

カオス解析による河川水温予測の試み Prediction of River Water Temperature by Using A Chaos Analysis

道奥康治*, 木村貢司**

By Kohji MICHIOKU, Kouji KIMURA

Water temperature of a small river basin is predicted by applying a chaos analysis. Embedding observed data vectors generated from the data, a trajectory space is reconstructed and chaotic behaviors of time series are examined. Temperature time series is predicted, by applying a linear prediction scheme proposed by Sano and Sawada. The present analysis is verified by applying it to describe the logistic mapping function which is known as one of dynamic chaotic processes and whose governing equation is already known. Through comparison between the field data of river temperature and the analysis it is investigated how long prediction duration is possible and how much dimension of observed data vectors is necessary for water temperature prediction with desired accuracy. The present method is expected to be a useful measure for prediction of hydrological phenomena governed by some non-linear deterministic processes.

Key words: chaos, water temperature prediction, embedding, dynamic system.

1. はしがき

カオスの発見によって、一見分析が不可能に見えるランダムな時系列も非線形力学系に支配され、過去から未来の予測が可能であることが明らかになってきた。経済動向、生物個体数の経年変化、電力・上水需要量、交通量など、様々な現象の予測に観測データのカオス性に基づく解析が応用され、対象となる変動量の過去の時系列データより比較的精度の高い将来予測がなされている。しかし、カオスの特徴は過去のごく小さな不確さがその非線形性ゆえに急速に増幅される点にあり、長期間の予測ほど困難になる場合がある。

本研究では小流域で観測された河川水温時系列を対象に、カオス理論による水温予測の可能性を検討する。まず、水温時系列データより現象を支配する力学系の状態空間を埋め込み法により再構成し、カオス性の有無を判定する。観測された時系列データがカオス性を有すると判断された場合、現象は決定論的な非線形力学系より生じたものと考え、この力学系の状態変化を支配する法則を時系列データから線形近似によって推定する。河川水温の予測値を観測結果と比較し、本解析による予測精度を検証する。

2. 埋め込み法

まず、観測された時系列データが如何なるストレンジアトラクターを有するかを同定する。もとの力学系に何らかのアトラクターが現れているならば、再構成された状態空間にはこのアトラクターの位相構造を保存したアトラクターが再現する。つまり、「1本の時系列データから、もとの力学系の状態空間とアトラクター

* 正会員 工博 神戸大学助教授 工学部建設学科
(〒657 神戸市灘区六甲台町 1-1)

** 正会員 学(工) (株)東永設計

を再構成する」というタケンスの埋め込み定理に基づいて、時系列データ $x(t)$ から、次のように「時間遅れ座標による軌道の再構成」法を用いて N 次元のベクトルを作る。

$$X_1 = \{x(t_1), x(t_1 + \tau), \dots, x(t_1 + (N-1)\tau)\}$$

$$X_2 = \{x(t_2), x(t_2 + \tau), \dots, x(t_2 + (N-1)\tau)\}$$

.....

.....

.....

$$X_n = \{x(t_n), x(t_n + \tau), \dots, x(t_n + (N-1)\tau)\}$$

ここで、 τ : 遅れ時間、 N : 埋め込み次元である。

このようにして得られたデータベクトルを N 次元空間にプロットしてできるパターンを観測してアトラクターの有無を判定する。

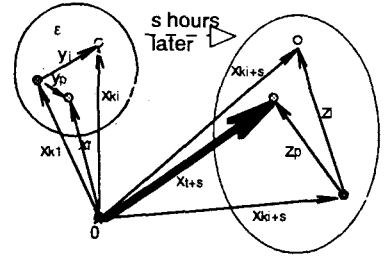


図-1 局所的線形近似による予測手順

3. 局所的線形近似による予測法^{1), 2)}

埋め込み法で再構成された軌道を小さな区間に分けて、Sano・Sawada(1985)²⁾の線形近似法により、それぞれの区間毎の局所的な支配法則を推定する。支配方程式が既知の力学系においては、状態空間上の任意の点におけるヤコビ行列で表された線形写像によって局所的な支配法則が近似的にあらわされる。一方、本研究で対象とするような河川水温データのように、観測時系列は存在するが支配方程式が未知あるいは既知であっても入力条件が不明で支配方程式を構成できない場合には、ヤコビ行列を直接求めることはできない。そのかわり再構成された軌道のある一点のまわりに存在する他の点の時間変化を調べることによって、ヤコビ行列に相当する写像を近似的に推定する。この方法による時系列予測の手順を図-1 ならびに以下に示す。

