平板前面の圧力分布形状への影響を検討した。平板に作用する抗力については、その算定式を求めた。さらに、平板上、下流の水深間の関係式を示した。

2. 実 験

長方形断面水平開水路（水路幅 $B=80\text{cm}$, 40cm ）に高さ S 、厚さ $\ell (=0.2S)$ の鉛直連続平板を設置して実験を行った。平板上流の水深 h_1 は、平板前面から $10S$ 上流の断面で測定した。この断面は、水面がレベルであり、一般の開水路流の流速分布と同様の流速分布を示す断面であることが実験で確認されている。平板前、後面に作用する圧力は、平板中央部に設けた圧力取り出し孔にマンオメーターを接続して測定した。平板に接近する流れの流速は、レーザー・ドップラー流速計（L.D.V）を用いて測定した。また、平板前方の内部流況は、色素を用いたビデオ撮影により確認した。

実験条件を表-1に示す。ここに、 F_1 はフルード数（ $=v_1/\sqrt{gh_1}$ ）、 Re は代表長さとして上流水深 h_1 を用いたレイノルズ数（ $=v_1 h_1/\nu$ ）である。また、 v_1 は平板上流の平均流速（ $=Q/(Bh_1)$ ）、 Q は流量、 ν は動粘性係数（ $=\mu/\rho$ ）、 μ は粘性係数、 ρ は水の密度（ $=w/g$ ）、 w は水の単位体積重量、 g は重力加速度である。

3. 鉛直平板を越える流れの流況

常流中に設置された鉛直連続平板を越える流れの流況は、流量 Q 、平板高 S 、下流水深 h_1 によって変化し、図-1に示されるような流況が観察される。すなわち、(a) Surface jet（平板を越えた流れが水面に沿い、平板下流側の水面にわずかなくぼみが生じる流況）、(b) Surface wave（平板下流側の水面が波状を呈する流況）、(c) Plunging condition（平板を越えた流れが潜り込む流況）、(d) Limited jump（平板を越えた流れが水路床に到達し、その直下流側で直ちに跳水が形成される流況）に分類される。また、Plunging

表-1 実験条件

$B(\text{cm})$	$S(\text{cm})$	$h_1(\text{cm})$	S/h_1	F_1	Re
40	1.6~20	6.7~36.4	0.1~0.8	0.045~0.579	10000~160000
80	1.6~24	12.5~32.0	0.1~0.8	0.020~0.508	10250~110500

