

開水路横流入部における渦運動の数値シミュレーション

Vortex Formation Processes in Open Channel Flow with a Side Discharge Using the Turbulence Models

木村 一郎*・細田 尚**・村本 嘉雄***・櫻井 寿之****

by Ichiro KIMURA, Takashi HOSODA, Yoshio MURAMOTO and Takayuki SAKURAI

The side discharge into a river have a important effect on the main flow structure, the river bed configuration and the local scour near the opposite bank of an influx. The fundamental characteristics of the open channel flow with a side discharge are investigated numerically using the turbulence models. The depth averaged 2-D flow models with both the simple eddy viscosity model and the $k-\epsilon$ turbulence model are applied to reproduce the unsteady flow behavior induced by the vortex formation processes numerically. It is indicated by the considerations of numerical results that the plane 2-D model with the simple eddy viscosity is applicable to the flow and the standard $k-\epsilon$ model is inapplicable. It is necessary to include the effect of the strain parameter on the eddy viscosity in the $k-\epsilon$ model to reproduce the vortex shedding and velocity variation due to the shear instability.

Keywords: open channel flow, shear instability, non-linear $k-\epsilon$ model

1. はじめに

河川合流部や水力発電所流水口付近などの開水路横流入部の流れは、せん断不安定に起因する水平面内の周期的な大規模渦の発生に特徴づけられる。このような大規模渦は流速変動や水面振動を誘起し、流れの抵抗則や河床変動、対岸の河岸侵食等に影響を及ぼすため、十分な検討が必要と考えられる。この現象は、平面的なせん断不安定に起因するものであり、ある程度2次元性が卓越すると推測される。そこで、本研究は、開水路横流入部の渦運動とそれに伴う流速変動を、平面2次元流れの基礎式を用いて数値的に再現する方法を検討する。レイノルズ応力の評価については、まず渦動粘性係数を局所的な摩擦速度と水深の積に比例すると仮定した簡易的な0-方程式モデルの適用を試みる。このモデルは従来から開水路急拡部の渦運動^{1,2)}や死水域・主流界面の流れ³⁾の解析に用いられ、渦運動への適用性はある程度検証されている。しかしながら、より高精度の解析を行うためには乱流モデルの導入が必要と考えられる。そこで、代表的な乱流モデルである $k-\epsilon$ モデルの適用を次に検討する。ところが、従来のカルマン渦等を対象とした研究から、標準型 $k-\epsilon$ モデルの渦運動に対する適用性が悪いことが指摘されている^{4,5)}。そこで、次の2つの方向でモデルの改良を試みる。1つは構成則に非線形性を考慮する方法であり、もう1つは渦動粘性係数をストレイン・パラメータの関数で与える方法である。これらの改良を通じて渦運動を再現できる $k-\epsilon$ モデルの同定を行う。

2. 対象とする流れ場

本研究では、中国電力技術研究センターで行われた水理実験を対象とする⁶⁾。実験は長さ8.25m、幅1.0m、

* 正会員 工修 和歌山工業高等専門学校助手 環境都市工学科
(〒644 和歌山県御坊市名田町野島 77)

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻
(〒606-01 京都市左京区吉田本町)

*** フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻

**** 学生員 京都大学大学院修士課程 工学研究科土木工学専攻

路床勾配 6/1000 の長方形断面水路を用いて行われた。水路側岸には図-1 に示すように導水路が設けられている。実験は主流流量および流入流量、導水路の取り付け角度、導水路幅等を変化させて多くの条件のもとで行われたが、本研究では水平渦の発振が顕著に観察された表-1 に示す条件の実験を対象とした。

表-1 実験における水理条件

B (m)	W (m)	α (deg)	Q (l/s)	Qin (l/s)	he (cm)	$\sin \theta$	Re
1.0	0.2	40	1.98	8.89	13.11	6/1000	8300

実験では電磁流速計により流速変動の計測を行うとともに、染料による流れの可視化を行い、写真撮影を実施した。写真-1(a), (b)はこのようにして撮影された写真である。流入部近傍には(a)に示すように小さい渦の発振がみられ、これらの渦は合体を繰り返しながら成長し、(b)に示すような大規模な渦を形成する。

