

不飽和浸透理論とタンクモデルを用いた損失機構に関する研究 Study on deep percolation based on the unsaturated flow theory and the tank model

八田茂実*・藤田睦博**・山梨光訓***

By Shigemi HATTA, Mutsuhiro FUJITA and Mitsunori YAMANASHI

Abstract

How to estimate the effective rainfall is one of the important problems unsolved in flood runoff analysis. During a runoff-producing storm, the runoff due to deep percolation of the infiltrated water is analyzed based on unsaturated flow theory and tank model in a experimental river basin. Moreover, authors compare the estimated effective rainfall through unsaturated flow theory, tank model and entropy method and find these coincide with each other.

Key Words: *unsaturated flow theory, tank model, entropy method, effective rainfall*

1. はじめに

河川流出量の形成に寄与する地中水は、その大部分が表層土壤内を不飽和状態で流動しており、この解析には土壤中の水分の移動過程を最も忠実に表現していると考えられる不飽和浸透理論が有用である。しかし、不飽和浸透理論を実流域に適用する際には、不飽和浸透流の生起する領域をいかに定め、そしてその境界条件をどの様に決定するかといったことが大きな問題となる。これまでに行われている不飽和浸透理論を用いた解析では、浸透流層下端的境界条件には不透水層の条件が適用されることが多いが、この条件は与えられた降雨強度、或いはそれより浅い土壤の透水性に対する難透水層であって、本来の意味での不透水層ではない。このため、基本的には不飽和浸透理論の中に下層への浸透を許す境界条件を設定すべきである。窪田ら¹⁾は損失量の大きい山地小流域に対して、浸透流発生領域と難透水層とが接する部分に浸透を認める境界条件を設定して、不飽和浸透理論による解析を行っている。しかし、下層への浸透量自体を測定することが困難であるため、この境界条件の適合性を物理的に検証することは事実上不可能である。

一方、従来から提案されている流出モデルには、モデル自体に損失機構を内蔵しているものもある。これらのモデルのうち、タンクモデルは現在広く用いられている流出モデルの1つである。このようなモデルでは、妥当な有効雨量を推定することによって実測流量を再現しているものと考えられる。本研究では、流域の損失機構のモデル化を目的として、試験流域の観測結果を参考に、深層への浸透を認める様な境界条件を不飽和浸透理論に与え、これを用いて試験流域の流出量・浸透量の算定を行った。設定した境界条件の適合性の検証に

*	正会員	苫小牧工業高等専門学校助教授	環境都市工学科	(〒059-12 苫小牧市錦岡443番地)
**	正会員	工博 北海道大学教授	工学部土木工学科	(〒060 札幌市北区北13条西8丁目)
***	正会員	農修 専修大学北海道短期大学教授	土木科	(〒079-01 美唄市美唄1610-1)

は、不飽和浸透理論で計算された浸透量とタンクモデルの最下段タンクからの浸透量との比較を行った。更に、不飽和浸透理論・タンクモデルを用いて計算した有効雨量とエントロピー法によって計算される有効雨量の比較検討を行った。

2. 対象流域の概要

2.1 流域の概況

本研究で対象とした流域は、北海道美幌市に位置する上中の沢流域で、流域面積 0.148km^2 の小流域である(図-1)。流域内は粘土性の洪積丘陵で雑木林地となっており、冬季は $1\sim 1.5\text{m}$ 以上の積雪がある。流域内の土壌は、表層 $10\text{cm}\sim 15\text{cm}$ は笹や樹木の根茎が発達した層で、地表面下 $40\sim 60\text{cm}$ 程度までは礫混じりのシルト質の土壌、それ以深はシルト分を多く含む粘土質の土壌層となっている。基岩層などの明確な遮水層は確認できなかったが、降雨終了直後に流域内にいくつか見られる崩壊面の目視観測を行ったところ、上層のシルト質土壌と粘土層との境界付近からの地下水の浸みだしが確認されている。試験流域においては降雨流出のような応答の早い流出は、上層のシルト質土壌までの側方浸透流の影響が大きいものと推測される。

2.2 観測資料と結果

本研究では上層のシルト質土壌、下層の粘土質土壌からそれぞれ試料を採取し、植物の根や粒径の大きな石を取り除いた後、現場密度に一致するように試験容器に充填して、土壌水分特性・不飽和透水係数の測定を行った。尚、土壌水分特性・不飽和透水係数はそれぞれ土柱法、加圧式不飽和透水係数試験器を用いた。実験により得られた土壌水分特性曲線・不飽和透水特性を図-2, 3に示す。今回行った試験の範囲では、土壌水分特性曲線は上層土壌と下層土壌で大きな差は見られないが、下層土壌は飽和付近で透水係数が上層土壌のものよりも小さく、ほぼ一定の値を取る傾向が見られた。

