

## 河床上の球体に作用する流体力の時間変動および球体の運動解析

Force Fluctuation Acting on a Sphere on River Bed and Its Motion

平林 桂\*・望月 達也\*\*・藤田 光一\*

By Katsura HIRABAYASHI, Tatsuya MOCHIZUKI, and Ko-ichi FUJITA

Force fluctuation acting on a sphere, which is surrounded by other spheres with the same size as it, is measured by using a 3-D force measuring device. Various kinds of the cases are conducted in the experiment, such as that the sphere is made even with the other spheres, or is projected. On some of these cases, all spheres are wrapped with a wire netting. By using these data, the motion of a sphere is calculated with the equation of mass point motion. Based on these results, a conceptual view of hydraulic design method for gabion and rip-rap is referred.

KEYWORDS : force fluctuation, sphere, grain motion, gabion, rip-rap,

### 1. まえがき

ふとんかごは玉石を金網でできた直方体（ふとん状）のかごに詰めたもので、河岸や河床に設置して侵食を防止するための工法である。一方、rip-rapは玉石や碎石を河岸を覆うように積み上げて河岸を保護する工法である。いずれも骨材の間に空隙があり、これが水生生物の生育場となることから、多自然型川づくりにおいては使用頻度が極めて高い工法である。

これらの工法について水理設計法を立案しようとした場合、いずれの工法においても玉石・碎石が移動しないことが求められる。移動限界の評価方法については次の点に留意しなければならない。すなわち、ふとんかごについては表面に金網があることから、流体力の一部を金網が受け持ち玉石自体に作用する流体力は金網がない場合よりも小さくなり、かつ流体力の作用により浮上しかけた玉石は金網による押さえ効果を受けるものと考えられる。一方、rip-rapについては比較的大きな粒径の材料を組み合わせるように施工するため個々の石の高さが揃い、全体として平滑な形状となる。石の移動限界の評価法として限界掃流力の概念があるものの、これは砂粒のかみ合わせによる凹凸があることを前提した河床材料を対象に組み立てられてい

---

\* 正会員 建設省土木研究所 河川研究室 主任研究員

(〒305 茨城県つくば市大字旭1番地)

\*\* 正会員 建設省土木研究所 河川研究室 室長

(同上)

るので、rip-rap材料の移動限界を評価するのは難しい。

本研究は、以上の点に鑑み、水路床に球体を敷き詰め、水路床下に設置した3分力計と群中の1球体を流体力伝達棒でつないだ装置により、球体に作用する流体力の時間変動を測定するとともに、運動量～力積の関係から静止している球体が流体力の作用でpick upされるまでの運動状態を計算したものである。本論ではこれらの結果を示すとともに、ふとんかごやrip-rapの設計法に関して考察を行った結果を報告するものである。

2. 実験

実験装置の概要を図-1に示す。実験に用いた水路は幅1m、長さ15m、河床勾配1/300の長方形断面直線水路である。床板上には直径6cmの球体を整列している。水路の中央付近の床版下には3分力計が設置しており、床版上の球体群のうちのひとつと流体力伝達棒により連結されている。3分力計に連結する球体は、床版および他の球体と接触しないようわずかな隙間が開けられて設置されている。流体力伝達棒を通すために開けられた床版の穴にはスポンジを詰めており、床板の上下間での水の移動を防いでいる。3分力計はアンプを介してAD変換器につながれており、球体に作用する抗力と揚力の時間変動を20Hzで2048個、すなわち102.5秒間のデータを収録することができる。流速は電磁流速計により20Hzで測定する。測定ポイントは流体力を測定する球体の真上（球体との距離1cm）である。

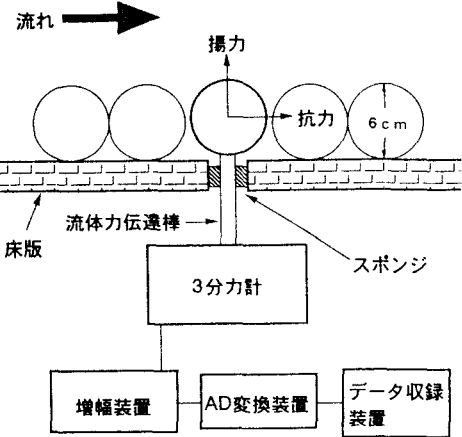


図-1 測定装置の概要

実験ケースを表-1に示す。ケースAシリーズは水路床に球体群のみを張り付けた状態で、3分力計のつながれている球体の突出高さを変えたものである。ケースB-1はふとんかごを模擬し、球体群の上に針金の直径1mm、30mmメッシュの金網を球体からわずかに離して設置した状態で流体力を測定したものである。また、ケースA-1については球体に作用する流体力と流速の同時計測を実施している。なお、本実験装置においては球体を床版上に一層のみ敷き詰めたので、床版と球体群の隙間にわずかに流れが発生している可能性がある。

