

水中混入気泡の移流拡散特性

Advection and Diffusion Properties of Buoyant
Air Bubbles in Open Channel Flows

戸田圭一*・吉川太**・井上和也***

By Keiichi TODA, Masaru YOSHIKAWA and Kazuya INOUE

Air bubbles in the sea water have smaller particle sizes and are less released from the water than those in fresh water. Even if they reach the water surface, they tend to stay there as foams. This paper treats the phenomena of advection and diffusion of buoyant air bubbles in open channel flows by both Eulerian approach and Lagrangian one. Through the Eulerian method, the effects of hydraulic parameters to air bubble behaviour are examined. A Lagrangian model is also presented, whose simulation results are compared with Eulerian ones and their differences are discussed.

Keywords: air bubbles, advection and diffusion, boundary condition

1. 緒 言

海水で発生する空気泡は、真水で発生するそれに比べて非常に水中から逸脱しにくく、かつ水表面まで浮上しても、水表面で泡沫となって長時間にわたって残存する傾向がある。よって景観・環境上の見地から、汽力発電所の放水路系においては、既設の発電所で消泡対策が練られ、新設の発電所においては泡の発生流下を抑制する合理的な放水路の設計が行われ、成果を挙げてきている。水中に混入した空気泡の浮上・拡散の挙動については、永見、戸田¹⁾が海水を用いた実験を実施し、流下に伴う混入気泡の濃度低減を調べるとともに、オイラー的な立場に立った拡散の数値解析により実験結果の再現を試みた。本報は、彼らの考え方を踏襲し、数値解析を実施してその水理特性を、水表面での空気泡の逸脱条件、空気泡の浮上速度、流速ならびに乱流拡散係数との関係で整理したものである。またラグランジュ的な数値解析もあわせて実施し、オイラー的に求めたものとの比較を行ったものである。

2. オイラー的な立場にたった現象のモデル化

汽力発電所の放水路系内で、落下水脈により発生し水中に混入した空気泡は、流下とともに移流拡散しながら浮上し、やがて水表面から逸脱する(図-1参照)。この現象を扱うに、流れの場を2次元鉛直面内の流れの場として捉え、定常状態を考え、混入気泡の濃度が十分小さく気泡の存在により生じる密度流の影響は無視できるものとし、かつ流下方向の拡散効果が鉛直方向のそれより十分小さいとすると、以下に示す2次元定常拡散方程式でモデル化することができる。

* 正会員 Ph.D. 京都大学助教授 防災研究所(〒611 宇治市五ヶ庄)

** 正会員 関西電力総合技術研究所 副所長(〒661 尼崎市若王寺3の11の20)

*** 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所(〒611 宇治市五ヶ庄)

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + w_0 \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}) \quad (1)$$

境界条件は,

$$C = C_0 = f(y) \quad (x = 0: \text{上流端境界条件}) \quad (2)$$

$$\epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} - w_0 C = 0 \quad (y = 0: \text{水路床境界条件}) \quad (3)$$

$$\epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} - (1 - A) w_0 C = 0 \quad (y = h: \text{水表面境界条件}) \quad (4)$$

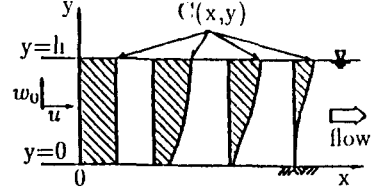


図-1 座標系

と表される。ここに x : 流下方向の座標軸, y : 鉛直方向の座標軸, $C = C(x, y)$: 混入気泡濃度, $C_0 = C(0, y) = f(y)$: $x = 0$ の断面での気泡濃度分布で y の関数, u : 流下方向 (x 方向) の流速, w_0 : 気泡の浮上速度, ϵ_y : 鉛直方向の乱流拡散係数, A : 水表面に達した気泡が水中から逸脱する確率を表すパラメーター, h : 水深, である。

境界条件(3)は, 空気泡が水路床を横切って輸送されることはないという条件を表しており, 境界条件(4)は, 水表面をととしての空気泡の逸脱の条件を表しており, 式中の A は, Jobson²⁾ の浮遊砂の拡散の水路床境界条件の表現にならい, 水表面まで浮上してきた空気泡が跳ね返らず, 水中から逸散する確率である。