- 1) X_k として最新の観測点を含む点を選ぶ。
- 2) X_k 近傍にある点 X_{k+i} を $M+1$ ($i=1, 2, \dots, M+1$) 個探す。
- 3) X_k に近い順に X_{k+i} を並び換える。すなわち、 X_{k+1} が X_k に最も近い点となる。
- 4) X_{k+i} ($i=2, 3, \dots, M+1$) の X_{k+1} に対する変位ベクトル $y_i = X_{k+i} - X_{k+1}$ を求める。また、 X_k の X_{k+1} に対する変位ベクトル $y_p = X_k - X_{k+1}$ を求める。
- 5) 予測時間 s が経過した後のベクトル X_{k+s+i} ($i=1, 2, \dots, M+1$) を求め、 X_{k+s+i} ($i=2, 3, \dots, M+1$) の X_{k+s+1} に対する変位ベクトル $z_i = X_{k+s+i} - X_{k+s+1}$ ($i=2, 3, \dots, M+1$) を計算する。
- 6) $z_i = A_i \cdot y_i$ ($i=2, 3, \dots, M+1$) より A_i を求める。
- 7) $z_p = A_i \cdot y_p$ を計算し、さらに、 $X_{k+s} = X_{k+s+1} + z_p$ を求めると、 X_{k+s} の第 N 成分が最新のデータから時間 s だけ後の予測値となる。

本研究では、 $M=10 \sim 30$ の範囲で変化させ、各々の予測値の平均値を最終的な予測値とした。

4. 本解析の予備的検証

ここで採用する埋め込みと線形予測に必要なデータ数、予測範囲など各種パラメーターの目安の値を求め、予測法の妥当性を検証するために、既知の支配方程式を有するロジスティック写像の時系列に本解析法を適用する。ロジスティック写像では、ある時間ステップ n における値 X_n と次の時間ステップ $n+1$ における値 X_{n+1} が次式のように関連づけられる。

$$X_{n+1} = a \cdot X_n (1 - X_n) \quad (2)$$

ここでは、 $a=4.0$, $X_0=0.1$ としてデータ総数 9000 個の時系列を発生させた。

埋め込みにより得られたデータベクトルのうち、予測開始時間直前の m 個を用いて s ステップ先を予測する。次に、1 ステップ後の時系列データを用いて同様に s ステップ先を予測する。これを 50 回繰り返して時系列を予測し、真値と予測値との誤差 α_p を式(3)によって評価する。

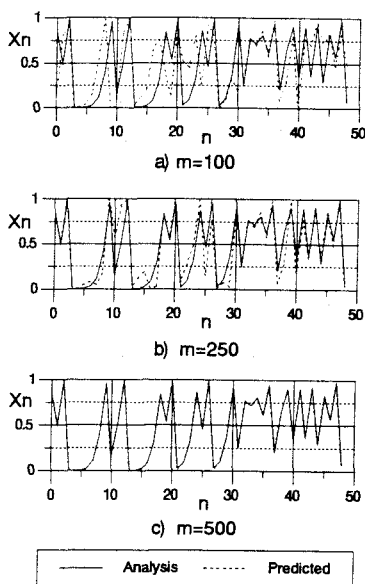


図-2 ロジスティック写像と予測結果の比較
(予測ステップ数, $s=5$)

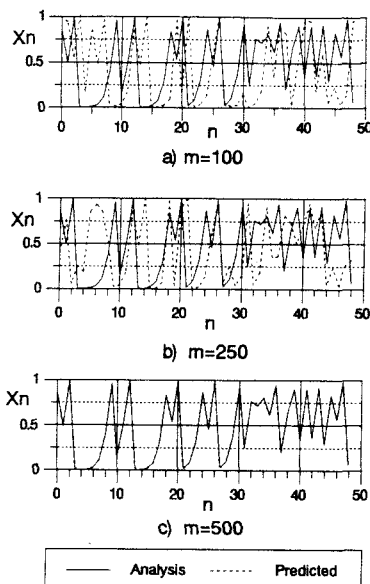


図-3 ロジスティック写像と予測結果の比較
(予測ステップ数, $s=100$)

$$\sigma_p^2 = \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i^* - y_i)^2 \right\} / n \quad (3)$$

