

固体粒子を浮遊する傾斜サーマルの減速域

Decelerating Inclined Thermals with Suspended Solid Particles

福島祐介*・金子幸弘**

By Yusuke FUKUSHIMA and Yukihiro KANEKO

The dynamics of inclined thermals with suspended solid particles are investigated experimentally and theoretically. The inclined thermals with suspended solid have two stages; one is an accelerating stage and the other is a decelerating stage. The decelerating stage is formed when the initial concentration and/or the initial speed is relatively low. For this case, the solid particles in the thermal are deposited onto the bed and the buoyancy force decreases in the flow direction. The mixture of water and the barium sulfate particles is used for the experiments. The variations of the speed and the height of the thermals are measured using the video camera. Then, the numerical analysis is carried out. The numerical solutions can explain well the experimental results of the height and speed of inclined thermals.

Keywords: inclined thermals, numerical simulation, suspension, solid-fluid two phase flow.

1. はじめに

固体粒子を浮遊して形成される重力流は、厳冬期に山岳地帯で発生する煙型雪崩^{1),2)}、海底、大きな湖沼などで発生する泥水流^{3),4)}など自然界で数多く観察される。これらは激しい流れによって斜面上に堆積した固体粒子を浮遊し、それらと流体の固・気あるいは固・液二相流を形成し、周囲流体との密度差により斜面下方に流れ下る現象である。これらは、重力密度流先端部を形成し、後続からの浮力フラックスの供給がある場合とない場合で、傾斜ブルーム、傾斜サーマルとに大別される⁵⁾。さらに、傾斜ブルームと傾斜サーマルは、密度差の原因が溶解性の塩分濃度差や温度差などの「保存性」である場合と前述の固体粒子を浮遊する「非保存性」である場合に大別される。淡水に塩水を連続的に補給するとき生ずる流れは「保存性の傾斜ブルーム」⁶⁾で、大気中を雪粒子を浮遊して

流れる煙型雪崩^{1),2)}や海底で発生する泥水流^{3),4)}は「非保存性の傾斜サーマル」の代表例である。本論文では、図1に模式的に示すような非保存性の傾斜サーマルを取り扱う。

有効重力源が塩分濃度などで与えられる「保存性」の二次元傾斜サーマルでは、十分時間が経過すると、最大厚さが時間の $2/3$ 乗に比例して増加し、流下速度が時間の $-1/3$ 乗に比例して減速する平衡領域に達することが知られている⁷⁾。一方、有効重力源が浮遊する固体粒子で与えられる「非保存性」傾斜サーマルの運動機構は平衡領域を持たず、「自己加速サイクル」と「自己減速サイクル」の二つの流動に分けて考えることができる^{2),3),4)}。

「自己加速サイクル」の流動は、初期の流下速度が大きい場合に見られ、乱れエネルギーの増大によって、底面から固体粒子の巻き上げによる有効重力の増加に伴って、流下に伴い次第に加速し

* 正会員 工博 長岡技術科学大学 教授 工学部環境・建設系(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

** 正会員 工修 西日本旅客鉄道(株)

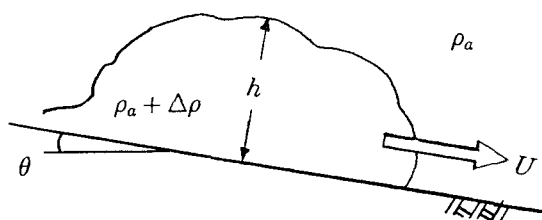


図 1: 傾斜サーマルの模式図

て行く現象である。「自己減速サイクル」の流動は、初期の流下速度が小さい場合に見られ、乱れエネルギーの減少により、浮遊していた固体粒子が沈降し、有効重力の減少により、流下に従い次第に減速して行く現象である。

このように、非保存性の傾斜サーマルでは、保存性のサーマルと異なって、きわめて複雑な流動形態をとる。本報告では「非保存性」傾斜サーマルの減速域に着目し、室内実験と数値計算を行い、流動特性の検討をおこなった。

