

粗空隙浸透層内の一本の水みちにおける拡散特性に関する研究

The Mechanics of Convection and Dispersion Phenomena in a Single Path of the Large Porous Media

井上康*, 松林宇一郎**, 杉原浩明***, 高木不折****

By Yasushi INOUE, Uichiro MATSUBAYASHI, Hiroaki SUGIHARA, Fusetsu TAKAGI

The dispersion phenomena of the convective-dispersive transport of solutes through a porous medium is usually discussed by mechanical dispersion. However, experimental results of Matsubayashi et al.(1995) showed that both longitudinal dispersion and turbulent diffusion occurred simultaneously in the porous medium having large sized grain. To gain more understanding on dispersion, a new experiment was conducted using a single path of the porous media. In this study, it is observed that the dispersions change their characteristic whether the flow is laminar or turbulent. It is also found that Taylor's coefficient of longitudinal dispersion is applicable in this case.

Keywords:longitudinal dispersion, turbulent diffusion, laminar, turbulent

1. まえがき

1. 1 研究の背景

社会の環境に対する関心の高まりと共に、良好な河川環境の回復と創出が目標となってきた。河川の水質についても同様であり、汚染をどのように除去するかが課題となっている。元来、河川は自然の浄化作用を持つ。これは河川水がその流下の過程において、河床や河岸を構成する砂礫中を浸透、透過する際に汚濁物質が沈殿、吸着し、水中や間隙中に生息する微生物により分解される作用である。このような浄化作用を利用する礫間接触酸化施設なども実用化され、礫層中での浄化能力の評価が急務となっている。そのため、粗大な空隙をもつ礫層中での物質の移動機構の解明が必要である。

ところで、流体中の物質の移流・分散現象は流体工学の分野で、また、多孔体に場を移すと地下水工学の分野で多くの研究が行われている。しかし、礫層のような大きな空隙内での層流～乱流状態での物質の分散現象はあまり取り上げられていない。このような場では、複雑性による機構的分散に個々の空隙内での乱流拡散、移流分散が加わり、分散の効果がかなり大きいと考えられる。そこで、本研究はこの点を明らかにするため、粗大空隙をもつ多孔体での移流分散実験を行い、分散について物理的な機構の解明を目的とする。

* 名古屋大学大学院工学研究科地圏環境工学専攻博士課程前期課程

** 正会員 工博 名古屋大学大学院工学研究科地圏環境工学専攻

*** 名古屋大学工学部土木工学科学部生

**** フェロー会員 工博 名古屋大学大学院工学研究科地圏環境工学専攻

1. 2 既往の研究

浸透層内での物質の分散は、浸透場である礫層の構造に強く依存する。すなわち、間隙が分岐・合流を三次元的に複雑に繰り返す（経路のランダム性）ために間隙ごとに流速変動が生じ、機構的分散といわれる物質移動現象が起こる。この機構的分散については前報¹⁾において、乱流とのアナロジーにより混合距離理論を用いて説明した。

すなわち、粗空隙をもつ浸透層における物質移動特性に関して、開水路に詰めた礫層での一次元および二次元のトレーサー実験を行い、層の構造と拡散係数 D との関係を説明しようと試みた。その結果、層内の実流速 u と拡散係数 D の間におよそ線形とみられる関係があることがわかった。また層の構造、つまり礫の径や間隙の形状や大きさとの D の関係を明らかにすべく、層の間隙のモデル化により混合距離理論を援用する際の乱れ速度の評価を行うにあたって次の2通りの方法を用いた。

(1) 空隙を、その大きさが浸透層を構成する礫の径で決まり、屈曲しながら連続する管路と考え、礫の粒径分布から間隙流速の分布を評価する方法、および(2) 空隙の横断面形を基礎とする方法で、実測した空隙の開きの分布から間隙内部での流速分布を評価する方法である。