3. 数値解析法と計算結果の考察

本研究では水深積分された基礎式のもとで、0-方程式モデルと k- ϵ モデルの適用を行い、渦運動の再現を試みる。以下、計算法の概要と結果の考察を述べる。

3. 1 開水路平面 2 次元流れの基礎式

本研究では、静水圧分布を仮定し、水深方向に積分された平面 2 次元流れの基礎式を採用する。式(1)～(3)に用いた基礎式を示す。

[連続式]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

[運動方程式]

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial \beta u M}{\partial x} + \frac{\partial \beta v M}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial x} = gh \sin \theta - \frac{f}{2} u \sqrt{u^2 + v^2} + \frac{\partial -\overline{u'^2} h}{\partial x} + \frac{\partial -\overline{u'v'} h}{\partial y} + \nu \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial \beta u N}{\partial x} + \frac{\partial \beta v N}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{f}{2} v \sqrt{u^2 + v^2} + \frac{\partial -\overline{v'u'} h}{\partial x} + \frac{\partial -\overline{v'^2} h}{\partial y} + \nu \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} \quad (3)$$

ここに、 h : 水深、 (u, v) : 水深平均流速の (x, y) 方向成分、 (M, N) : 各々 $M=uh$, $N=vh$ で定義される流量フラックス、 (u', v') : 流速変動の (x, y) 方向成分、 ν : 動粘性係数、 θ : 水路床勾配、 f : 摩擦損失係数でレイノルズ数の関数、 β : 運動量補正係数で層流の場合 1.2, 乱流で 1.0、 (x, y) : 空間座標、 t : 時間を表す。また、水深平均レイノルズ応力テンソルの成分 $-\overline{u'_i u'_j}$ の評価については後述する。

3. 2 計算法と計算の条件

数値計算法としては有限体積法を用いる。時間積分には 2 次精度

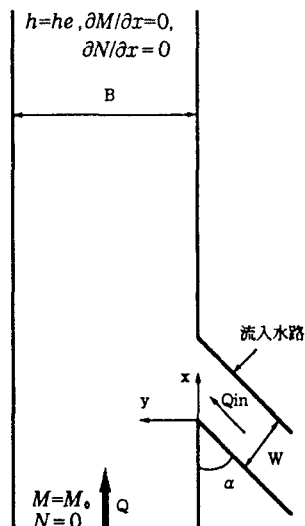
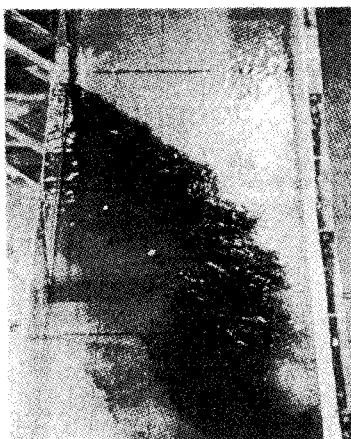


図-1 水路の模式図と座標系及び数値計算の境界条件



(a) 流入部近傍の渦の発生



(b) 合体による渦の成長

写真-1 染料による流れの可視化

のアダムス・バッシュフォース法を用い、運動方程式の移流項には QUICK スキームを用いた。数値計算は水理実験の条件に合わせて行われた。計算の境界条件は図-1 中に記した。初期条件としては、全領域で M =上流端単位幅流量, $N=0$, および水位が水平となるような水深を与えた。この初期状態から横流入を開始し、流速変動が定常過程と判断されるまで計算を繰り返した。計算