2. 実験装置と実験方法

本研究では、底面の傾斜角が 5° 、 10° 、 30° の場合について実験を行った。傾斜角 5° 、 10° では図 2(a) に示す、長さ 370cm、高さ 40cm、幅 15cm の矩形アクリル水槽を用いた。傾斜角 30° では図 2(b) に示す、長さ 200cm、高さ 100cm、幅 15cm の矩形アクリル水槽に傾斜板を取り付けたものを用いた。いずれの装置でも、淡水を満たした水槽の上流端にゲートを取り付けた箱に所定の濃度の硫酸バリウム混合水を 1 リットル貯め、ゲートを引き上げることで傾斜サーマルを形成させた。これを側面から、VTR で撮影し、流下速度、最大厚さ等を測定した。また、フロント内の流速分布、濃度分布の測定も併せて行った。傾斜サーマルの運動は本質的に非定常で界面に発生する大規模渦に伴って変動する。このため、それぞれの条件で 3 回の実験を行い、その平均を取って測定結果とした。

硫酸バリウム懸濁水の初期重量濃度は 1%、3%、5% の 3 種類とした。これに対する相対密度差 ε_0 ($= \Delta\rho/\rho_0$) は、それぞれ 0.00777、0.0237、0.0401 である。硫酸バリウム粒子の粒径は、 $2.0 \sim 50.8 \mu\text{m}$ 、これに対応する粒子の沈降速度は $7.34 \times 10^{-4} \sim 4.73 \times 10^{-1} \text{ cm/s}$ であった。

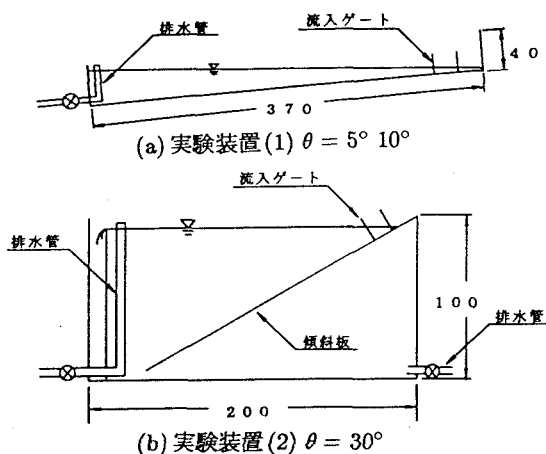


図 2: 実験装置

3. フロントの移動速度と最大厚さ

図 3 に底面の傾斜角が 5° 、 10° 、 30° の場合のフロントの移動速度の流下距離変化を示す。初期濃度が 1% の結果は移動速度の減少はあまり顕著ではないが、初期濃度が 3%、5% と大きくなるに従って移動速度が早く減少していることがわかる。

図 4 に底面の傾斜角が 5° 、 10° 、 30° の場合のフロントの最大厚さの流下距離変化を表す。流下距離が 60cm 以下では、初期濃度に依らず、それぞれの傾斜角についてほぼ同じ発達率で最大厚さが増加していることがわかる。流下距離がこれより大きくなると、初期濃度により傾向が変化し、初期濃度が大きいほど最大厚さが大きくなる。また、傾斜角による違いが表れ、傾斜角が小さいほど最大厚さの発達率、すなわち最大厚さの流下方向の増大率が小さくなる。特に $\theta = 5^\circ$ では、初期濃度が 3%、5% の場合には流下に伴って最大厚さの減少が観察された。

4. フロントの無次元移動速度

保存性の二次元傾斜サーマルの場合には十分時間が経過すると、最大厚さが時間の $2/3$ 乗に比例して増加し、移動速度が時間の $-1/3$ 乗に比例して減速する平衡領域に達する⁷⁾。一方、非保存性の傾斜サーマルの場合にはこのような平衡状態は存在しない。このことを明確にするため、移動速度を無次元化する。傾斜サーマルの流動に影響に及ぼ