しかし、前記の混合距離による実流速の評価の妥当性の判断において、前者では実流速の過小評価、後者では混合距離の値自体は予期されるようなものであったが、流速の相関性を無視しているため間隙流速分布の過大評価であると考えられた。これは、実験により得られた分散係数 D が常識的な混合距離と適切な流速の乱れ強度を用いて計算される値より大きいためであると考えられる。この解釈として、個々の空隙内で移流分散及び乱流拡散が働き、機構的分散に加えてこれらの分散が存在することにより分散係数 D が大きくなったと推察された。

このような経緯から、本研究では機構的分散のない場におけるトレーサー実験を行い、分散係数を求め、分散現象における移流分散と乱流拡散の寄与について確認し、さらにその機構について、次に述べる Taylor の理論と比較し、その相違について説明を試みた。

2. 管路の移流分散に関する理論的考察

2. 1 移流分散方程式

個々の空隙内での分散について考える。空隙内の実際の流れは流速分布をもつせん断流である。せん断流では速度勾配のため断面平均濃度についての分散効果が一樣流の場合におけるよりも著しく増大することが知られている。この現象を移流分散と言うが、最初にこの問題を論じたのが Taylor²⁾である。

図-1に示すような流速分布と濃度

分布が流れに直角な面内でそれぞれ分布する問題を考える。いま、断面内の各点における流速 u を時間的平均値 $\bar{u}$ と乱れ成分 u' とに分け、さらに $\bar{u}$ を断面平均流速 U とそれからの偏り $\hat{u}$ に分ける。濃度についても同様にすると、

$$u = U + \hat{u} + u' \quad (\bar{u} = U + \hat{u}) \quad (1)$$

$$c = C + \hat{c} + c' \quad (\bar{c} = C + \hat{c}) \quad (2)$$

となる。これを用いると、拡散物質の保存則は A を断面積として

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\langle \bar{q}_x \rangle}{\rho} A \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A(UC + \langle \hat{u}\hat{c} \rangle + \langle u'c' \rangle) \right\} \quad (3)$$

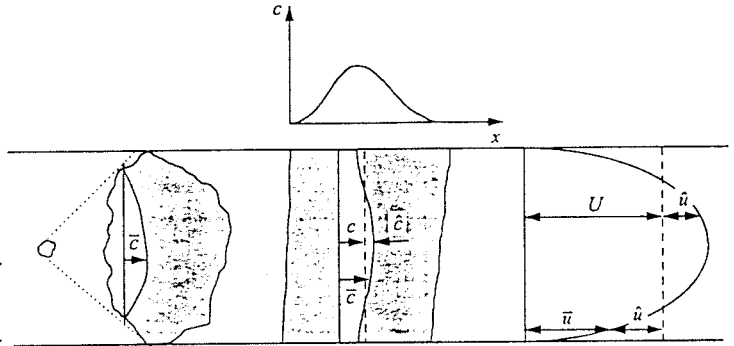


図-1 移流分散の説明図

$\overline{u'c'}$ は乱れによる拡散であり、 $\langle \overline{u'c'} \rangle$ はその断面平均である。 $\langle \hat{u}\hat{c} \rangle$ は流速と濃度の時間平均が一つの断面内でも場所的に異なるために生ずる相関である。つまり乱れによる拡散の他に断面内の流速分布による拡散が存在する。これを移流分散といい、乱流拡散

$$\overline{u'c'} = -D_t \frac{\partial C}{\partial x} \quad (4)$$

と同様に、

$$\langle \hat{u}\hat{c} \rangle = -D_L \frac{\partial C}{\partial x} \quad (5)$$

で表し、 D_L を分散係数という。流れの連続式を考慮すると、

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A(D_L + D_t) \frac{\partial C}{\partial x} \right\} \quad (6)$$

となる。

2. 2 Taylor と Elder による移流分散係数の理論的導出

Taylor は円管内の流速分布に基づく縦方向分散係数を理論的に導くために、横断方向にのみ乱流による拡散を導入した解析を行った。すなわち、直線的な円管においてその中心軸上に流れ方向に x 軸を、それと垂直に r 軸を取る。 $\bar{u}(r)$ 、 $\bar{c}(r)$ を各点における流速、濃度の時間平均値とし、拡散方程式、