ここで, y_i^* : 式(2)に基づく真値, y_i : 本手法による予測値, n : データ個数, である。

ここでは, データベクトル数: $m=50, 100, 250, 500$, 予測ステップ数(予測時間): $s=1, 5, 10, 50, 250, 500, 750, 1000$, 埋め込み次元: $N=2$, 遅れ時間(ステップ): $\tau=1$, に対して試算を行った。解析例として,

$m=100, 250, 500$ に対し, $s=5$ の場合ならびに $s=100$ の予測結果を図-2(a)~(c)と図-3(a)~(c)に各々示す。これらより, 同じ予測ステップ数 s についてはデータベクトル数 m が大きい方が, また, 同じ m に対しては s が小さい方が, 予測値はロジスティック写像の真値に近づくことが確認できる。図-4(a),(b)は予測ステップ数(時間) s とデータベクトル数 m が予測誤差 σ_p におよぼす影響を示す。このような予備的検討によって, カオスの「初期値鋭敏性」のために実用的予測が不可能となる限界条件, あるいは所定の予測精度を得るために必要なデータ個数などの目安を知ることができる。ロジスティック写像の場合, データベクトルが500個あればおよそ1000ステップ先まで, また, データベクトル個数が少ない場合でも1ステップ先の予測なら高精度の予測が可能であることが確認される。

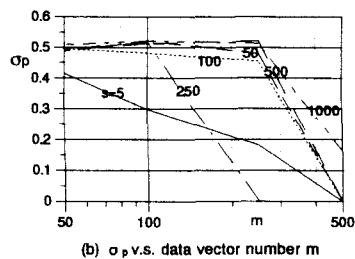
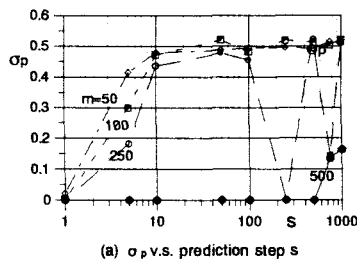


図-4 予測誤差 σ_p におよぼす予測ステップ s とデータベクトル数 m の影響 (ロジスティック写像の場合)

5. 河川水温時系列の予測

用いたデータは, 神戸市布引貯水池の上流においてメモリー式水温計により自動観測された 1995/8/22 ~ 1996/1/9 の期間の水温時系列である。3min. 毎にサンプルされた水温データはサンプリング間隔 $\Delta t_s=6\text{min.}$, 15min., 30min., 1hr., 2hr., 4hr. 毎のデータに再加工され予測対象の元データとする。各 Δt_s 毎の時系列データより式(1)にしたがってデータベクトルを生成する。例として, $\Delta t_s=1\text{hr.}$ のデータを試行的に次元 $N=3$, 遅れ時間

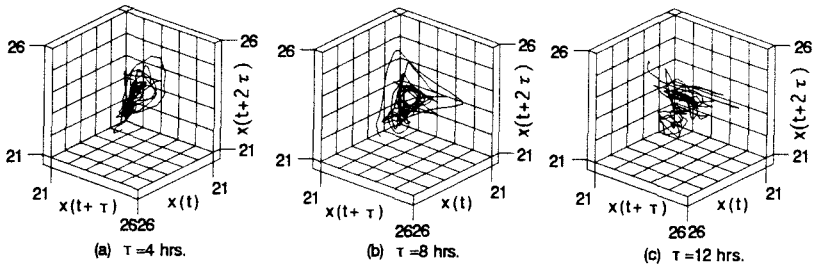
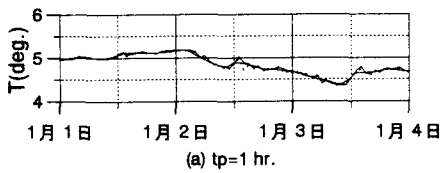


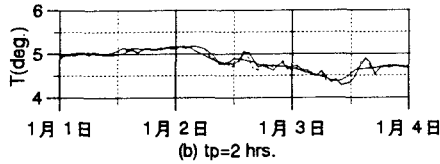
図-5 埋め込みによる状態空間上のアトラクターの再構成

$\tau=4, 8, 12$ hr.で埋め込み、三次元空間上に描いた軌跡を図-5(a)~(c)に示す。遅れ時間が $\tau=8$ hr.の場合の軌跡は、他の二者に比べて固定された周回軌道へより収斂しており strange attractor のように見える。 Δt_s の異なる他の時系列データについても、同じく $\tau=8$ hr.の場合が最もこのような軌道特性が見られた。これより、水温時系列データはカオス性を有する可能性があると判断し、本観測で得られた水温時系列データに対しては $\tau=8$ hr.の遅れ時間を用いて埋め込み法を適用する。埋め込み次元 N に関しては $N \geq 3$ で比較的明瞭な attractor 的軌跡が認められたので、以後 $N=5, 7$ を用いる。