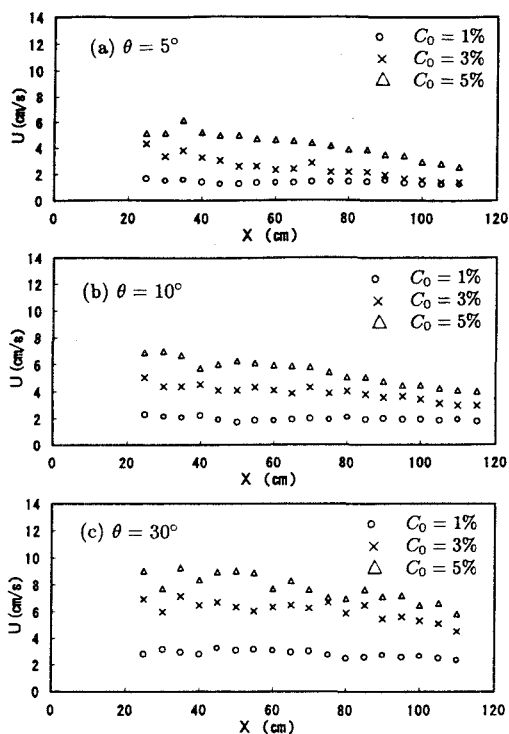


図 3: フロントの移動速度の流下距離変化

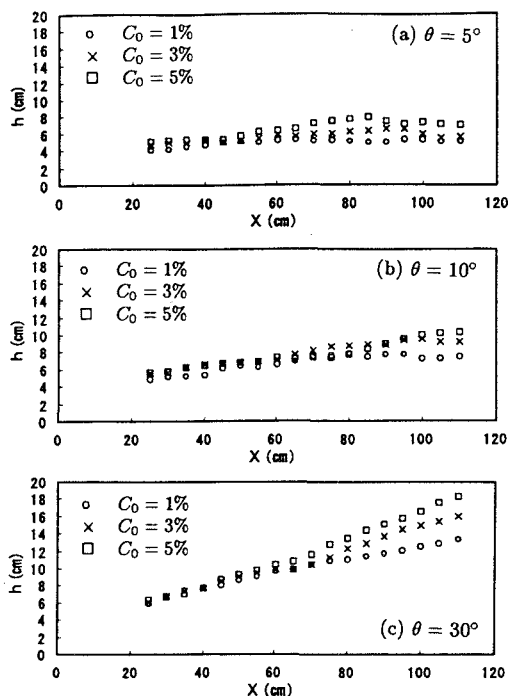


図 4: フロントの最大厚さの流下距離変化

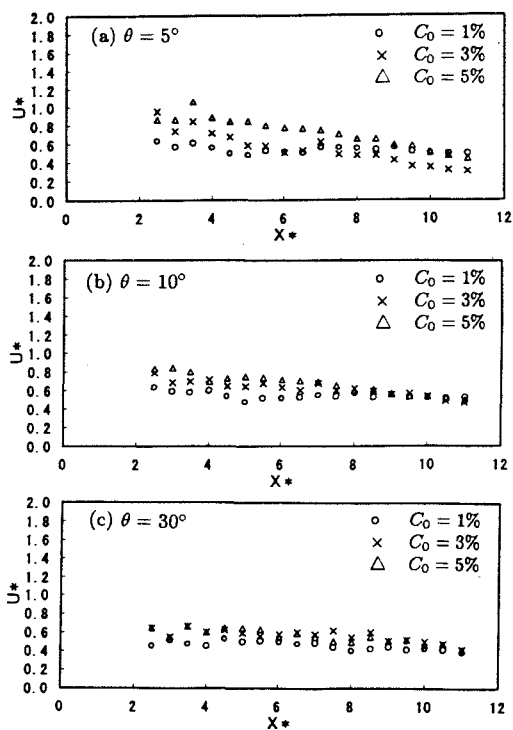


図 5: フロントの無次元移動速度

す因子として、初期濃度 C_0 と傾斜角 θ を選ぶ。このとき、初期有効重力の斜面方向成分 G_0 は次のように表される。

$$G_0 = V_0(\Delta\rho/\rho_a)g\sin\theta \quad (1)$$

この G_0 と初期体積 V_0 を用いて次のように無次元化を行う。このとき、特性速度 U_0 、特性長さ L_0 は次のように表される。

$$U_0 = G_0^{1/2}/V_0^{1/3} \quad (2)$$

$$L_0 = V_0^{1/3} \quad (3)$$

無次元速度を U^* 、無次元長さを X^* とすると、これらは次のようになる。

$$U^* = \frac{U}{\{(\Delta\rho/\rho_0)g\sin\theta\}^{1/2}V_0^{1/6}} \quad (4)$$

$$X^* = \frac{X}{V_0^{1/3}} \quad (5)$$

図 5 に無次元移動速度 U^* を無次元距離 X^* 対して示す。傾斜角 $\theta = 10^\circ$ 、 $\theta = 30^\circ$ の場合は、 $X^* > 8$ で U^* は濃度による変化は小さく、一本の曲線で

近似できるように見える。これに対し $\theta = 5^\circ$ の結果は、 U^* の値は全領域でかなりばらつきがある。 $\theta = 10^\circ, 30^\circ$ の $X^* < 8$ 及び $\theta = 5^\circ$ の全領域で、 U^* の値に差があるのは、今回の傾斜サーマルは懸濁性粒子を用いており、硫酸バリウム粒子が流下に伴って沈降しているためである。