一方、流域内の観測地点は、図-1中のA,Bの2地点で、流量・水温をほぼ一年を通じて観測している。雨量データは流域から 200m ほど離れた専修大学北海道短期大学内で観測した。今回の解析では、94年9月16日～28日、95年8月18日～23日、10月17日～29日の3期間にB地点で観測された降雨出水資料を用いることとした。

3. 不飽和浸透理論の適用

本研究では山腹斜面の現象が鉛直・斜面流下方向の2方向流れであることから2次元の不飽和浸透理論を採用することにする。2次

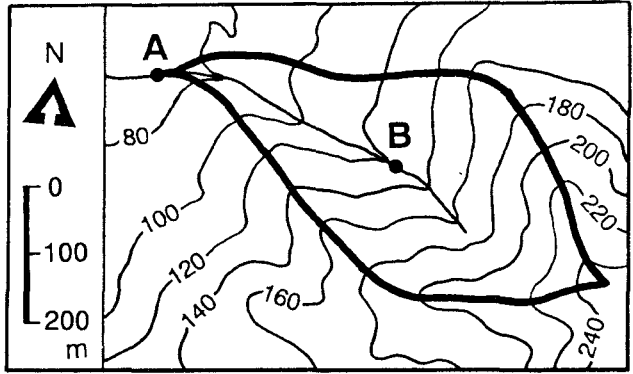


図-1 対象流域の概要

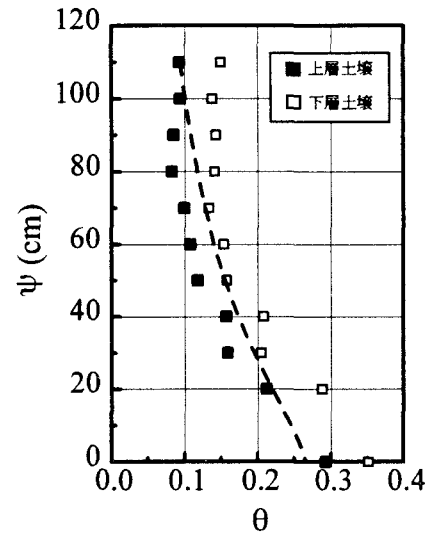


図-2 流域土壌の土壌水分特性
(破線はシミュレーションで採用した曲線)

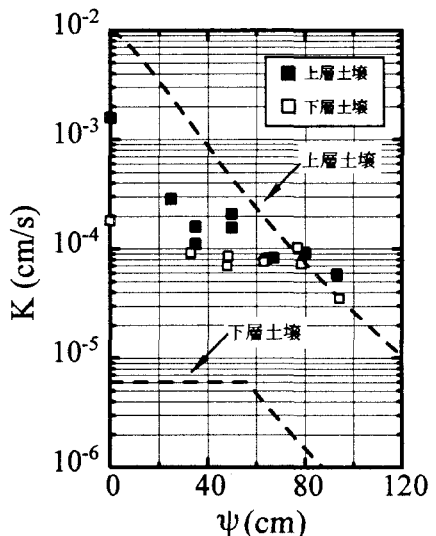


図-3 流域土壌の不飽和透水係数
(破線はシミュレーションで採用した曲線)

元の不飽和浸透流の基礎式はよく知られた Richards の式で、図-4 の座標系の下で次式のように与えられる。

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \sin \alpha \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - \cos \alpha \right) \right] \quad (1)$$

ここに、 $C(\psi)$:比水分容量、 $k(\psi)$:不飽和透水係数、 ψ :圧力水頭である。

流域は主として2斜面で構成されているため、対象流域を河道長 1000m、斜面長 69 m、斜面勾配 0.4(rad)の矩形流域に近似する。また、土層の構造は現地斜面との対応を考え、地表面下 50cm までのシルト質土壌が洪水流の大部分を形成するものと考え、それ以深への浸透は流出に関わらない損失量として見なすものとした。

境界条件としては次式を採用した。

$$x=0: \frac{\partial \psi}{\partial x} = \sin \alpha \quad (2) \quad x=l: \begin{cases} \partial \phi / \partial x = 0 & (\text{unsaturated}) \\ \psi = 0 & (\text{saturated}) \end{cases} \quad (3)$$

$$z=0: \frac{\partial \psi}{\partial z} = \cos \alpha \left(1 - \frac{R}{k(\psi)} \right) \quad (4) \quad z=d: \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