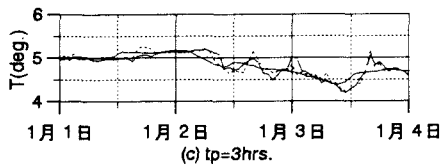
以上の検討によって時系列データにある程度のカオス的特性を有することを確認した後、各サンプリング間隔の時系列データに対し、ロジスティック写像の場合と同様の手順に従って $N=5, 7, \tau=8$ hr.の条件で水温時



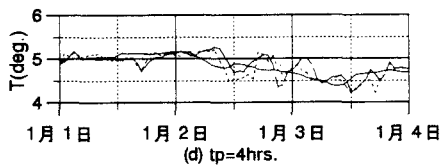
(a) tp=1 hr.



(b) tp=2 hrs.



(c) tp=3 hrs.



(d) tp=4 hrs.

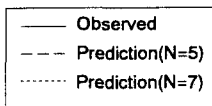
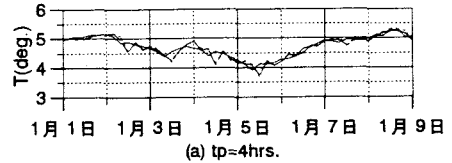
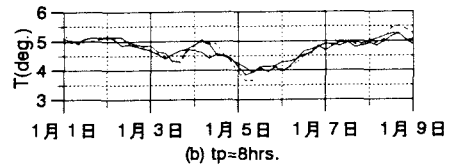


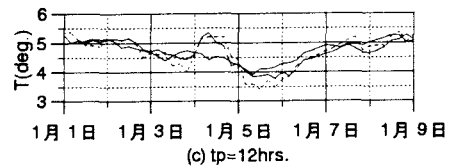
図-6 河川水温の予測値と観測値の比較
(サンプル間隔: $\Delta t_s=15$ min.)



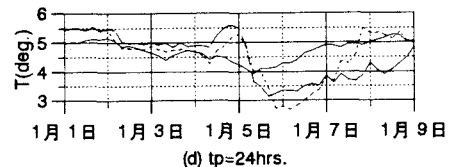
(a) tp=4 hrs.



(b) tp=8 hrs.



(c) tp=12 hrs.



(d) tp=24 hrs.

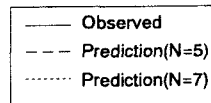


図-7 河川水温の予測値と観測値の比較
(サンプル間隔: $\Delta t_s=4$ hrs.)

系列を予測する。解析条件は以下のである。

Ⅰ. 予測期間(日変動):	1996/1/1, 0:00~1996/1/4, 0:00	1996/1/1, 0:00~1996/1/9, 0:00
	サンプリング間隔: $\Delta t_s=3\text{min.}, 6\text{min.}, 15\text{min.}, 30\text{min.}, 1\text{hr.}$	$\Delta t_s=2\text{hr.}, 4\text{hr.}$
Ⅱ. 予測期間(季節変動):	1995/11/8 0:00~1996/1/1 0:00	1995/10/10, 0:00~1996/1/1, 0:00
	サンプリング間隔: $\Delta t_s=15\text{min.}$	$\Delta t_s=2\text{hr.}$
Ⅲ. 予測時間:	$t_p=1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\text{hrs.}$	$t_p=2, 4, 8, 12, 24, 48\text{hrs.}$
	データベクトル数: $m=50, 100, 250, 500, 1000$	$m=50, 100, 250, 500, 1000$
Ⅳ. 予測時間:	$t_p=6, 12, 24, 48\text{hrs.}$	$t_p=6, 12, 24, 48\text{hrs.}$
	データベクトル数: $m=500$	$m=500$

Ⅰ. 日変動予測

$\Delta t_s=15\text{min.}$, $m=1000$, $t_p=1, 2, 3, 4\text{hrs.}$ (予測ステップ数: $s=t_p/\Delta t_s=4, 8, 12, 16$ 個)の場合の予測結果を図-6 に, $\Delta t_s=4\text{hrs.}$, $m=500$, $t_p=4, 8, 12, 24\text{hrs.}$ (予測ステップ数: $s=1, 2, 3, 6$ 個)の場合の予測結果を図-7 に, 各々示す。