5. 非保存性傾斜サーマルのモデル

固体粒子を浮遊する非保存性の傾斜サーマルのモデルは福嶋²⁾によって提案された。また、その改良版は福嶋他^{5),6)}によって提案された。乱れエネルギーの式を省略した、サーマルの運動を記述する式は以下の三式である。

混合流体の質量保存式：

$$\frac{d}{dt}(\rho_0 A) = \rho_a E_w U P_i \quad (6)$$

固体粒子の質量保存式：

$$\frac{d}{dt}(CA) = v_s(E_s - c_b \cos \theta) P_b \quad (7)$$

流下方向の運動量保存式：

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\rho_0 + k_v \rho_a) U A &= \rho_0 R g \sin \theta C A \\ -\frac{1}{2} c_D \rho_a U^2 h - \frac{1}{2} f_i \rho_a U^2 P_i - \frac{1}{2} f_b \rho_b U^2 P_b \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 ρ_0 はサーマルの平均密度、 A は横から見たサーマルの面積、 C 、 c_b はそれぞれ、サーマルの平均体積濃度と底面付近の濃度、 U はサーマルの移動速度、 ρ_a は周囲水の密度、 k_v は仮想質量係数、 g は重力加速度、 θ は水路の傾斜角、 c_D は抗力係数、 f_i 、 f_b はそれぞれ界面と底面の摩擦係数、 P_i 、 P_b はそれぞれ界面と底面の潤辺長、 E_w は水の連行係数、 E_s は固体粒子（バリウム）の連行係数、 v_s は固体粒子の沈降速度である。