ただし、 $\phi (= \psi - x \sin \alpha - z \cos \alpha)$ は全水頭である。

式(2)～(4)までの境界条件は、不飽和浸透理論の計算を行う場合に一般的に用いられているものである(例えば松林ら²⁾)。式(5)の境界条件は、上層土壌から下層への浸透を認める境界条件として、窪田らの採用している境界条件と同様のものである。結局、流出量は上層末端からの流出量、損失量は上層と下層の境界を通過する量として次式のように表わされる。

$$Q = \left[\int_0^d k(\psi) \cdot \left(\sin \alpha - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dz \right]_{x=l}, \quad P_s = \left[\int_0^d k(\psi) \cdot \cos \alpha dx \right]_{z=d} \quad (6)$$

ここで、 Q :流出量、 P_s :損失量である。

一方、式(1)は単独で解くことができず、 k - θ 、 θ - ψ の2つの関係式が必要となる。ここでは、次式を用いた。

$$\theta = \frac{1}{1 + (a|\psi|)^{n_1}} (\theta_s - \theta_r) + \theta_r, \quad k(\theta) = k_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \quad (7)$$

ここで、 θ_s は飽和時の体積含水比、 θ_r は残留含水比、 a, n_1, β は土壌のパラメータである。

数値計算には差分法を用いることとし、上式の各定数は実験結果を参考にして、実測ハイドログラフと一致するように定めるものとした。ただし、下層の粘土層に関しては、実験結果から 1) θ - ψ 関係が上層のものとはほぼ一致すること、2) 透水係数が上層よりも小さく、飽和付近ではほぼ一定の値を示すことから、 θ - ψ 関係は上層と同一とし、 k - θ 関係については最大の透水係数を設定し、次式のように表わすものとした。

$$k(\theta) = \min \left[kr \cdot k_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta, K_B \right] \quad (8)$$

ここで、 kr :上層の透水係数に対する比、 K_B :下層の土壌の透水係数の最大値である。

94年9月16日～28日の期間に断続的に降った降雨を対象として、試行錯誤的に不飽和浸透理論の各種の定数を定めた結果を表-1、及び図-2, 3中の曲線として示す。 θ - ψ

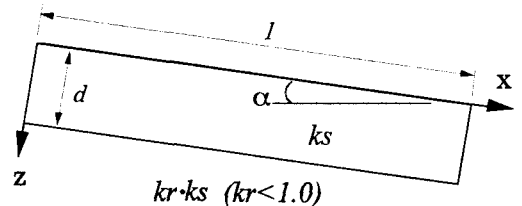


図-4 不飽和浸透理論の計算座標系

表-1 採用した不飽和浸透理論の各係数

kr	K_b (cm/s)	a (cm ⁻¹)	n	$\theta_s - \theta_r$	ks (cm/s)	β
0.02	6.0e-6	0.018	1.4	0.237	1.0e-2	5.0

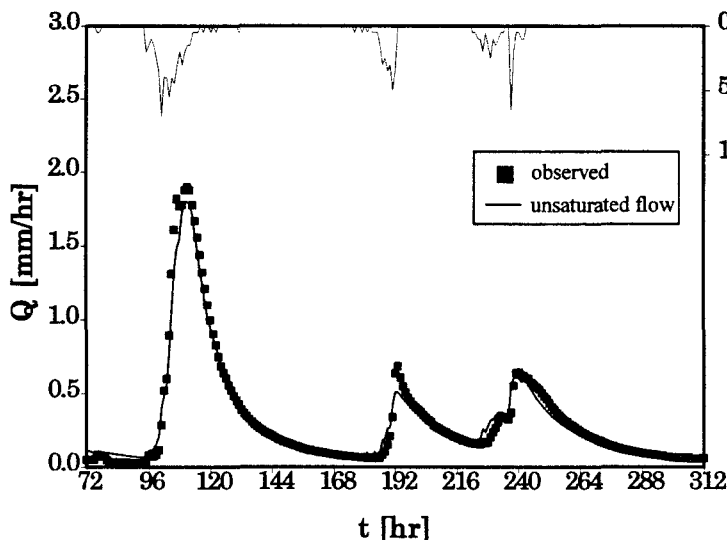


図-5 不飽和浸透理論による流出量の再現結果(94年9月)