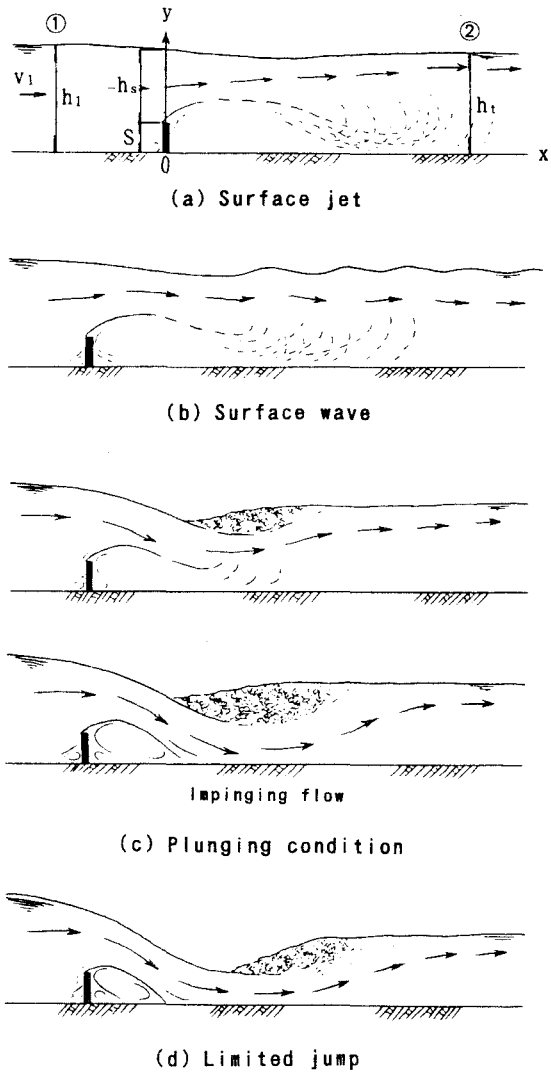


図-1 鉛直平板を越える流れの流況

conditionにおいて、平板を越えた主流が水路床に衝突する場合をImpinging flow⁴⁾と呼ぶ。Surface jet、Surface wave、Plunging conditionの場合、下流水位の変化に伴い平板上流側の水位も変化する。一方、Limited jumpの状態より下流水位が低くなっても、平板上流側の水位は変化しない。

各流況が形成される領域を式(1)の関係に基づき整理すると図-2のように示される。

$$f(h_2/h_1, S/h_1, F_1)=0 \quad (1)$$

図-2の破線と点線は、Surface waveとPlunging conditionとの境界を示す。各流況の形成領域は、相対平板高 S/h_1 によって特徴づけられることから、以下にその特徴について述べる。

$0.3 \sim 0.4 \leq S/h_1 \leq 0.8$ の場合、下流水位の上げ下げの方向によって、Surface waveとPlunging conditionとの境界は異なる。すなわち、図中のTransition zoneで下流水位の上げ下げの方向による履歴効果が認められる。図中の破線より下流水位が大きい場合、常にSurface waveが形成される。また、図中の点線より下流水位が小さい場合、常にPlunging conditionが形成される。 $0.2 \leq S/h_1 \leq 0.3 \sim 0.4$ の場合、相対平板高 S/h_1 が小さいため、Surface waveからPlunging conditionへ、あるいはPlunging conditionからSurface waveへ変化するための条件は、下流水位の上げ下げの方向によらない。 $0.1 \leq S/h_1 < 0.2$ の場合、平板を越える流れの流線の曲がりの程度が小さく、Plunging conditionは形成されない。

4. 鉛直平板に作用する圧力

各流況における平板前、後面に作用する流体運動による圧力、すなわちdynamical pressure p_{d1} 、 p_{d2} の実験値を次元解析的考察から得られた式(2)、式(3)の関係に基づき整理した。

$$\frac{p_{d1}}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} = f(y/S, S/h_1, F_1, B/h_1) \quad (2)$$

$$\frac{p_{d2}}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} = f(y/S, S/h_1, F_1, B/h_1) \quad (3)$$