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{tr} r \frac{\partial \bar{c}}{\partial r} \right) \quad (7)$$

を基礎とした。ここで、流下するトレーサーは x 方向に大きく広がっているので $\partial/\partial x$ の項は $\partial/\partial r$ の項に比べて極めて小さいので無視している。(7)式から Taylor は横方向乱流拡散係数が管内の流速分布により誘導される縦方向分散係数 D_L を求めた。縦方向の乱流拡散係数 D_{α} については別途求めている。

$$D_L = 10.06 a u_* \quad \langle D_{tx} \rangle = 0.052 a u_* \quad (8)$$

ここで、 a は半径、 u_* は摩擦速度である。

同様な手法は Elder により広長方形開水路において用いられており、平均の乱流拡散係数 $\langle D_{tx} \rangle$ については、 $D_{tx} = D_{ty}$ の近似を行って (x は流下方向、 y は x に直交する方向)、

$$D_L = 5.86 h u_* \quad \langle D_{tx} \rangle = 0.068 h u_* \quad (9)$$

という結果を得ている。ただし、 h は水深とする。

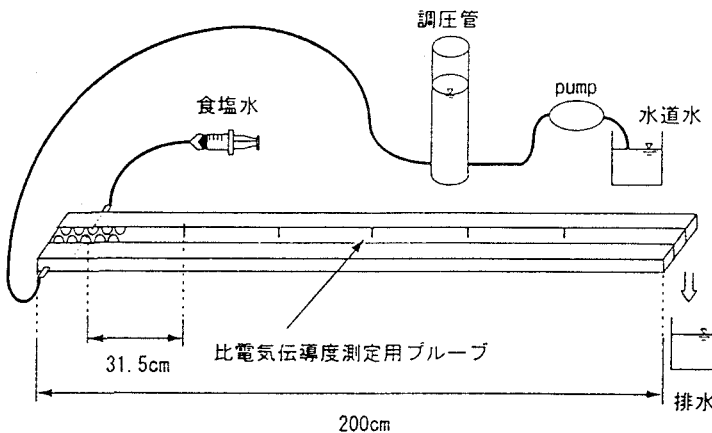


図-2 実験装置

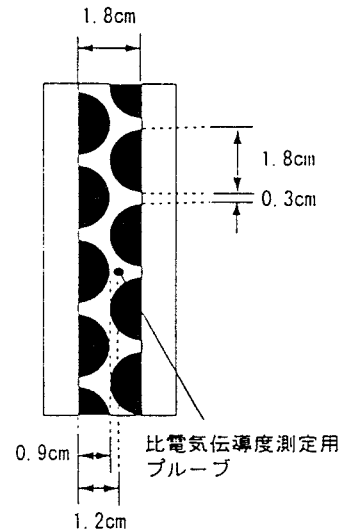


図-3 水路内部

3 実験および解析

3. 1 実験

トレーサー実験を図-2に示すような塩ビ板、塩ビパイプで構成された水路で行った。水路は寸寸が長さ200cm、幅1.8cm、高さ1.0cmとなるように設計し、礫の代わりに直径1.8cm、高さ1.0cmの半円柱形のパイプをちどり配列となるように間隔を0.3cmとしている。図-3に水路内部の拡大図を示す。間隙率は0.403である。水路の最上流部に水の供給部、そこから5cm下流にNaCl溶液の注入装置が設けてある。水はポンプにより供給し、ポンプは回転式であり、回転数を変えることにより流量の調節が可能である。またポンプと水路の間に調圧管を設けて流量の安定化をはかっている。

水路内には塩水注入口を $x=0$ として、下流31.5, 63, 94.5, 126, 157.5cmの5点にステンレス製プループ（電極）を配置してある（各々P1~P5と略）。この電極はトレーサー濃度を比電気伝導度として測定するためのものであり、直径0.3cmの円形として水路底面と上面に向

かい合わせに取り付けてある。これらプループのトレーサー濃度と比電気伝導度のキャリブレーションによる関係は使用した濃度範囲では図-4のように線形であることがわかった。