流れの場が流下方向に一様であるとし, 水深 h , 平均流速 $\bar{u}$, 摩擦速度 u_* を用いて, $X = x/h, Y = y/h, U = u/\bar{u}, W = w_0/u_*$, および $E = \epsilon_y/(hu_*)$ と無次元化し, 基礎方程式(1)および境界条件(2)~(4)を $\varphi = \bar{u}/u_*$ を用いて整理すると以下の式が得られる。

$$\varphi U \frac{\partial C}{\partial X} + W \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y} (E \frac{\partial C}{\partial Y}) \quad (5)$$

$$C = C_0 = f(Y) \quad (X = 0: \text{上流端境界条件}) \quad (6)$$

$$E \frac{\partial C}{\partial Y} - WC = 0 \quad (Y = 0: \text{水路床境界条件}) \quad (7)$$

$$E \frac{\partial C}{\partial Y} - (1 - A) WC = 0 \quad (Y = 1: \text{水表面境界条件}) \quad (8)$$

3. 解析解ならびに数値解

(5)式を(6)~(8)式のもとで解けばよいが, U, W, E, φ が一定で, しかも $X = 0$ の上流端での空気濃度分布が水深方向に一様 (C_0 が一定値) のとき, 次のような解析解が得られる。

$$C/C_0 = \exp(-\frac{E}{\varphi U} \omega^2 X + \omega Y) \sum_{n=1}^{\infty} B'_n \frac{(\omega \sin \beta_n Y + \beta_n \cos \beta_n Y)}{\sqrt{\omega^2 + \beta_n^2}} \exp(-\frac{E}{\varphi U} \beta_n^2 X) \quad (9)$$

$$B'_n = \frac{\frac{\beta_n}{\beta_n^2 + \omega^2} [-\exp(-\omega) \cdot \frac{2(1-A)\omega}{\sqrt{(1-2A)^2 \omega^2 + \beta_n^2}} + \frac{2\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta_n^2}}]}{[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} (\frac{\omega(1-2A)}{\omega^2(1-2A)^2 + \beta_n^2} - \frac{\omega}{\omega^2 + \beta_n^2})]} \quad (9)$$

ただし, $\omega = W/(2E)$ で, β_n は,

$$\tan \beta_n = \frac{2\beta_n \omega A}{\beta_n^2 + \omega^2(1-2A)} \quad (\beta_n > 0, n = 1, 2, \dots)$$

を満たす解である。また, 断面平均濃度 $\bar{C}$ は, (9)式の断面平均値をとって

$$\bar{C}/C_0 = \exp(\omega) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B'_n \sin \beta_n}{\sqrt{\omega^2 + \beta_n^2}} \exp(-\frac{E}{\varphi U} (\omega^2 + \beta_n^2) X) \quad (10)$$

と表せる。解析解は U, E が一定のときしか得られず、本研究では U, E が鉛直方向に変化する場合も取り扱うため、数値解を求めることが必要となる。数値解は、以下に示すように(5)式を左辺の移流項と右辺の拡散項に分け、移流方程式、拡散方程式の順に解くSplit-Operator-Method³⁾を用いる。すなわち、以下に示す2式

$$\frac{\partial C}{\partial X} + \frac{W}{\varphi U} \frac{\partial C}{\partial Y} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial C}{\partial X} = \frac{1}{\varphi U} \frac{\partial}{\partial Y} \left(E \frac{\partial C}{\partial Y} \right) \quad (12)$$

を、(6)~(8)の境界条件のもとで解くことにより解を得ることができる。今回、(11)式に1次の風上差分法、(12)式にCrank-Nicholson法を適用し、 $C_0 = 1, \varphi = 10$ の条件で U, W, E および A の値を種々変化させて数値解を求め、得られた解を(9)(10)式で表現される解析解と比較したところ、数値解がほぼ満足すべき結果を与えることが確認された。よって U や E の断面内での分布が一樣でない場合の解を得るのにこの数値解を用い、混入空気泡の拡散特性を調べていくこととする。