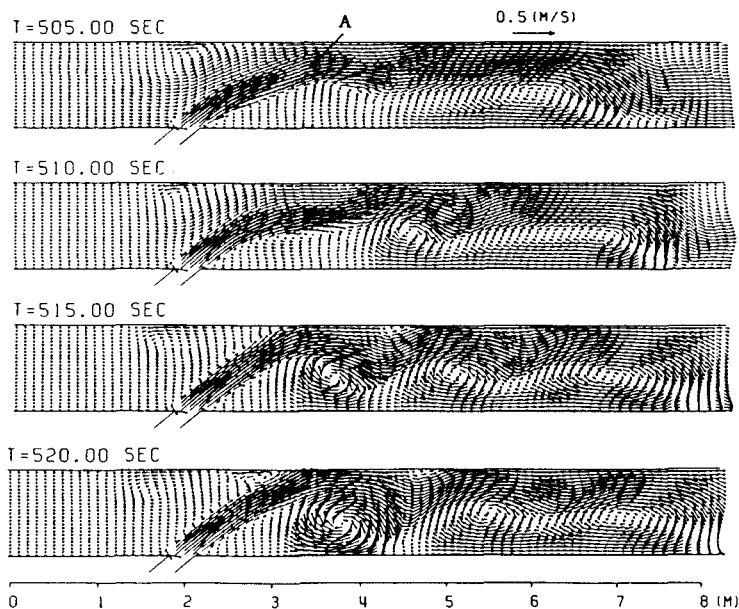


図-2 0-方程式モデルによる流速ベクトル

格子としては、 $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta y=2\text{cm}$ の等幅格子とし、計算時間間隔は、 $\Delta t=0.00005\text{ sec}$ とした。

3. 3 0-方程式モデルの適用と結果の考察

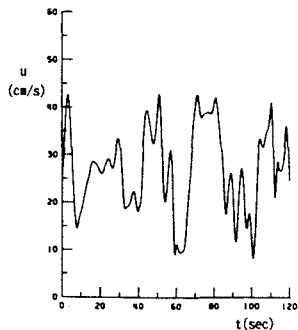
まず、簡易的な 0-方程式モデルにより、水深平均レイノルズ応力テンソルを次のようにおく。

$$-\overline{u_i' u_j'} = D \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad D = \alpha h u_* \quad (4)$$

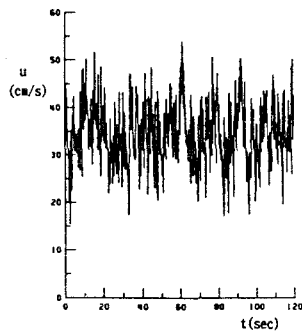
ここに、 u_* : 居所的な摩擦速度 ($=\sqrt{f(u^2+v^2)/2}$), k : 水深平均された乱流エネルギーで、槽津による実験式を水深積分して得られる $2.07u_*^2$ で評価した⁷⁾。渦動粘性係数に掛かる定数 α の値には 0.3 を用いた。

図-2 は、計算結果の流速ベクトルである。非定常な渦の発振、および合体による渦の成長が再現されており、実験における流れ特性を少なくとも定性的には再現している。しかしながら、写真-1(a)にみられる流入直後の小さい渦は再現されていない。これは計算格子が粗いためと考えられる。

図-3(a), (b)は、図-2 の点 A における流速変動の時系列を実験と計算で比較したものである。実



(a) Cal. 0-方程式モデル



(b) Exp.

図-3 点 A の流速変動の比較 (0-方程式モデル)

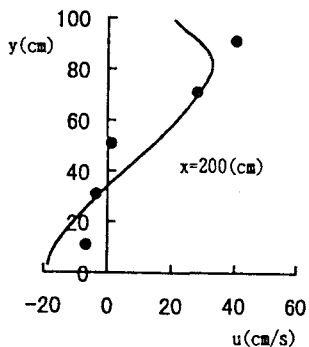
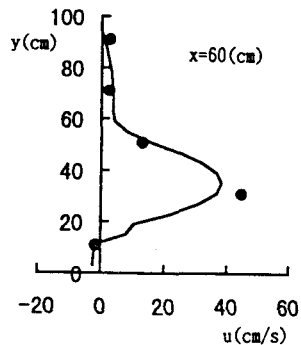


図-4 時間平均流速分布 (0-方程式モデル)

験結果には乱れ成分による短周期の変動と比較的長周期の変動がみられる。計算結果の流速変動には約5秒周期の変動と、20～40秒程度の周期をもつ変動が不規則に生じている。前者は渦の発生に対応し、後者は渦の合体に起因すると考えられる。流速変動の振幅は実験と計算でほぼ一致する。これより、実験結果と計算結果の流速変動は、乱れによる成分を除くとある程度適合すると考えられる。

図-4は時間平均された流速分布を実験結果と計算結果で比較したものである。x=200cmの断面では流速分布が十分再現されていない。特に、壁面近傍で実験結果と計算結果の差が大きくなっている。

0-方程式モデルでは渦の発振が定性的に再現されたものの、時間平均流速分布が実験値と適合しなかった。そこで、さらに精度の高い計算法をめざし、代表的な乱流モデルであるk-εモデルの適用を次に検討する。