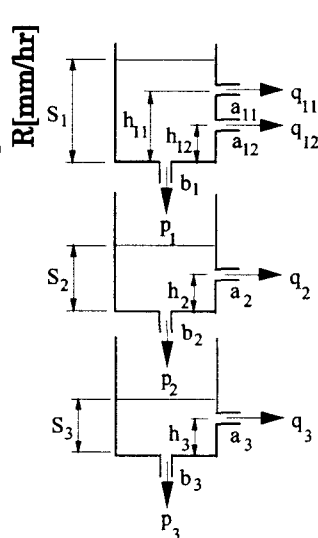


図-6 直列3段タンクモデル

関係については実験結果と似た結果となっているが、不飽和透水係数に関しては、上層で実験値の10倍程度、下層では実験値の1/20程度の値となっている。実験が攪乱試料によるものであることや、透水係数の分布がきわめて不均質なことを考慮すればやむを得ないものと考えられる。同定したパラメータを用いて流出量を再現した結果を図-5, 7に示す。いずれの期間においても観測流量と計算流量の概形はよく一致しており、同定されたパラメータは妥当なものといえる。

表-2 採用したタンクモデルのパラメータ

a_i (1/hr)		h_i (mm)		b_i (1/hr)	
a_{11}	0.0545	h_{11}	23	b_1	0.0250
a_{12}	0.0340	h_{12}	12		
a_2	0.0720	h_2	4	b_2	0.0530
a_3	0.0660	h_3	1	b_3	0.0695

4. タンクモデルの適用

本研究では図-6に示すような直列3段のタンクモデルを用いて解析を行った。図のような直列3段タンクモデルの連続の式、運動の式は次のように与えられる。

$$\frac{dS_1}{dt} = r - q_{11} - q_{12} - p_1, \quad \frac{dS_2}{dt} = p_1 - q_2 - p_2, \quad \frac{dS_3}{dt} = p_2 - q_3 - p_3 \quad (9)$$

$$q_i = a_i \cdot (S_i - h_i) \cdot U(S_i - h_i), \quad p_i = b_i \cdot S_i, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10)$$

ここで、 a_i, b_i, h_i はタンクモデル定数で、 i はそれぞれの流出孔・浸透孔の番号に対応している。また、 $U(s)$ は単位ステップ関数である。

採用したタンクモデルの11個のモデルパラメータは94年9月16日～28日の期間の降雨を対象として、嵯峨・星³⁾によって提案されている成分回帰による最適化手法を用いて同定した。これによって得られたタンクモデルパラメータを表-2に示す。

図-7は同流域の95年8月、10月の降雨に対してタンクモデルと不飽和浸透理論によって計算された流出量と損失量を比較したものである。図中の記号 Q, P_j はそれぞれ河川流量、損失量を表わしている。タンクモデ

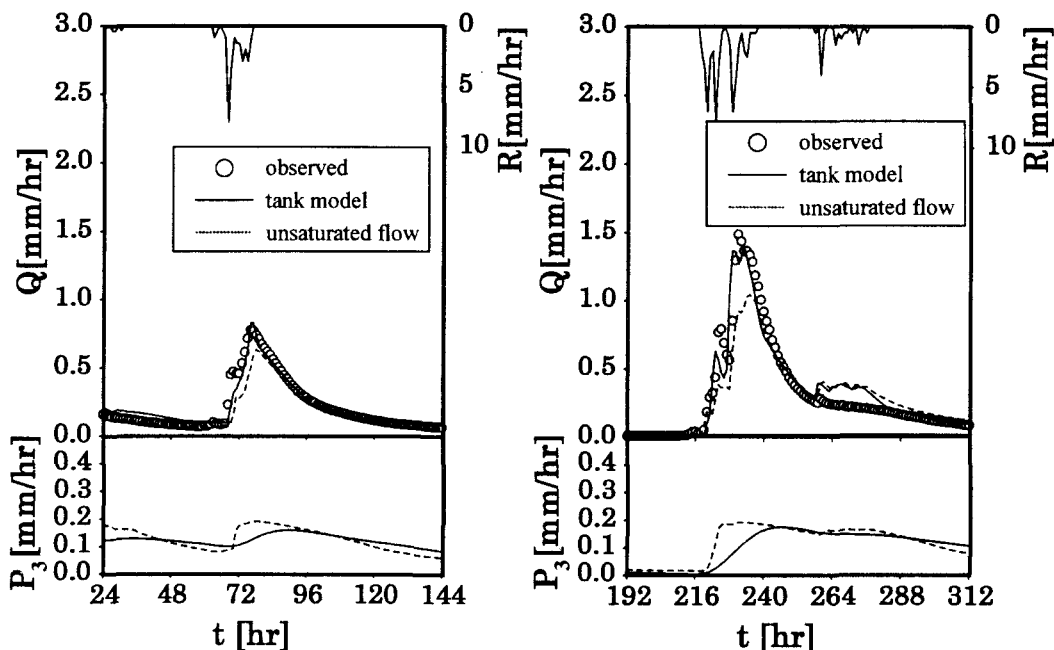


図-7 不飽和浸透理論とタンクモデルによる流出量・浸透量の計算結果(左:95年8月, 右:95年10月)