4. 混入空気泡の拡散特性

4.1 境界条件の影響

$U = 1, W = 0.3, E = 0.0667, \varphi = 10$ と一定値とし、水表面の境界条件のパラメーター A の値を変化させた結果が図-2である。図より、 A の値の変化の影響は、流下に伴う空気泡の断面平均濃度の低減特性ならびに気泡の鉛直濃度分布の水表面付近の分布形に顕著に現われる。なお、永見、戸田¹⁾は、長方形水路の上流端に越流堰を設け、越流落水脈によって発生・混入する空気泡の濃度を下流断面でサイフォン式空気採取器で計測する実験を行い、得られた結果に最も整合する A の値を数値解析を通して推定している。実験では、 w_0 や ϵ_y の値を正確に評価するまでには至っていないものの、 $A = 0.85$ の値の時に濃度の鉛直分布形の定性的傾向を適切に表現するとの結果を得ている。よって以下の解析では、 A の値として $A = 0.85$ を用いることとする。

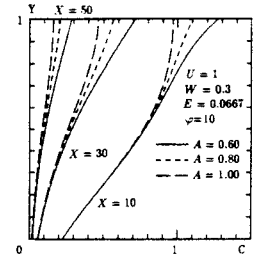
4.2 浮上速度、流速および乱流拡散係数の大きさの影響

$A = 0.85, \varphi = 10$ とし、 W, U および E を変化させて、水中の空気濃度に与える影響を調べてみたのが図-3,4,5である。なおここでの U の変化は、一樣流の平均流速の大きさを变化させたことに相当する。先ず W の変化は、流下に伴う混入空気濃度の低減に大きく影響し、 W が小さいほど、低減の度合は緩やかとなる。 U の変化も W と同じく流下に伴う空気濃度の低減に影響を及ぼすが、両者とも鉛直濃度分布形状にはさほど影響を及ぼさない。なお今回用いた支配方程式では、 U に関して、気泡量の低減は気泡の拡散と浮上すなわち鉛直方向に沿う動きによって生じる。従って、現象は X ではなく、そこに至るまでの時間 X/U によって支配される。一方、 E の変化は、混入空気濃度の低減特性には W や U ほどの影響は及ぼさないものの、鉛直濃度分布形状に敏感に現れ、 E が大きいほど、鉛直方向の濃度勾配が小さくなる傾向となる。

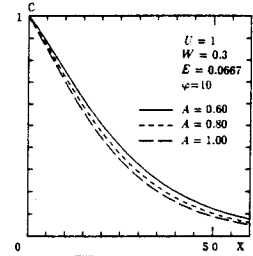
4.3 流速分布および乱流拡散係数の分布形の影響

同様に、 $W = 0.3, A = 0.85, \varphi = 10$ とし、流速分布として以下に示す対数則、相対水深の2次式、1次式を考え、あわせてこの流速分布に対応する乱流拡散係数の分布をReynolds相似により与えることを試みた。

$$\varphi(U - 1) = \frac{1}{\kappa} (\ln Y + 1), \quad E = \kappa Y (1 - Y) \quad (13)$$



(a) C の鉛直分布



(b) $\bar{C}$ と X の関係

図-2 A の変化の影響度

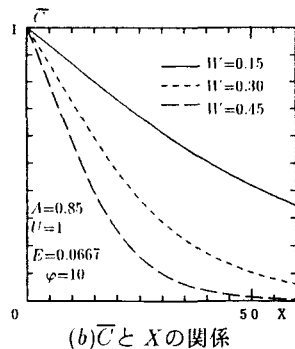
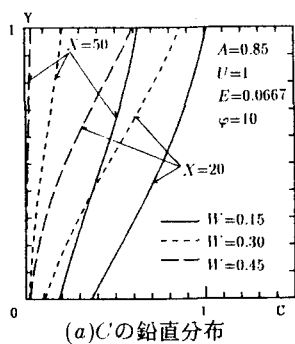