3. 4 k-εモデルの適用と結果の考察

基礎式は、式(1)～(3)と、次に示す水深積分されたk-方程式およびε-方程式からなる。

$$\frac{\partial h k}{\partial t} + \frac{\partial u h k}{\partial x} + \frac{\partial v h k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D}{\sigma_k} h \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D}{\sigma_k} h \frac{\partial k}{\partial y} \right) + Pro + c_{\mu} u_*^3 - h \epsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial h \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial u h \epsilon}{\partial x} + \frac{\partial v h \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D}{\sigma_{\epsilon}} h \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D}{\sigma_{\epsilon}} h \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + c_{\epsilon 1} h \frac{\epsilon}{k} Pro + c_{\epsilon} \frac{u_*^4}{h} - c_{\epsilon 2} h \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

$$Pro \equiv D \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right], \quad c_k = 1/\sqrt{f/2}, \quad c_{\epsilon} = 3.6 c_{\epsilon 2} \sqrt{c_{\mu} / (f/2)^{3/4}}$$

ここに、Dは式(7)で定義される渦動粘性係数である。表-2にモデル定数を示した。

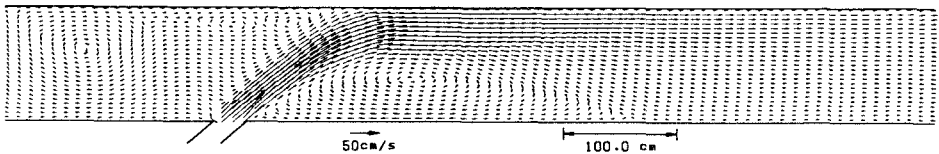


図-5 標準型 k-εモデルによる流速ベクトル

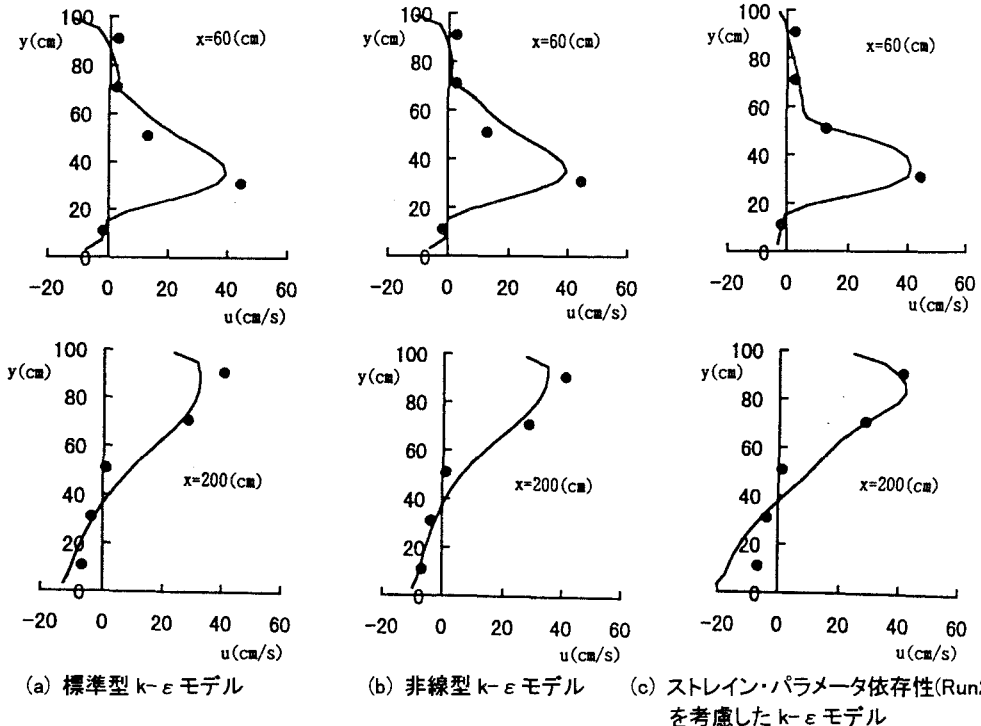


図-6 時間平均流速分布

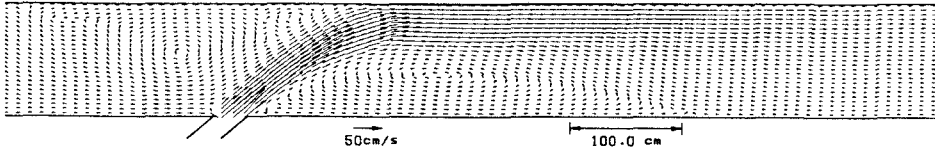


図-7 非線形 k-ε モデルによる流速ベクトル

(a) 標準型 k-ε モデル

標準型モデルではレイノルズ応力は次式で定義される。

$$-\overline{u_i u_j} = DS_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad D = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (7)$$