$\Delta t_s=15\text{min.}$ 4hrs. の dataset ととも, 埋め込み次元 N の違いによる予測精度の顕著な差は見られない。また, 同じサンプリング間隔 Δt_s の data set に関しては, 予測時間 t_p (=予測ステップ数 $s \times$ サンプル間隔 Δt_s) の増加とともに予測精度が低下している。しかし, 異なる Δt_s の data set どうしを比較した場合($\Delta t_s=15\text{min.}$ と 4hrs. の data set), ロジスティック写像での予測結果とは異なり, 少ない予測ステップ数の方が必ずしも精度がよいとは限らない。すなわち, $\Delta t_s=4\text{hrs.}$ の data set の 24 時間予測($t_p=24\text{hrs.}$, 図-7(d))は予測ステップ数が 6 個と少ないにも関わらず, より予測ステップ数の多い $\Delta t_s=15\text{min.}$ の data set の 2 時間予測($s=8$ 個(図-6(b)), 3 時間予測(予測ステップ数 $s=12$ 個(図-6(c))よりもかなり予測精度が低い。このように予測の精度は, 元になる時系列データの持つ情報量, 情報密度に依存するようである。

予測条件が予測精度に及ぼす影響をより定量的に評価するために, 前と同様に式(2)によって予測誤差 σ_p を算定する。 $\Delta t_s=15\text{min.}$ と 4hrs. の data set について, 予測時間 t_p と予測誤差 σ_p の関係を図-8 に示す。また, サンプリング周波数 Δt_s 毎に σ_p を平均した σ_{pav} と予測ステップ数 s との関係を図-9 に示す。図-8 から, 各データともデータベクトル数 m による予測誤差の違いはほとんど見られず, m が大きい場合に予測誤差がやや減少する傾向が見られる。さらに前述のように, 予測ステップ数 s が同じでもサンプリング間隔 Δt_s の長いデータほど予測精度が低下することが図-9 よりわかる。

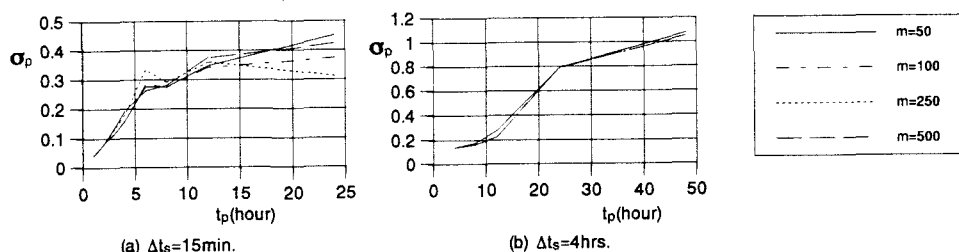


図-8 予測時間 t_p にもなう予測誤差 σ_p の変化

Ⅱ. 季節変動予測

$\Delta t_s=15\text{min.}$ の data set に対する予測結果を図-10 に, $\Delta t_s=2\text{hrs.}$ の dataset に対する予測結果を図-11 に示す。どちらの場合にも原因不明の間歇的な予測誤差が部分的に認められる。これを除けば, 予測時間が $t_p=12\text{hrs.}$ までの範囲では概ね妥当な予測結果となっている。予測時間が $t_p=24\text{hrs.}$ より長い場合でも, 観測時系列と類似の変動が見られるが, 「観測-予測値」間の誤差が大きく, 実用的には問題があるようである。

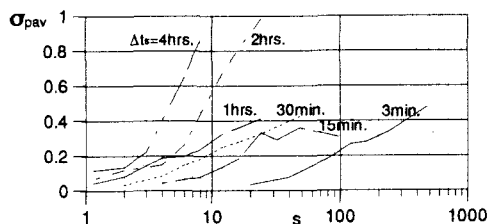


図-9 予測ステップ数 s が誤差におよぼす影響
(サンプル時間間隔 Δt_s 別)