図-3 Wの変化の影響度

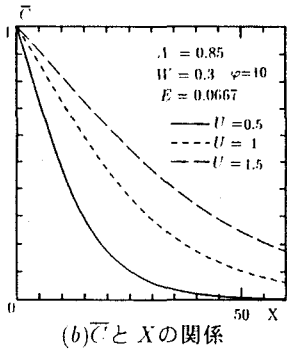
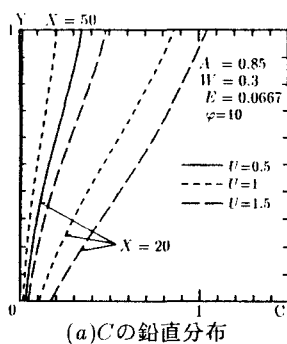


図-4 Uの変化の影響度

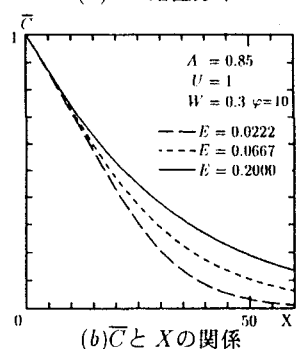
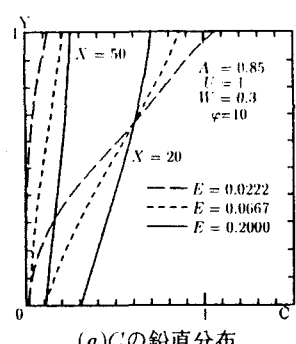


図-5 Eの変化の影響度

$$\varphi(U-1) = \frac{1}{\kappa}(-3Y^2 + 6Y - 2), \quad E = \frac{\kappa}{6} \quad (14)$$

$$\varphi(U-1) = \frac{3}{\kappa}(Y - 0.5), \quad E = \frac{\kappa}{3}(1 - Y) \quad (15)$$

これらの分布(図-6参照)の空気濃度分布に及ぼす影響を調べてみたのが図-7である。図より、UおよびEの分布形の変化は、空気濃度の低減特性および鉛直濃度分布形にさほど大きな影響を及ぼさないという傾向がみられる。この結果は、Jobsonら²⁾が行った、浮遊砂に及ぼすUおよびEの影響の検討と同様の結果を示している。

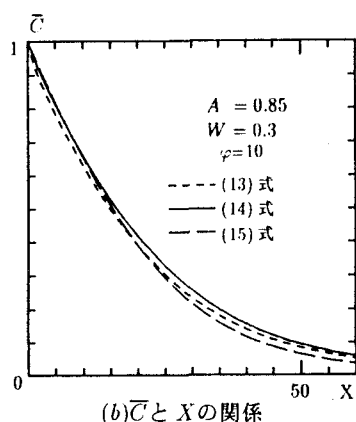
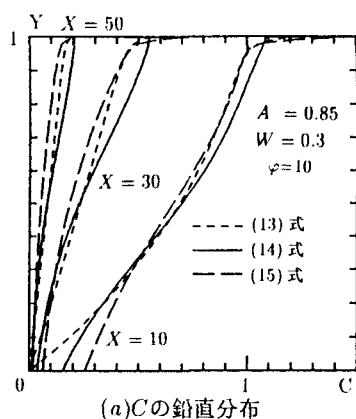


図-7 UとEの分布の影響度

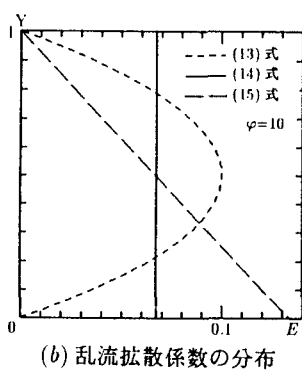
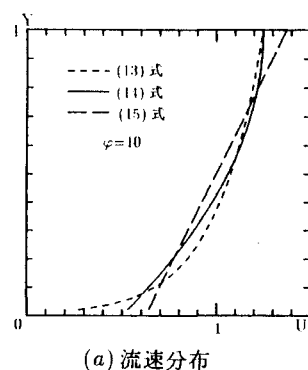