表-1 実験条件

| ケース   | 水深cm | 水面勾配  | 流量 $\text{m}^3/\text{s}$ | 球体の突出量cm | 流速 $\text{m/s}$ | 粒子Re数             | 備考     |
|-------|------|-------|--------------------------|----------|-----------------|-------------------|--------|
| A-1～6 | 42.7 | 1/300 | 0.5                      | 0～3.0    | 1.17            | $7.0 \times 10^4$ |        |
| B-1   | 42.2 |       |                          | 0        | 1.18            | $7.1 \times 10^4$ | 表面にネット |

3. 球体の運動解析

ここでは、上記の実験により得られた流体力の変動値を用いて、移動限界掃流力の発生している条件下で静止していた球体が流体力の作用によりピックアップされるまでの過程を解析する。

図-2に球体に作用する力の釣り合いを示す。ここに、F：球体の慣性力、 $f_{\text{add}}$ ：付加質量力、D：抗力、L：揚力、B：浮力、W：重力、R：反力、である。なお、この検討では球体は直下流にある別の球体に沿って運動するものと仮定する。

今、下流の球体との接点Pまわりのモーメントの釣り合いに着目し、砂粒の運動が微小であると仮定して質点系の運動方程式をたてる。

$$\rho_s \cdot V \cdot \frac{dv_s}{dt} \cdot r = L \cdot r \cdot \cos\theta + (B - W) \cdot r \cdot \cos\theta + D \cdot r \cdot \sin\theta - C_M \cdot \rho_w \cdot V \cdot \frac{dv_s}{dt} \cdot r \quad (1)$$

ここに、 $\rho_s$ ：球体の密度、 $\rho_w$ ：水の密度、 $V$ ：球体の体積、 $v_s$ ：球体の速度、 $r$ ：球体の半径、 $C_M$ ：付加質量係数、である。

つぎに、(1)式を $dv_s/dt$ について解くとともに、運動量～力積の関係から $\delta t$ 間の球体の速度の増分 $\delta v_s$ を近似的に求める。

$$\begin{aligned} \delta v_s &= \int_{\delta t} \frac{dv_s}{dt} \cdot dt \\ &= \frac{1}{A} \cdot \int_{\delta t} L \cdot \cos\theta \cdot dt + \frac{B - W}{A} \cdot \int_{\delta t} \cos\theta \cdot dt + \frac{1}{A} \cdot \int_{\delta t} D \cdot \sin\theta \cdot dt \\ &= \frac{\delta t}{A} \cdot (L_{(t)} \cdot \cos\theta_{(t)} + (B - W) \cdot \cos\theta_{(t)} + D_{(t)} \cdot \sin\theta_{(t)}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$A = (\rho_s + \rho_w \cdot C_M) \cdot V \quad (3)$$

これより、時刻 $t + \delta t$ における球体の座標 $s_{(t+\delta t)}$ は次式で表される。

$$s_{(t+\delta t)} = s_{(t)} + \int_{\delta t} \delta v \cdot dt = s_{(t)} + \delta v \cdot \delta t \quad (4)$$

ただし、

$$s_{(t)} \geq 0 \quad (5)$$

である。

これらの式に実験により測定された抗力および揚力の時間変動値を代入することによって静止した状態の球体がピックアップされるまでの運動を推定することができる。

## 4. 解析結果とその応用

### 4.1 球体の運動と流れの変動スケールとの関係

ここでは、ケースA-1の実験結果を用いて球体の運動を推定し、これと、同時に測定された流れおよび流体力の変動スケールとの関係について考察する。

図-3にケースA-1における流速の測定結果を、図-4に流体力の測定結果を、図-5に3項で述べた方法で求めた半径3cmの球体の運動（高さの時間変化）を示す。各図は図上において時間変動特性がわかりやすいように全計測時間のうち最初の20秒間のデータのみを示している。なお、測定値には測定装置の固有振動の影響があると考えられるが、今回の検討の範囲ではこれを除去していない。