実験は初期状態として一定流量の水を流しておき、ある瞬間にNaCl溶液を瞬間点源として注射器により注入する。この時刻を $t=0$ として、各プループによりその後の水路内の比電気伝導度すなわち濃度の変化をパソコン制御によって一定時間間隔で測定した。測定は、水路内の濃度が全て初期状態に戻ったと確認した後、終了した。流量を変えて、これら一連の実験を繰り返した。また、塩水注入口での水頭差を測定し、各流量での水路の動水勾配 I を求めた。これによる動水勾配とDarcy流速との関係を図-5に示す。図から本実験は層流から乱流の範囲を含んでいることがわかる。

3. 2 結果と解析

分散実験により得られた計測値は、まず検定曲線により正確な比電気伝導度に変換し、さらに物質投入量が1となるように次式で規準化して解析した。瞬間点源の場合の式(6)の解析解は同様の規準化により

$$C = \frac{1}{\rho} \frac{1}{\sqrt{4\pi(D_L + D_t)t}} \exp\left\{-\frac{(x - Ut)^2}{4(D_L + D_t)t}\right\} \quad (10)$$

$$C^* = \frac{C(x,t)}{\int C(x,t)dt} \quad (11)$$

式(10)で与えられる。これらを比較して両者が最も一致する分散係数と実質流速を2乗誤差最小の基準で求めた。図-6にはこのようにして求めた各プループの比電気伝導度 C^* の時間変化の一例をプロットで示した。また、同図には同定された実質流速と分散係数を用いた理論曲線を実線で示した。また図-7は流速を変えて行った実験に対する実質流速と分散係数の関係を示している。図-7を見ると実質流速が1.2cm/s程

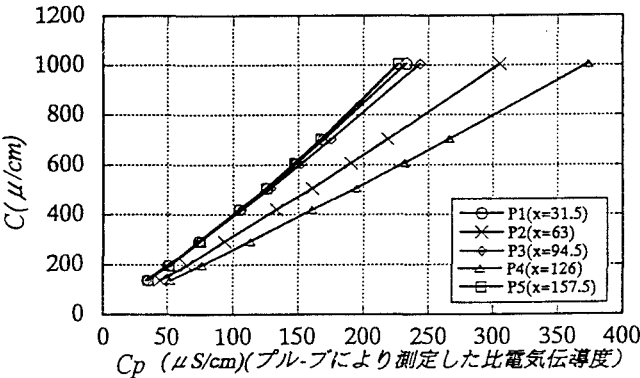


図-4 検定曲線

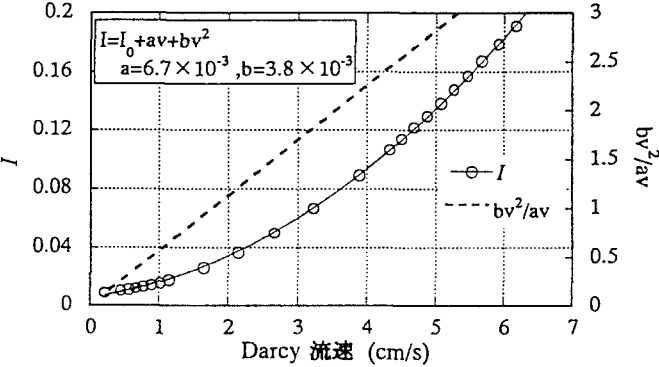


図-5 動水勾配とDarcy流速の関係

度から傾きが大きく変化しているのがわかる。そこで、この付近で実験値を2つに分けて近似式を求めると、約1.2cm/sまでは式(12)、それ以上では式(13)となる。

$$D = 7.43u \quad (12)$$

$$D = 1.42u + 7.60 \quad (13)$$

4. 考察

図-7からわかるように実質流速と分散係数の関係には、その傾きが大きく変化する点の存在が明瞭に確認される。実質流速が1.2cm/sまではばらつきもなく直線的な関係があり、1.2cm/s以上ではばらつきが大きくなるが、緩やかに増加する。これまでの礫層を用いた分散実験でも実質流速と分散係数の関係はほぼ線形であり、本研究のようにその関係が大きく変化する現象は確認しておらず、今回の新しい特徴である。