この計算において、 E_w の式の係数 α とバリウムの沈降速度 v_s をパラメータとして計算を行った。

$$E_w = \alpha \frac{\theta}{90^\circ} \quad (9)$$

また、流れの規模が小さく、乱れによる粒子の巻き上げがないと考え、 E_s は零とした。

式(6)から(8)において、サーマルの面積 A 、上部潤辺長 P_i 、下部潤辺長 P_b は、サーマルの最大高さ h と次のような関係にある。

$$A = \xi_A h^2; \quad P_i = \xi_i h; \quad P_b = \xi_b h \quad (10)$$

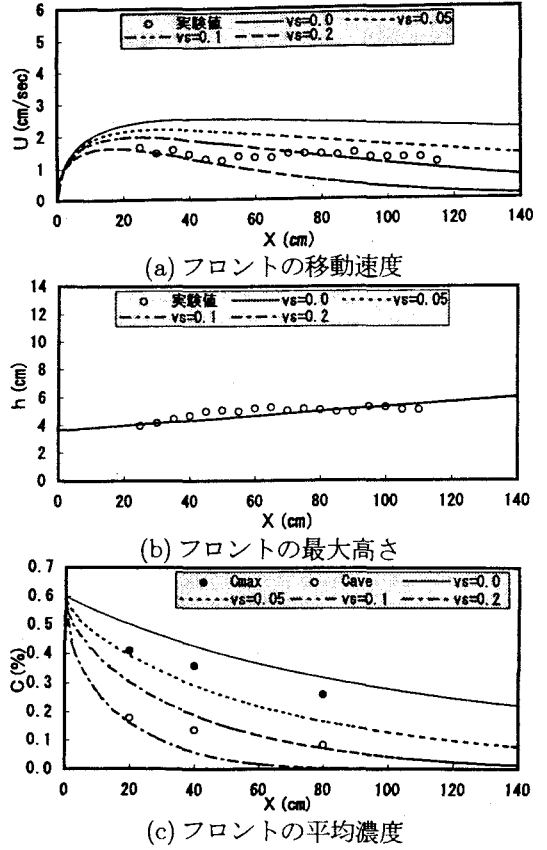


図 6: 計算結果と実験値との比較($\theta = 5^\circ$, $C_0 = 1\%$)

ここで、 ξ_A 、 ξ_i 、 ξ_b は形状関数である。サーマルの形状を長径 P_b 、短径を $2h$ の半楕円形で近似するものとする、これらの形状係数と仮想質量係数 k_v は、次のように表すことができる(福嶋²⁾, Beghin et al.⁷⁾).

$$\xi_A = \frac{\pi}{4} \xi_b \quad (11)$$

$$\xi_i = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{(4\xi_b^{-2} + 1)} \xi_b \quad (12)$$

$$k_v = 2/\xi_b \quad (13)$$

また、無次元の下部の潤辺長 ξ_b は、Beghin et al.⁷⁾の実験を参考にして

$$\xi_b = 8.47\theta^{-1/3} \quad (14)$$

とする。

6. 減速するサーマルの数値シミュレーション

本節では、5. の基礎方程式を基に数値計算を
-540-

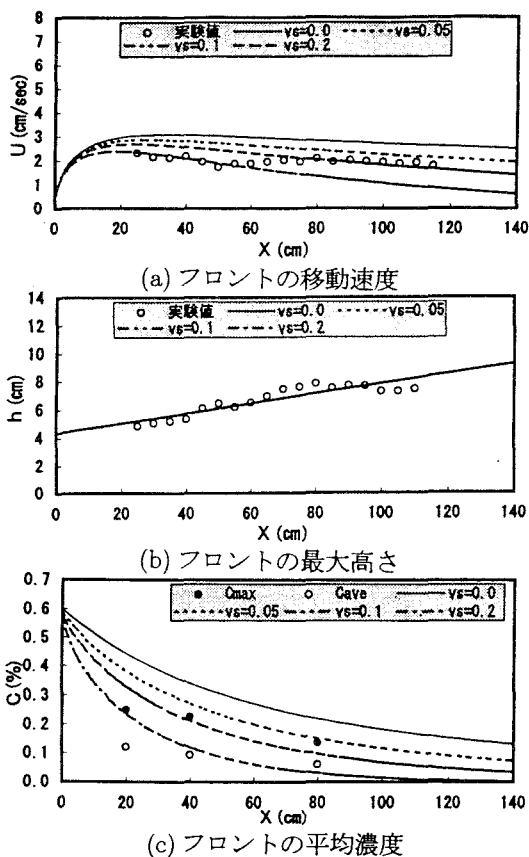


図 7: 計算結果と実験値との比較($\theta = 10^\circ$, $C_0 = 1\%$)