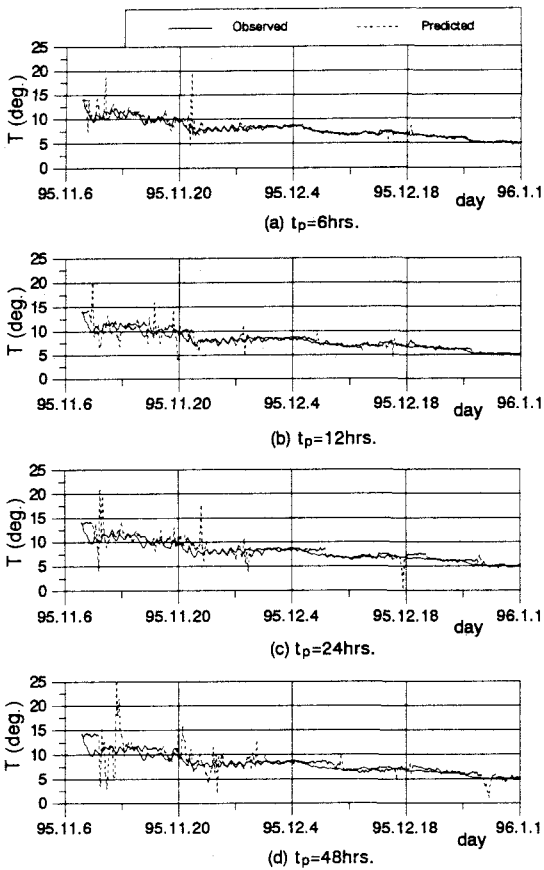


図-10 予測水温と観測値の比較
(サンプル間隔 $\Delta t_s=15\text{min.}$ のデータ)

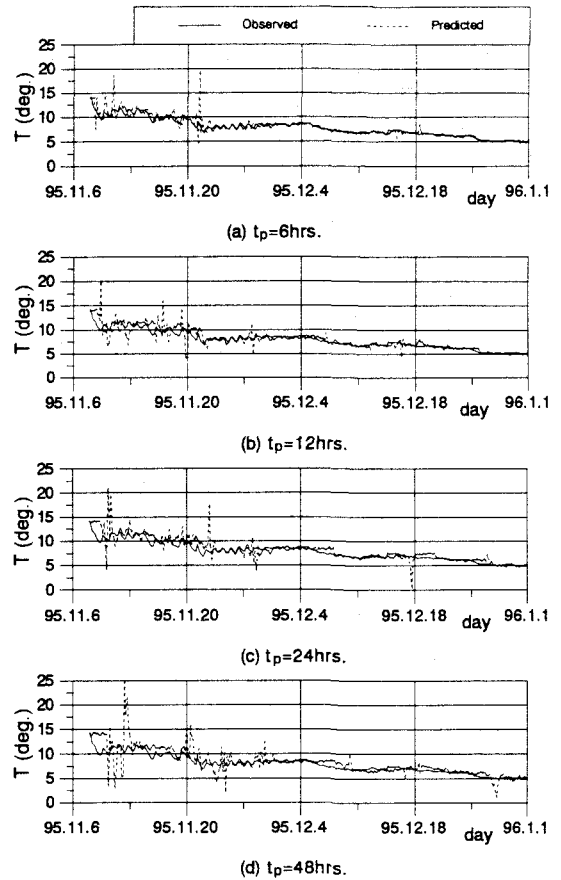


図-11 予測水温と観測値の比較
(サンプル間隔 $\Delta t_s=2\text{hrs.}$ のデータ)

以上のように、予測条件を適切に選定さえすれば河川水温時系列の日変動と季節変動特性がともに良好に再現され、本手法により水温時系列を予測することが可能であることが示された。

また、以上の予測解析において、データベクトル数を $m=1000\sim 5000$ 個に増やして予測した場合、いずれのデータの場合も少ないデータベクトル数による予測結果との有意な差は見られなかった ($m=2000\sim 5000$ 個の範囲ではほぼ同じ予測結果であった)。これより、ロジスティック写像の解析から予想されたように、データベクトル数 m をある値以上に増加させても予測誤差を大幅に減少させることはできないようである。

6. むすび

支配方程式が未知の河川水温時系列に対し、観測データのカオス性に基づく時系列予測解析法を適用し、条件によって良好な予測結果が得られることを確認した。さらに予測精度を向上させるためには、1) 局所的な支配法則の推定方法として、線形近似の他にも例えばファジー理論等を適用すること、2) 埋め込み次元 m と遅れ時間 τ の推定が最も重要であるので、適切な m と τ を決定するための客観的規準を設けること、などが必要と考えられる。

海岸水理研究会において鳥取大学工学部太田隆夫助手からは本研究への有益なご助言を頂いた。

参考文献

- 1) 太田・木村: 観測データのカオス性に基づく波浪予測の適用性, 海岸工学論文集, 第42巻, pp.326-330, 1995年
- 2) 佐野・沢田: Physical Review Letters, 55(10), pp.1082-1085, 1985.