このような関係の変化の生ずる原因として、この変化点にあたる流速が層流と乱流との境界にあたるのではないかと考えた。多孔体のような屈曲の激しい媒体中の流れを通常の限界Re数によって層流、乱流に区別することはできないので、ここでは抵抗則の線形・非線形で分けることにした。浸透層におけるDarcy流速と動水勾配の関係は、層流域ではよく知られるように線形なDarcy則に従う。乱流への遷移領域から乱流域においては、Forchheimer則と呼ばれる、動水勾配がDarcy流速の2次式となる関係がある。図-5はそれをよく示しており、一次の項は層流、二次の項は乱流を表すと考えられるが、ここで一次の項に対する二次の項の比を取ると図-5の破線となる。

Darcy流速と分散係数との関係を示した図-8において、分散係数の変化点付近

のDarcy流速はおよそ0.6cm/sであり、図-5においてこの流速で bv^2/av の値は0.4程度となっており一次の項の比率が高いので、分散係数が大きな増加率を示す流速域は層流の範囲であると言えよう。ちなみに変化点のRe数(代表長として間隙の最も狭い部分の長さを用いた。)は180であり、通常の管路や開水路の限界Re数2300や浸透層でいわれている10程度の値の中間の値となっている。このことから分散係数の変化は層流から乱流の変化に対応しているものと推測され、低流速と高流速の部分の分散構造の相違を考える上では、それぞれの流速分布の相違がキーポイントと考えられる。