行い、実験結果と比較した結果について述べる。

(a) 比例係数 α

福嶋他⁵⁾は、保存性傾斜プリュームとサーマルの実験を行い、これらのシミュレーションモデルによる数値解と実験値を比較し、式(9)の比例係数の値を $\alpha = 0.2$ とすると、プリュームとサーマルの実験値を統一的に表現できることを示した。ここでは、再度 α の値を様々に変化させて、数値解が実験値とよく適合するようにその値を定めた。その結果、 $\alpha = 0.4$ とすると、数値解は実験値とよく適合することを確かめた。以下に示した数値解はすべて $\alpha = 0.4$ として、求めたものである。

(b) 沈降速度 v_s

図 6 に傾斜角 $\theta = 5^\circ$ の場合、図 7 に傾斜角 $\theta = 10^\circ$ 、図 8 に傾斜角 $\theta = 30^\circ$ で、いずれも初期濃度 $C_0 = 1\%$ の場合の計算結果を実験値と比較したものを示す。硫酸バリウム粒子の沈降速度は $v_s =$

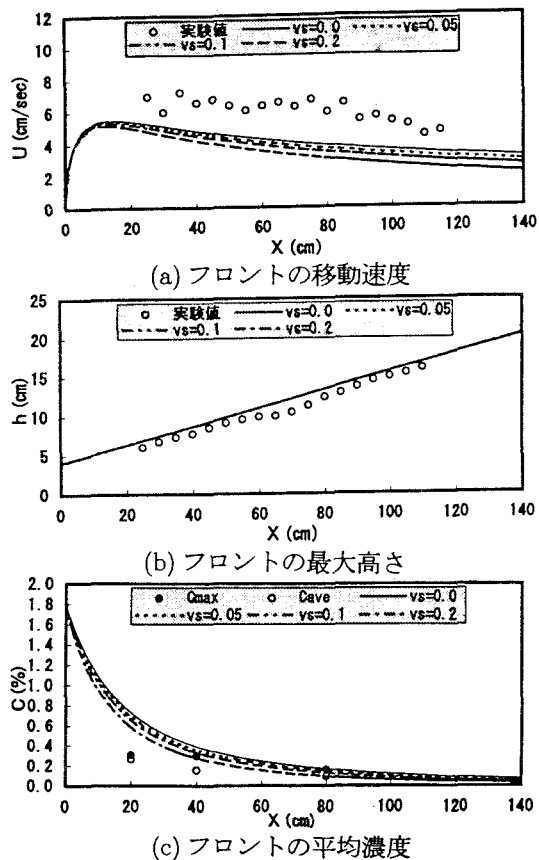


図 8: 計算結果と実験値との比較($\theta = 30^\circ$, $C_0 = 1\%$)

0.0, 0.05, 0.1, 0.2 cm/s としている。これらの図で、(a) フロントの移動速度、(b) 最大高さ、(c) フロントの濃度、である。実験では、ゲート開放直後にはフロントの形状は明確ではなく、先端がゲートから 20cm 位の位置に達した頃、フロント形状が明確になる。そこで、図ではフロントの位置が $X \geq 20$ cm の範囲の測定結果をプロットしている。

図 6、図 7、図 8 の (a) を見ると、フロントの移動速度は、流下初期に急激に増加した後、最大値をとり、その後緩やかに減少して行く。パラメータである沈降速度 v_s が大きいほど移動速度の減少は大きくなっている。沈降を考慮しない場合 ($v_s = 0.0$) と考慮した場合 ($v_s = 0.1$ cm/s) を比較すると、流下距離 $X = 140$ cm では、沈降を考慮した場合はフロントの移動速度が $1/2$ 以下に減少している。図 6、図 7 の実験値は、 $X < 60$ cm の範囲で $v_s = 0.2$ cm の

計算値に、それ以降($X > 70\text{cm}$)では $v_s=0.1\text{cm/s}$ の計算値に近い挙動を示す。これは理論では水深が無限であると仮定されているが、実験では水深が有限であるためと考えられる。傾斜角 $\theta = 5^\circ$, 10° では実験装置(1)を用いており、特に流下距離が短い範囲で上層水深は小さいため、理論の移動速度より小さな値となったと考える。一方、図8では実験値は計算値よりかなり大きな値となっているがこの理由については現在検討中である。