図-5の作成にあたっては、球体がpick upされないぎりぎりの状態に対応するよう計算の過程で球体の密度

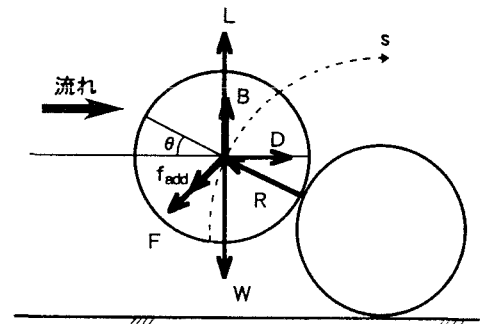


図-2 球体に作用する力のつりあい

$\rho_s$ を操作している。その結果、図-5の作成時 $\rho_s$ は1.128、 $\tau^*$ は0.185の場合に相当する。なお、図中、A点とB点で球体はpick upされる結果となったので、計算上はpick upされた直後に砂粒の高さをゼロに戻している。

これらの図を比較し、次の事項が明らかとなった。すなわち、流速の変動と流体力の変動を比較すると、流速の0.5Hz程度の大きな変動に対して流体力の変動がよく追従しているにもかかわらず、球体の運動では10Hz以上の細かな流速の変動がカットされ、0.5Hz程度の流速の変動に対応していることがわかる。

#### 4.2 rip-rapの限界掃流力、pick up rate の推定

ここでは、3項に示した運動モデルを利用してpick up rateを試算した結果について述べる。pick up rateの試算は次のような手順で行った。

- ①球体が流体力の作用で多少浮上すると流体力が増大していっそう浮上傾向を強めると考えられるので、球体がある高さまで浮上すると必ずpick upされるという浮上限界 $H_c$ （質点の高さ）を定める。その方法については後述する。
- ②実験により測定された流体力値を用いて球体の運動状況を計算する。
- ③計算の過程で $H_c$ に達した球体の数を数え、この値で計算時間を除してpick up rate( $T^{-1}$ )とする。なお、計算上、球体の質点の浮上高さが $H_c$ を越えた場合は直ちに球体の高さをゼロに戻している。
- ④計算はrip-rap表面の凹凸の影響をみるためケースA-1、およびA-2について行い、その結果を比較する。
- ⑤実験中、球体はいっさい運動せず、測定値に球体の慣性力の影響が及んでいないことから、この実験結果は球体の密度 $\rho_s$ が異なる場合にも拡大解釈可能であると、計算では $\rho_s$ を様々に変えて異なる $\tau^*$ の水理場を想定した。

浮上限界 $H_c$ は次のように定めた。今、図-2に示す系において流体力の時間変動を無視し、静的な力の釣り合いに着目する。その場合、式(1)の慣性力項と付加質量項が無視でき、 $H_c$ は次式で表される。

$$H_c = \frac{W - B - L}{D} \cdot \sqrt{r^2 - H_c^2} \tag{6}$$

これに実験ケースAシリーズの結果から求められた球体の突出量と流体力の関係（図-6参照）を近似した式(7)および(8)を代入し、 $H_c$ を求める。

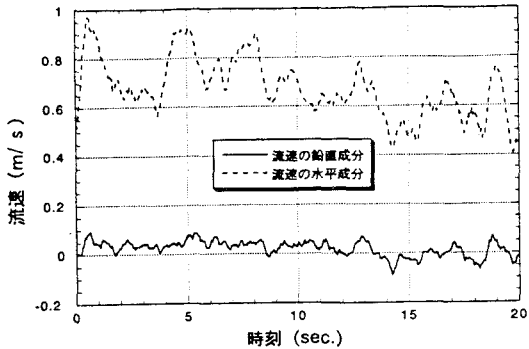


図-3 流速の時間変動(実測値)

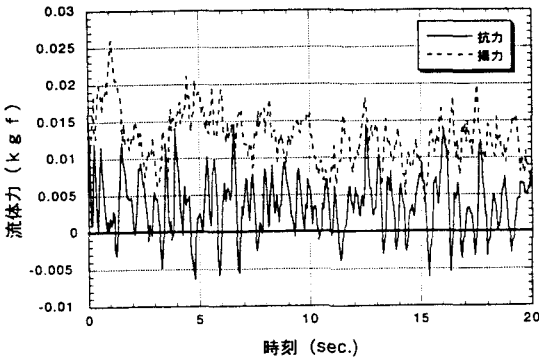


図-4 流体力の時間変動(実測値)