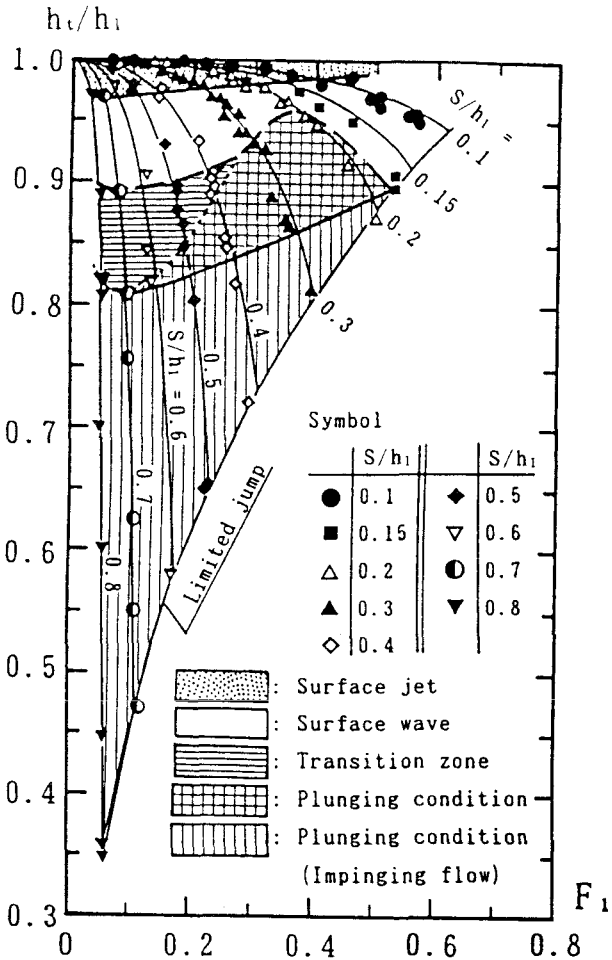


図-2 鉛直平板を越える流れの流況形成領域

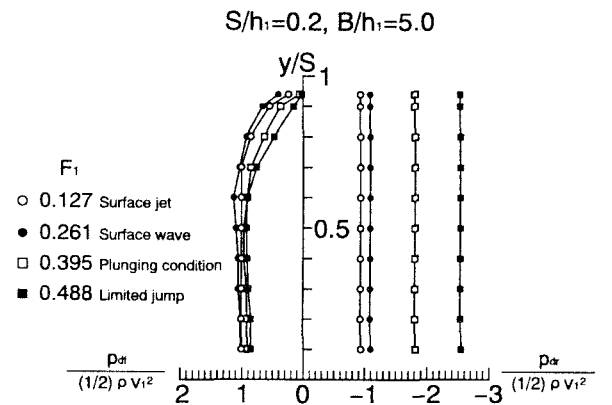


図-3 平板に作用する圧力分布

ただし、

$p_{af} = p_f - p_s$, $p_{ar} = p_r - p_s$, $p_s = w(h_s + S - y)$
 ここに、 y は水路床からの高さ、 p_f 、 p_r は平板前、後面中央部の高さ y の位置に作用する圧力、 p_s は平板設置位置の水の重量による圧力（静水圧）、 w は水の単位体積重量（ $=\rho g$ ）、 h_s は平板上の水深である（図-1(a））。

与えられた相対平板高 S/h_1 に対して、平板前、後面に作用する圧力分布の一例を図-3、4に示す。

$0.1 \leq S/h_1 \leq 0.3 \sim 0.4$ の場合、前面の圧力は、Surface jetとPlunging conditionを比較すると、Plunging conditionの方が平板上端部付近で平板前面に沿う流速が大きいため、圧力が小さい（図-3）。また、平板直前に渦が形成されているため（図-5～7）、分布はわずかなS字型の形状^{5)・6)}を示す。後面の圧力については、分布は静水圧分布と平行となり、後面に形成されている渦の分布形状への影響はほとんどなく直線的である（図-3）。平板を越えた主流が水面に沿う流況、すなわち、Surface jet、Surface waveの場合、後面の圧力は、平板を越える流線の曲がりの程度が小さく、上向きの遠心力が小さいため、静水圧分布との差は小さい。一方、主流が平板後方に潜り込む流況、すなわち、Plunging condition、Limited jumpの場合、後面の圧力は、平板を越える流線の曲がりの程度が大きく、上向きの遠心力が大きく働くため、静水圧分布との差は大きい。

$0.3 \sim 0.4 \leq S/h_1 \leq 0.8$ の場合、前面の圧力は、Surface jetとPlunging conditionを比較すると、Plunging conditionの方が幾分小さい（図-4）。また、平板直前に渦は存在するものの顕著ではなく、渦の形成が間欠的であるため、水路床から平板中央にかけての分布は直線的である。後面の圧力については、Surface jet、Surface waveの場合、分布は静水圧分布と平行で直線的であるが、Plunging condition、Limited jumpの場合、平板後面に形成されている渦の影響が大きく、分布は弓形の形状を示す（図-4）。Surface