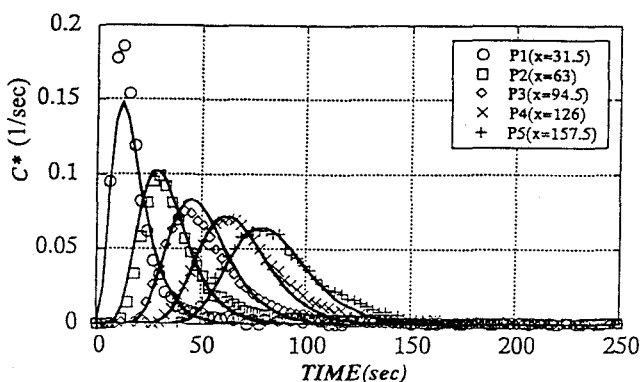


図-6 比電気伝導度の時間変化

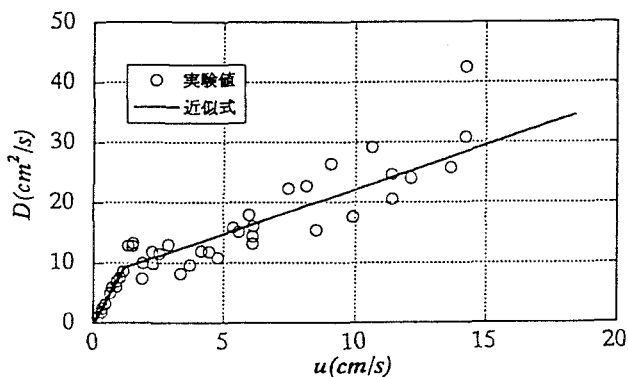


図-7 実質流速と分散係数の関係

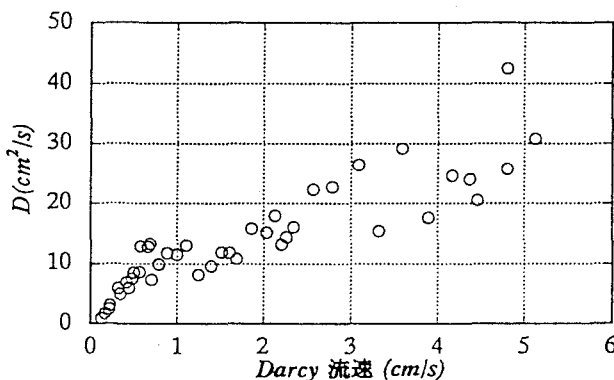


図-8 Darcy流速と分散係数の関係

層流での流速分布と乱流での流速分布は図-9に示すようにかなり異なっている。層流域における移流分散係数の理論的導出はできなかったのので断定的には言えないが、定性的に考えると移流分散が速度勾配により引き起こされるならば、層流では乱流より速度勾配が相対的に大きいので分散効果が大きく、結果的に実質流速に対する分散係数の増加率も大きくなったと言える。一方、理論的考察で示したように乱流における管路や開水路の移流分散係数はそれぞれ Taylor, Elder により理論的に誘導されている。両式の適用される場合は、この実験の水路とは異なり直線的であるが、そのまま比較してみることにする。図-10は実験値とこの両式による計算値を比較したものである。ここで円管における半径 a は $a=2R$ として径深を用いて与える。径深の値は水路の平均的幅を考え、 $R=0.226\text{cm}$ とした。また、動水勾配は経路の屈曲を考慮せずに求めたものを用いている。これらと比較

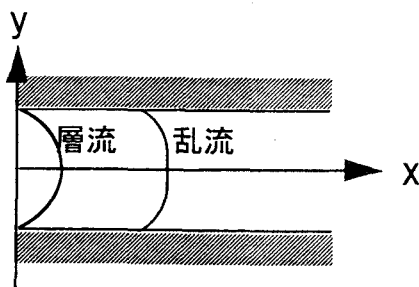


図-9 層流と乱流の流速分布

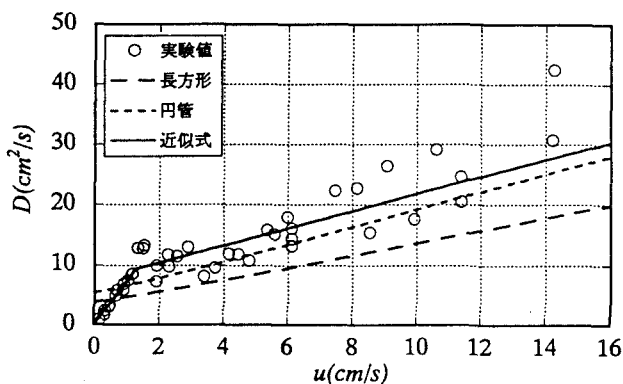


図-10 Taylor, Elder の理論式との比較

すると、Taylor による円管の分散係数が実際に近くなっているのがわかる。水路の形状は Taylor のものとは非常に異なって大きな凸凹があり、単純に比較することはできないものの、こうした増加傾向の相似は 1 本の水みちでの分散が大まかには Taylor 的な考えで良いことを示していると言える。また、分散係数を増大させる原因としては、水路幅の規則的変化と水路のわずかな蛇行が挙げられ、この点についてさらに研究の余地があるといえよう。

5. まとめ

本研究では、礫層のような大空隙を有する多孔体内部での移流分散を議論する際、機構的分散と間隙内での拡散を分離して評価するため、その中の 1 本の水みち内での拡散特性を実験的に明らかにしようとした。その結果以下の点が明らかになった。

- 1) 水みちでの流れは層流から乱流であり、動水勾配と Darcy 流速の関係は Forchheimer 則にしたがうことがわかった。
- 2) 分散係数と実質流速との関係は層流域と乱流域で大きく変化することが明らかになった。すなわち、層流域では実質流速に対して直線的に増加し、乱流域では層流域より緩やかに増加するが、そのばらつきは大きい。
- 3) 乱流域では Taylor による直線管路での移流分散係数とほぼ近い値となっていることがわかった。

6. 参考文献

- 1) 松林ら：大空隙をもつ浸透層における物質の移動特性に関する研究，水工学論文集 第 40 巻 1996
- 2) Taylor, G.I.: The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, Proc. Roy. Soc., A. 223. 1954.
- 3) 椿東一郎：水理学 2，森北出版，pp190-194, 1974