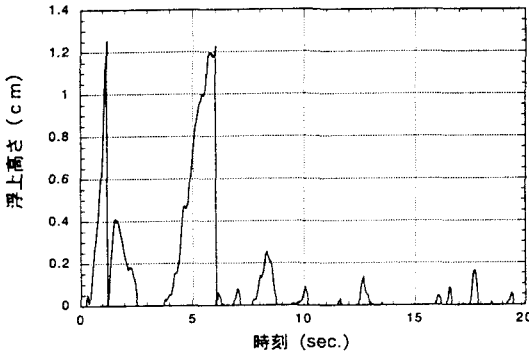


図-5 球体の浮上高さの時間変動

$$D = 41 \cdot (h/d) + 3.0 \quad [gf] \quad (7)$$

$$L = 30 \cdot \sqrt{h/d} + 11.1 \quad [gf] \quad (8)$$

以上のような手順で求められたpick up rateを図-7に示す。これには参考までに河床材料を対象とした中川&辻本の式も合わせて記入してある。これによれば、球体が表面から突出していると浮上しやすくなる傾向が著しく高まることがわかる。また、平坦に設置したケースにおいても中川&辻本の式よりも大きなpick up rateを示すのは、周辺の球体群に凹凸がなく、遮蔽効果がほとんどないためであると推定される。以上のことから、河床表面の凹凸が限界掃流力に著しく大きな影響を及ぼしていることが明らかとなった。

以上の結果をrip-rapの水理的な安定性評価に反映すると次のようなことが言える。rip-rapは表面を平坦に建設しようとしても、施工上いくつかの石は凸状に飛び出してしまうことが予想される。突出した石はpick up rateが高いので、洪水時にこれがpick upされ、そこを中心に破壊が拡大する事態が想定される。したがって、rip-rapを建設する場合は表面を平坦になるよう石を組むのではなく、河床と同様に自然な凹凸を持たせたほうが安全側の施工となる。

#### 4.3 ふとんかごの設計法に関する考察

ふとんかごは、自重がかなりあるのでそれ自身が滑動・転倒することは極めてまれであると考えられる。しかし、中詰め石が流体力によって移動し、かごの中で下流側に偏り、かごが破れて玉石が流出する被災が起こり得るので、水理設計のポイントは中詰め石の移動を如何にしてくいとするかということになる。

かご（金網）の存在が中詰め石の移動に及ぼす影響としては、

- ①金網が流体力の一部を受け持って、中詰め石に作用する流体力を軽減する
- ②金網が浮上しようとする中詰め石をバネのように押さえるの2つが考えられる。そこで、金網を置かない場合と置いた場合に相当する実験ケースA-1とB-1での中詰め石（球体）の挙動を3項で述べた方法で解析し、結果を比較するとともに、図-8に示すように金網によって球体の浮上が押さえられる状況をモデル化して行った計算結果も合わせて比較する。

金網により浮上が押さえられる効果は次のようにモデル化した。すなわち、金網による中詰め石を押さえ込む力 $F_n$ は、石の浮上により金網が押し上げられた変位量 $s$ に比例し大きくなると仮定する。

$$F_n = k \cdot s \quad (9)$$

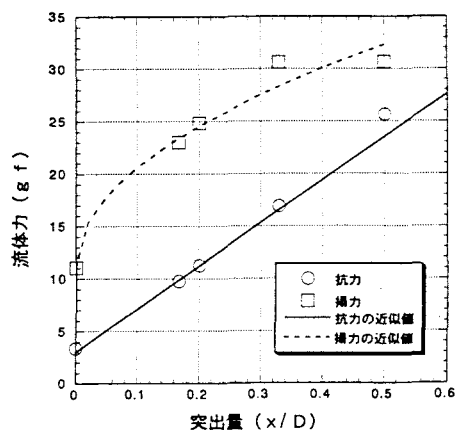


図-6 球体の突出量と流体力の関係(実測値)

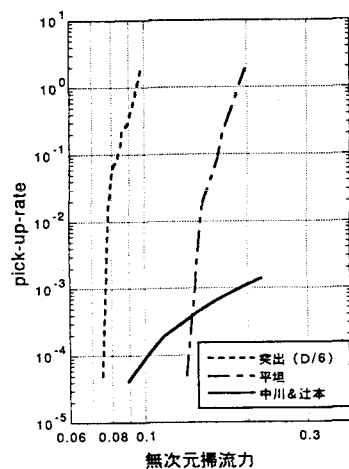


図-7 pick up rate

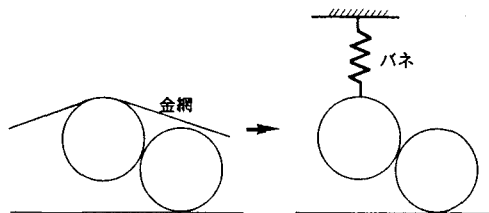


図-8 金網による押さえ効果のモデル化

ここに、 $k$ ：金網のパネ定数、である。この条件下においては式(1)は次のように書くことができる。

$$\rho_s \cdot V \cdot \frac{dv_s}{dt} \cdot r = L \cdot r \cdot \cos\theta + (B - W - F_n) \cdot r \cdot \cos\theta + D \cdot r \cdot \sin\theta - C_M \cdot \rho_w \cdot V \cdot \frac{dv_s}{dt} \cdot r \quad (10)$$