図-5 は標準型モデルによる計算結果の流速ベクトルである。定常的な循環流がみ

られるが、非定常な渦の発振は再現されていない。図-6(a)は時間平均流速分布を示したものである。0-方程式モデルの場合と比較して改善が認められない。

(b) 非線形 k-ε モデル

非線形 k-ε モデルについては、その関数形がいくつか提案されているが、本研究では明・笠木らによるモデルを用いる⁸⁾。このモデルによる水深平均レイノルズ応力の表示は次式の通りである。

$$-\overline{u_i u_j} = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - c_\mu \frac{k^3}{\varepsilon^2} \sum_{\beta=1}^3 c_\beta \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \quad (8)$$

$$S_{1ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \quad S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad S_{3ij} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j}$$

図-7 は、上式で $c_1=0.6$, $c_2=0.0$, $c_3=-0.15$ とした場合の計算結果で

ある。標準型 k-ε モデル (図-5) の場合と比較して循環が若干引き伸ばされているが、非定常な渦の発振には至っていない。図-6(b)は時間平均流速分布である。標準型モデルの結果と比較して若干の改善がみられる。

表-3 式(9)における A_1 , A_2 の値

	A_1	A_2
Run 1	0.35	0.3
Run 2	0.7	0.3

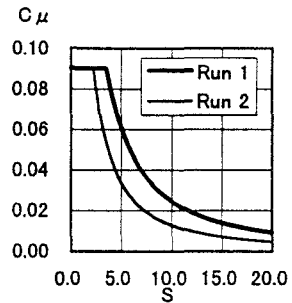


図-8 C_μ の関数形

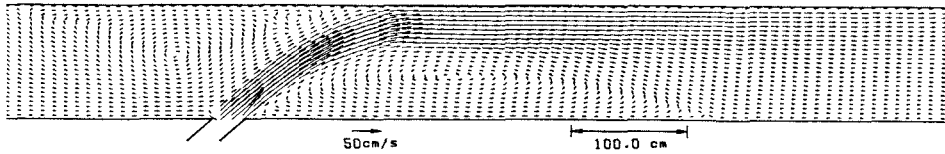


図-9 ストレイン・パラメータ依存性(Run1)を導入した k-ε モデルによる流速ベクトル

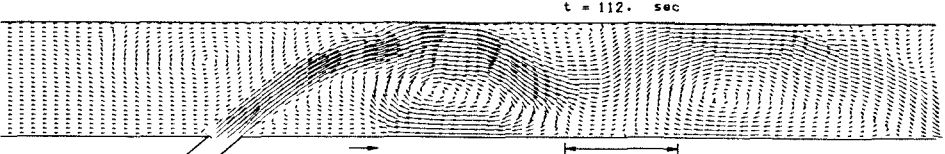
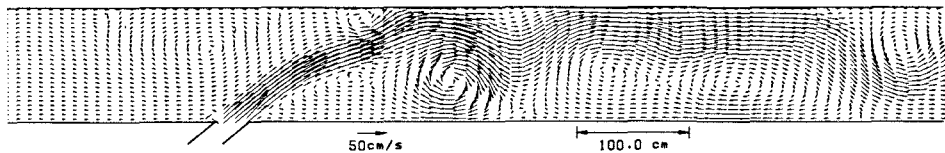


図-10 ストレイン・パラメータ依存性(Run2)を導入した k-ε モデルによる流速ベクトル

(c) ストレイン・パラメータ依存性を考慮したモデル

再び標準型モデルを対象とし、 c_μ をストレイン・パラメータ S の関数で与え、その関数形としては Kato・Launder にならい、式(9)の表示を用いた⁵⁾。

$$c_\mu(S) = \min \left[0.09, \frac{A_2}{1 + A_1 \{\min(20, S)\}^{1.5}} \right], \quad S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij}^2} \quad (9)$$