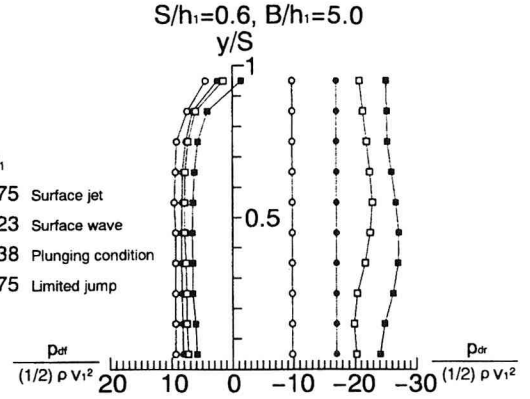


図-4 平板に作用する圧力分布

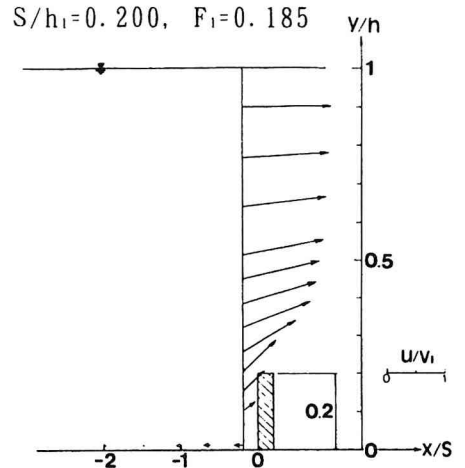


図-5 平板直前の流速分布

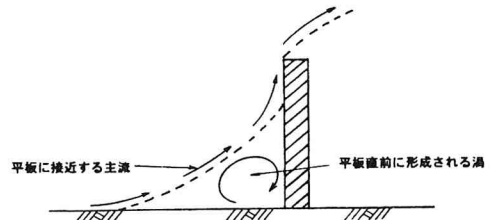


図-6 平板直前の内部流況の概略図



図-7 平板直前の渦の可視化

jetとPlunging conditionを比較すると、Plunging conditionの方が平板を越える流線の曲がりの程度が大きく、上向きの遠心力が大きく働くため、後面の圧力は小さく、静水圧分布との差が大きい。

なお、前面の圧力 p_{at} については、 p_{at} を断面①（図-1(a)）での平均流速 v_1 を用いた運動エネルギー $\frac{1}{2} \rho v_1^2$ で無次元化すると、自由水面の影響により、 S/h_1 が大きくなるにつれて、 $p_{at}/(\frac{1}{2} \rho v_1^2)$ の大ききの程度が図-4のように通常の空気流で報告されている場合よりかなり大きくなる。このことは、単純な仮定のもとで適用したベルヌイの定理（式(4)）より得られた式(5)からも $p_{at}/(\frac{1}{2} \rho v_1^2)$ の大ききの程度の妥当性が示される（例えば、 $S/h_1=0.2$ の場合、 $p_{at}/(\frac{1}{2} \rho v_1^2) \approx 1.0 \sim 1.2$ 、 $S/h_1=0.6$ の場合、 $p_{at}/(\frac{1}{2} \rho v_1^2) \approx 6 \sim 9$ 、 $S/h_1=0.8$ の場合、 $p_{at}/(\frac{1}{2} \rho v_1^2) \approx 26 \sim 32$ が得られる）。

$$v_1^2/2g+h_1=p_{at}/w+(S+h_s) \quad (4)$$

$$p_{at}/(\frac{1}{2} \rho v_1^2)=1+(2/F_1^2)(1-(S+h_s)/h_1) \quad (5)$$

後面の圧力 p_{at} については、 S/h_1 が大きくなるにつれて、 F_1 は小さくなり、それにつれて平板下流側の水深 h_t/h_1 も小さくなり、平板直上の水面勾配および平板を越える流れの流線の曲がりの程度が大きくなるため、圧力の無次元量 $p_{at}/(\frac{1}{2} \rho v_1^2)$ は、図-4のようにかなり小さくなる。

5. 鉛直平板に作用する抗力

5.1 鉛直平板に作用する抗力

鉛直平板中央部の単位幅あたりに作用する抗力 P の実験値を式(6)の関係に基づき整理すると図-8が得られる。ここに、 C_d は抗力係数である。なお、図-4について説明したように、 C_d を式(6)のように断面①（図-1(a)）での運動エネルギー $\frac{1}{2} \rho v_1^2$ を用いて表示すると、自由水面の影響のため、 C_d の大ききの程度は、図-8で示されるように通常の空気流で報告されている場合よりかなり大きくなる。