これを3項と同様の方法で解くことにより金網によって押さえらえる効果を盛り込んだ球体の挙動を解析することができる。なお、ここではパネ定数  $k = 20 \text{ gf/cm}$  と仮定して解析を行った。

解析結果を図-9～11に示す。図-10と図-11は同じ実験データ（ケースB-1）を用いているので球体の挙動は同様の傾向を示すが、図-9では別のデータ（ケースA-1）を用いているので浮上のタイミングが異なる。しかし、いずれのケースも  $\rho_s = 1.145$ 、 $\tau_s = 0.16$  の場合に相当し、相似な現象と見なすことができる。

図-9と10とを比較することによって金網が流体力の一部を受けもつ効果を把握することができる。実験ケースが異なるために詳細な比較検討はできないものの、球体の浮上高さはおよそ1/2程度に押さえられ、かつ浮上頻度も少なくなっており、金網の存在が球体の挙動を押さええていることは明らかである。

図-10と11とを比較することによって、金網による押さえ効果を把握することができる。すなわち、浮上高さは最大で30%程度押さえ込まれていることがわかる。

以上の結果をもとに、ふとんかごの水理設計法の基本的考え方について述べてみる。金網によって中詰め石の浮上を押さえる効果は、浮上量が大きくなるにつれて増大すると考えられるので、中詰め石の安定化を図るには有効な方法であるといえる。この効果は金網の材質およびかごの仕切の数に支配される。したがって、水理設計の手順としては、現場で入手の容易な中詰め石の粒径に合わせて必要な押さえ効果が決定され、さらにこの効果を得るのに必要なかごの構造が決定されることになる。一方、金網が流体力の一部を受け持つことによって中詰め石の移動限界を緩和することができるので、この効果と金網の諸元との関係を明らかにし、前述の押さえ効果と合わせて中詰め石の安定化を図る。

### <参考文献>

- 1) 岡部健士・中野晋・佐藤昭二(1989)：粗面上に突出した球に作用する流体力、土木学会年講概要集、pp. 432-433.
- 2) M. Sekine・H. Kikkawa(1992)：Mechanics of Saltating Grains. II, Journal of Hydraulic Engineers, vol. 118, pp. 536-559.
- 3) 吉川秀夫・植松龍二・城衛・関根正人(1988)：球状粗度上の流速分布とそれに働く流体力に関する実験的研究、土木学会論文集第399号、II-10、pp. 47-54.

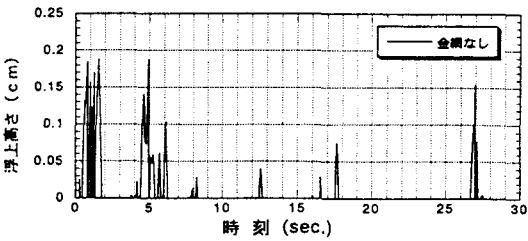


図-9 球体の浮上高さの時間変動(金網なし)

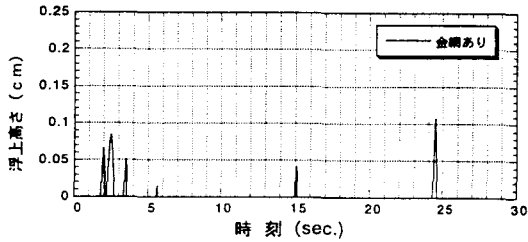


図-10 球体の浮上高さの時間変動(金網あり)

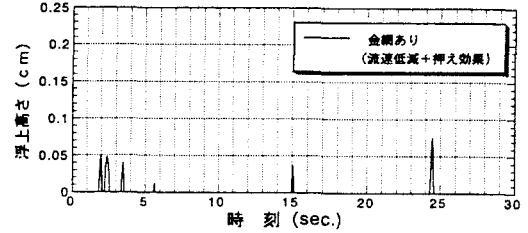


図-11 球体の浮上高さの時間変動(金網+押さえ効果あり)