(b)のフロントの最大厚さは共に流下距離に対してほぼ直線的に増加している。この場合には沈降速度の影響はごく小さい。最大高さに対しては、連行係数の比例係数 α の値が敏感に影響することがわかっている。

(c)のフロント濃度については、実験値が流下方向に3断面だけの測定で、測定精度がよくない。計算値について見ると、濃度に対しては沈降速度の違いは大きく影響し、 $X = 140\text{cm}$ での値は、 $v_s = 0.0$ では初期濃度の約3割から4割に、 $v_s = 0.1\text{cm/s}$ のとき約1割に減少する。今回の実験では、硫酸バリウム粒子の沈降速度が比較的大きいため、サーマル内のバリウム濃度の減少の影響によって粒子濃度の減少がかなり大きくなり、この効果がフロントの移動速度に大きな影響を与えたものと推定される。

以上の結果より、今回の実験条件の範囲では、沈降速度を $v_s = 0.1\text{cm/s}$ とすると、フロントの移動速度、最大高さの実測値をよく説明するようである。実験に用いた硫酸バリウム粒子は広い粒度分布を持つことがわかっており、代表的な粒径に対する沈降速度として、 0.1cm/s の値が得られたものである。現象を忠実にモデル化するためには、測定で得られた粒度分布に対して、区分ごとの沈降速度を求め、固体粒子の質量保存式(7)を粒度分布ごとに計算することが考えられる。この粒度分布の効果の検討については今後の課題としたい。

7. おわりに

本研究では、固体粒子を浮遊する傾斜サーマルについて、実験とモデルの数値計算を行い、その流動特性について検討した。得られた主要な結果を以下にまとめる。

(1) 非保存性の傾斜サーマルは保存性の傾斜サーマルと異なり、流下時間(流下距離)が大きくなっても、平衡領域には達しない。すなわち、初期の水利条件をもとに無次元化を行った結果を見ても、フロントの無次元移動速度は一本の曲線とはならず、初期濃度によって大きく異なる。

(2) 非保存性の傾斜サーマルでは、初期濃度が大きい程フロントの流下速度の減少は大きい。フロントの最大厚さは流下直後には初期濃度によらず増加するが、増加率が小さくなり、傾斜角が小さい条件では、減少することもあることが示された。

(3) 数値モデルにより、様々な傾斜角、初期濃度の実験条件について計算値と実験値の比較を行った。この結果、連行係数の係数を $\alpha = 0.4$ 、硫酸バリウム粒子の沈降速度を $v_s = 0.1\text{cm/s}$ とすることで統一的にフロントの移動速度、最大高さを説明することを示した。

謝辞 本研究の一部は文部省科学研究費補助金、一般研究C(代表 福嶋祐介、課題番号07650592)の補助を受けた。本学環境・建設系早川典生教授には多くの議論と示唆を受けた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Hopfinger, E. J., Snow avalanche motion and related phenomena, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 15, pp. 47-76, 1983.
- 2) 福嶋祐介, 粉雪雪崩の流動機構の解析, 雪氷, 48-4, pp. 189-197, 1986.
- 3) Parker, G., Fukushima, Y. and Pantin, H. M., Self-accelerating turbidity currents, *J. Fluid Mech.*, 171, pp. 145-182, 1986.
- 4) 福嶋祐介, Parker, G., 自己加速する泥水流に関する研究, 第30回海岸工学講演会論文集, 30, pp. 631-636, 1985.
- 5) 福嶋祐介, 早川典生, 山口武俊, 重力密度流による煙型雪崩の流動シミュレーションモデルの検討, 雪氷, 58-3, pp. 205-214, 1996.
- 6) 福嶋祐介, 固体粒子浮遊による二次元下層密度流先端部の解析, 土木学会論文集, 461/II-10, pp. 65-74, 1993.
- 7) Beghin, P., Hopfinger, E.J. and Britter, R.H., Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, *J. Fluid Mech.*, 107, pp. 407-422, 1981.