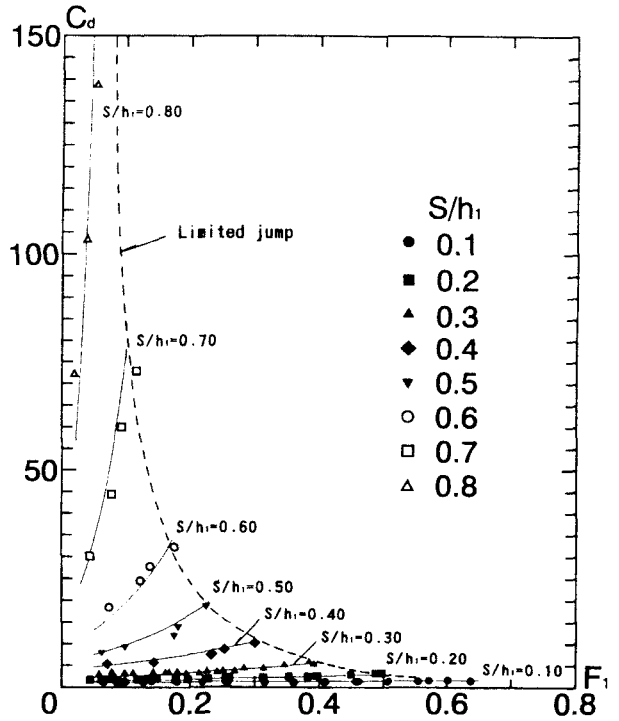


図-8 鉛直平板に作用する抗力係数

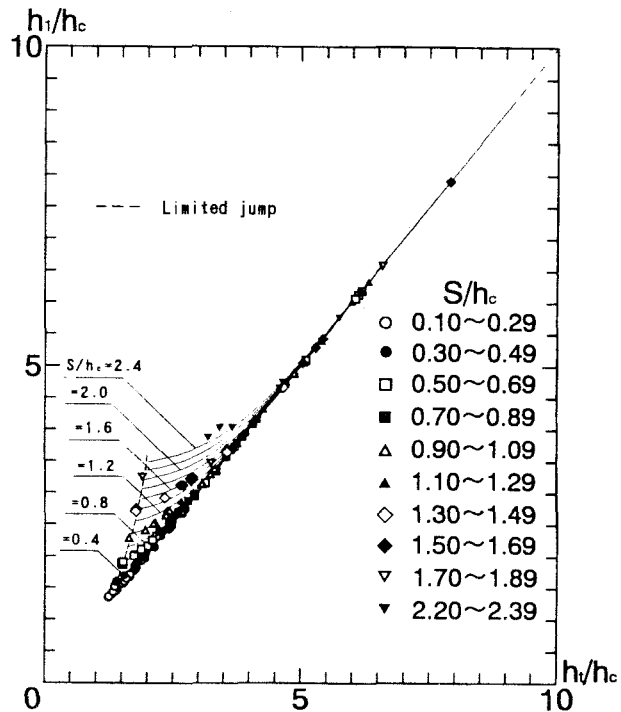


図-9 平板上、下流の水深間の関係

$$C_d = P / \{ (1/2) \rho v_1^2 S \} = f(S/h_1, F_1) \quad (6)$$

$$\text{ただし、} \quad P = \int_0^S p_{d1} dy - \int_0^S p_{d2} dy$$

図-8より、図中の実線で示される鉛直平板に作用する抗力係数 C_d を算定するための式(7)、(8)が得られた。また、図中の破線はLimited jumpの場合の C_d を示す。

$$C_d = \{110(S/h_1)^4 + 1.15\} \exp(AF_1) \quad (7)$$

$$C_d = \{48(S/h_1)^4 + 2.80\} \exp(100AF_1) \quad (8)$$

$$A = 8.7(S/h_1)^{1/2} - 2.2$$

$$A = 4.85(S/h_1)^4 - 7.2(S/h_1)^2 + 4.9(S/h_1) - 0.9$$

$$0.1 \leq S/h_1 \leq 0.4$$

$$0.4 \leq S/h_1 \leq 0.8$$

なお、式(7)と式(8)とで S/h_1 の適用範囲が異なるのは、 $S/h_1=0.4$ 付近を境界に平板を越える流れの状況が異なるためである(3. および図-2参照)。