図-6 流速分布と乱流拡散係数の分布の組み合わせ

5. ラグランジュ的な立場にたった拡散解析

5.1 現象のモデル化

ここでは、Yalin and Krishnappan⁴⁾による浮遊砂の鉛直方向の動きをラグランジュ的に取り扱ったモデルを参考に、それを空気泡の流下方向および鉛直方向の動きを扱うモデルに拡張して、流下に伴う空気泡の鉛直濃度分布の変化を取り扱ってみる。今、時刻 $t_k (t_k = t - \Delta t)$ で $x = x_m, y = y_m$ に存在する空気泡が、 Δt 秒後、 $x = x_m + u(y_m)\Delta t$ の断面において取り得る変位の確率密度関数 $g\{(x, y, t); (x_m, y_m, t_k)\}$ を、

$$g\{(x, y, t); (x_m, y_m, t_k)\} = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(y - y_m - w_0 \Delta t)^2}{2\sigma_y^2}\right\}, \quad \sigma_y = a_0 \sqrt{v'^2} \cdot \Delta t \quad (16)$$

と表現することにする。ここに a_0 は定数で、 $\sqrt{v'^2}$ は鉛直方向の乱れ強さである。

任意の $x = x$ 断面での空気泡の濃度 $C(x, y, t)$ は、濃度が存在位置の確率分布に相似であると考えて、

$$C(x, y, t) = \int_0^h C(x_m, y_m, t_k) g\{(x, y, t); (x_m, y_m, t_k)\} dy_m, \quad x = x_m + u(y_m)\Delta t \quad (17)$$

と表現することができ、上流端における濃度の境界条件 $C(0, y, t)$ が定まれば、(16)(17)より、 $C(x, y, t)$ を決定することができる。そして上流端の境界条件が定常であるときは、時間ステップ Δt を増大していけば定常解を得ることができる。ただし、上記の議論は、空気泡が水路床ならびに水表面の境界の影響を受けない前提のものであり、水路床および水表面において境界外に飛び出すものの跳ね返って水中に戻るものについては、確率密度関数 g について以下の取り扱いを行う。

まず水路床では、水路床での完全跳ね返りを考えて、

$$g_1\{(x, y, t); (x_m, y_m, t_k)\} = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(y + y_m + w_0 \Delta t)^2}{2\sigma_y^2}\right\} \quad (18)$$

と表す。次に水表面では、図-9に示すように、境界外に飛び出したものの跳ね返って水中に戻るものは、水表面からの距離の2乗に関係すると考え、

$$g_2\{(x, y, t); (x_m, y_m, t_k)\} = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(y + y_m + w_0 \Delta t - 2h)^2}{2\sigma_y^2}\right\} \cdot \beta(y/h)^2 \quad (19)$$

と表す。ここに β は一定値の係数である。また計算におけるタイムスケール Δt は、吉川ら⁵⁾にならって、拡散方程式で表現したときの拡散係数と、対数則の流速分布から導かれる乱流拡散係数（渦動粘性係数と等しいと仮定）の鉛直分布値の平均値が等しいとし、

$$\Delta t = \frac{1}{3} \kappa \frac{u_* h}{v'^2} \quad (20)$$

を用いる。ここに κ ：カルマン定数である。実際の計算においては水深を有限の層厚に分割し、各層における平均濃度をもって濃度分布を表現する。すなわち $x = x$ 断面の n 分割した j 番目の層 Y_j の平均濃度 $\bar{C}(x, Y_j, t)$ は Y_j の層厚を $\Delta Y_j (\Delta Y_j = y_{j+1} - y_j)$ として以下のように表現される。

$$\bar{C}(x, Y_j, t) = \frac{1}{\Delta Y_j} \int_{y_j}^{y_{j+1}} C(x, y, t) dy \quad (21)$$