A_1, A_2 の値を表-3 に示すように 2 通りに変化させて計算を行った。このときの c_μ の関数形を図-8 に示す。

図-9, 図-10 は各々 Run 1, Run 2 の計算結果の流速ベクトルである。

Run 2 の場合のみに非定常な渦の発振がみられる。図-11 は点 A (図-2

参照) の流速変動の時系列を示したものである。0-方程式モデルの結果

(図-3(a)) と同様な特性が認められる。図-6(c) は時間平均流速分布を

実験結果と比較したものである。 $x=200\text{cm}$ の断面の右岸付近を除いて実験結果の流速分布を比較的良好に再現している。

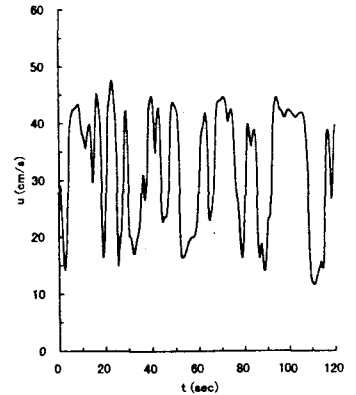


図-11 点Aの流速変動 (ストレイン・パラメータ依存性(Run2)導入)

4. 結 語

開水路横流入部の渦運動と流速変動について、平面 2 次元流れの基礎式を用いた数値解析法により、再現計算を試みた。レイノルズ応力の評価としては、0-方程式モデル、および $k-\varepsilon$ モデルを用いた。得られた成果を以下にまとめる。

1. 0-方程式モデルを用いた場合、非定常な渦運動と流速変動が再現されたが、時間平均流速分布が実験結果と一致せず、モデルの改良の必要性が指摘された。また、流入直後の小さい渦は再現されず、これは計算格子の粗さに起因すると考えられる。
2. 標準型 $k-\varepsilon$ モデルでは、渦の発振は再現されなかった。また、時間平均流速分布は 0-方程式モデルによる結果と比較して、改善が認められなかった。
3. 構成則に非線形性を考慮した非線形 $k-\varepsilon$ モデルを用いた場合、循環流の再付着点が標準型モデルと比較して下流側に引き伸ばされたものの、渦の発振は再現されなかった。時間平均流速分布は 0-方程式モデルや標準型 $k-\varepsilon$ モデルの場合と比較して若干の改善がみられた。
4. C_μ をストレイン・パラメータの適切な関数で与えた場合、渦の発振が再現された。時間平均流速分布については水路右岸付近を除いて実験結果を比較的良好に再現した。

今後、計算格子を細かくした上で、乱流モデルに関する検討をさらに進めていきたい。

参 考 文 献

- 1) 細田尚・木村一郎：開水路急拡部の流れにおける渦の発生・発達に関する二、三の検討，水工学論文集，第 37 巻，pp. 463-468, 1993.
- 2) Hosoda, T. and Kimura, I.: Vortex formation with free surface variations in shear layer of plane-2D open channel flow, Proc. 9th Symp. On Turbulent Shear Flow, Vol.1, P112.1-4, 1993.
- 3) 木村一郎・細田尚・友近文志：開水路流れ混合層におけるせん断不安定波動の空間的増幅特性，土木学会論文集，No. 509/II-30, pp. 99-109, 1995.
- 4) Franke, R. and Rodi, W.: Calculation of vortex shedding past a square cylinder with various turbulence models, Turbulent Shear Flows 8, pp.189-204, 1991.
- 5) Kato, M and Launder, B.E.: The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders, Proc. 9th Symp. on Turbulent Shear Flows, Kyoto, Vol.1, 10-4-1~10-4-6, 1993.
- 6) 今岡安則・田中等・細田尚・木村一郎：流れ込み式発電所放水口近傍の流れに関する二、三の検討，土木学会第 49 回年次学術講演会講演概要集，第 2 部(A)，pp. 336-337, 1994.
- 7) Nezu, I. and Nakagawa, H.: Turbulence in open channel flows, IAHR Monograph, Balkema, Rotterdam, pp.53-56, 1993.
- 8) 明賢國・笠木伸英：乱れの壁面漸進条件を考慮した非等方 $k-\varepsilon$ 乱流モデルの提案，日本機械学会論文集 (B 編)，56 巻，531 号，pp. 94-100, 1993.