5.2 鉛直平板上、下流の水深間の関係

断面①～②間の流体(図-1(a))をコントロール・ボリュームに選び、断面①、②で静水圧分布、壁面摩擦を無視、運動量係数を $\beta_1 = \beta_2 = 1.0$ とし、運動量方程式を適用すると式(9)が得られる。ここに、 h_c は限界水深($= (q^2/g)^{1/3}$)である。

$$(h_1/h_c)^3 + (S/h_c)[(h_c/h_1)^2 C_d - 1 / \{(S/h_c)(h_c/h_1)^2\} - 2(h_c/h_1)/(S/h_c)](h_1/h_c) + 2 = 0 \quad (9)$$

ここで、実験値を式(10)の関係に基づき整理すると図-9が得られる。

$$f(h_1/h_c, h_2/h_c, S/h_c) = 0 \quad (10)$$

式(9)の C_d に抗力係数を算定するための式(7)、(8)を代入すると図-9に示される実線が得られる。図中の実線と実験値は、ほぼ一致していることが確かめられる。流量 Q 、平板高 S 、下流水深 h_2 を与えれば、図-9から平板上流の水深 h_1 が求められる。

6. ま と め

常流中に設置された鉛直平板に作用する圧力および抗力について、水理実験ならびに水理学的解析によって得られた結果を下記に要約して示す。

- (1) 常流中に設置された鉛直平板を越える流れの流況は、Surface jet、Surface wave、Plunging condition、Limited jumpの4種類の流況に分類され、各流況の形成領域が示された。また、平板前、後面に作用する圧力の大きさと分布形状が各流況ごとに特徴づけられた。
- (2) 平板前方のレーザー流速計による流速測定と内部流況の観察から、常流中に設置された鉛直平板直前に渦が形成されていることを見だし、この渦の平板前面の圧力分布形状への影響の程度を調べた。また、平板を越える流れの流線の曲がり、平板後面の圧力の大きさに大きく影響を与えることを示した。
- (3) 常流中に設置された鉛直平板に作用する抗力係数 C_d は、式(7)、(8)で表示される。これにより、 S/h_1 を与えれば、平板に作用する抗力の算定が可能となった。また、平板上、下流の水深間の関係が得られ、流量、平板高、下流水深を与えれば、平板上流の水深が算定できる。

参考文献

- 1) Raju, K.G.R. and Mittal, M.K. : Discussion of 'Supercritical Flow over Sills', Journal of the Hydraulics Division, ASCE, October, 1977, pp.1245~1247
- 2) Raju, K.G.R. and Grade, R.J. : Resistance of an Inclined Plate Placed on a Plane Boundary in Two-Dimensional Flow, Journal of Basic Engineering, ASME, March, 1970, pp.21~28
- 3) Ohtsu, I., Yasuda, Y. and Yamanaka, Y. : Discussion of 'Submerged flow regimes of rectangular sharp-crested weirs', Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, (to be published)
- 4) Wu, S. and Rajaratnam, N. : Submerged flow regimes of rectangular sharp-crested weirs, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, July, 1996, pp.412~413
- 5) Ohtsu, I., Yasuda, Y. and Yamanaka, Y. : Drag on vertical sill of forced jump, Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol.29, No.1, 1991, pp.29~47
- 6) Ohtsu, I., Yasuda, Y. and Yamanaka, Y. : Discussion of 'Drag on vertical sill of forced jump', Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol.30, No.2, 1992, pp.280~288