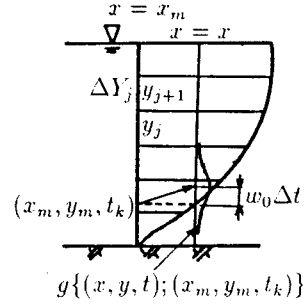


図-8 概念図

5.2 計算結果

上述したラグランジュ的な方法により、水中に混入した空気泡の拡散計算を行い、オイラー的に求めた結果と比較してみた。計算条件は、 $h=1\text{m}$ 、 $u_*=0.1\text{m/s}$ 、 $w_0=0.03\text{m/s}$ 、 $a_0=1.0$ 、 $\sqrt{v'^2}=0.8u_*$ 、 $C(0,y,t)=1$ とし、流速分布としては $u=1(\text{m/s})$ の一樣流速 (Run1) と平均流速 1m/s の対数則 (Run2) の2通りを考えた。計算結果の例として、Run1において、 β の値を変化させたときの結果を示したものが図-10である。Run1で両者の相関が良いとみなされる $\beta=0.60$ の値を用いた Run2 の計算結果が図-11である。Run2の場合、今回の計算では水深方向の層厚を、最大流速値を均等分割する点をもとに定めたため、水表面付近の層厚が厚くなってしまい、その結果、水表面付近の分布形の詳細な検討までには至っていないが、鉛直方向の乱れ強さが一定値の場合、境界条件のパラメーター β を適切に選べばラグランジュ的な方法でもオイラー的な方法で求めたものと概ね対応する解が得られた。なお、 $\sqrt{v'^2}$ を y の関数として表現する際には、タイムスケール Δt の取り扱いが課題となる。

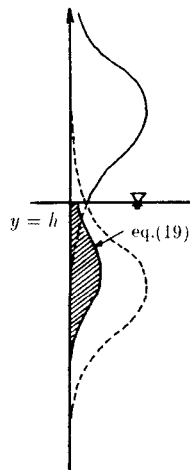


図-9 水表面の取り扱い

6. 結 言

本研究を通して得られた主要な結論は以下の通りである。

- (1) 空気泡の浮上速度および流速は、混入空気濃度の流下に伴う低減特性に大きく影響を及ぼし、乱流拡散係数は鉛直濃度分布の形状に大きく影響を及ぼす。
- (2) 流速および乱流拡散係数の鉛直分布形の変化は、混入空気濃度の低減特性および鉛直濃度分布形にさほど影響を及ぼさない。
- (3) ラグランジュ的な立場にたったモデルによる数値解析によっても境界条件のパラメーターを適切に選定すれば、オイラー的なものと類似の結果を得ることができる。

参考文献

- 1) 永見光央・戸田圭一・大本雄二・渡邊博：水中混入気泡の流下に伴う挙動に関する数値シミュレーション，土木学会第49回年次学術講演会講演概要集，II, 1994.
- 2) Jobson, H.E. and Sayre, W.W.: Predicting concentration in open channels, J. of Hydraulic Div., Proc. ASCE 96, HY10, pp.1983-1996, 1970.
- 3) 例えば, Holly, F.M. Jr. and Preissmann, A.: Accurate calculation of transport in two dimensions, J. of Hydraulic Div., Proc. ASCE 98, HY11, pp.1259-1277, 1977.
- 4) Yalin, M.S. and Krishnappan, B.M.: A probabilistic method for determining the distribution of suspended solids in open channels, Proc. 1st Symp. on River Mechanics, Bangkok, 1973.
- 5) 吉川秀夫編：流砂の水理学，丸善，pp92-94, 1985.

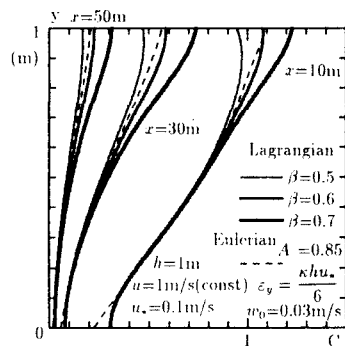


図-10 計算結果 (Run1)

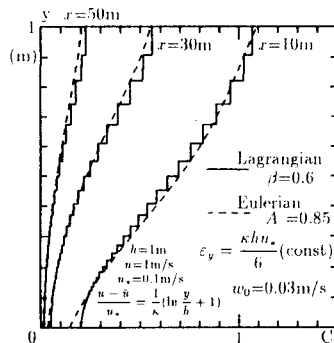


図-11 計算結果 (Run2)