ルでは側方流出孔からの流出量の和 ($q_{11}+q_{12}+q_2+q_3$) と最下段タンクからの浸透量 (p_3) が Q, P_3 にそれぞれ相当する。不飽和浸透による流出量がピーク流量付近で小さくなっているが、損失量はタンクモデルで計算されるものとほぼ一致しており、タンクモデルによって計算される損失量は、深部への浸透量と対応したものであることが分かる。また、このことは、タンクモデルにより計算される損失量が不飽和浸透理論の底部の境界条件の決定に有用な情報を与えることを示す。

5. 有効雨量の分離

ここでは、タンクモデルと不飽和浸透理論により降雨量の有効成分を各時刻ごとに求め、更にエントロピー法を用いて3つの手法による有効雨量の比較を行った。今回の解析では、蒸発散等を考慮していないが、短期間の洪水流出では、蒸発散による降雨損失は小さいものと考え、解析期間中に流域内に貯留、或いは深層へ浸透した降雨成分を損失量として扱う。尚、流出解析におけるエントロピー法は竹内⁴⁾によって導入され、その後、藤田・道口⁵⁾によって改良されたものである。本節では紙面の関係からエントロピー法の適用方法については説明を省略し、詳細については前記の文献4), 5)を参照されたい。

5.1 不飽和浸透理論・タンクモデルによる有効雨量の分離

タンクモデルを用いた有効雨量の分離はこれまでもいくつか提案されている。永井⁶⁾は、タンクモデルに入力された降雨が古いものから順に底から貯留されていき、互いに混ざることなく流出するものとして有効雨量の分離を試みている。本研究では不飽和浸透理論・タンクモデルによる有効雨量の分離は、時刻 i と $i-1$ までの降雨によってそれ以降の流出量を計算し、この時の流出量の差 $Q_i(t)-Q_{i-1}(t)$ が時刻 i における有効雨量に対応するものとした。時刻 i における有効雨量 $R_e(i)$ と損失雨量 $R_l(i)$ は次式のように表わされる。

$$R_e(i) = \int_0^t (Q_i(t) - Q_{i-1}(t)) dt, \quad R_l(i) = R(i) - R_e(i) \quad (11)$$

5.2 有効雨量の分離結果

図-8は、94年9月23日～26日の降雨を不飽和浸透理論、タンクモデル、エントロピー法の3手法によって有効雨量を分離した結果を、また、図-9はそれぞれの方法で得られた累加雨量と累加損失雨量の関係を示した

ものである。図より、3つの全く構造の異なる方法で計算された有効雨量の波形がほぼ一致することがわかる。このことは、今回仮定した不飽和浸透理論の境界条件が妥当なものであったことを示しているものと考えられ、不飽和浸透領域の底部境界条件に難透水層を仮定することによって、有効雨量を分離することなく流出量を算定できることを示している。

6. おわりに

本研究では、試験流域の調査結果を参考にして、深層への浸透を認める境界条件を与えた2次元の不飽和浸透理論を試験流域に適用した。計算された流出量は実測流量とよく一致し、深層への流出量についてもタンクモデルで計算される最下段からの浸透量と一致することが確認された。更に本研究では、不飽和浸透理論・タンクモデル・エントロピー法といった全く構造の異なるモデルを用いて有効雨量の分離を行い、それぞれの方法で計算された有効雨量がほぼ一致することを示した。これらの結果は、仮定した不飽和浸透理論の境界条件が妥当であったことを示すものと考えられ、不飽和浸透領域の底部境界条件に難透水層を仮定することによって、有効雨量を分離することなく流出量を算定できることを示している。また、これらの結果は、タンクモデルに適切なパラメータを選定することによって、流域の物理特性を組み込み得る可能性を示唆しているものとする。しかし、現在のところ1流域での例でしかなく、観測資料も少ないため、今後資料の蓄積を待って、多くのケースで検討を進めていく必要である。また、損失量を考慮した形の不飽和浸透理論の集中化についても検討する予定である。

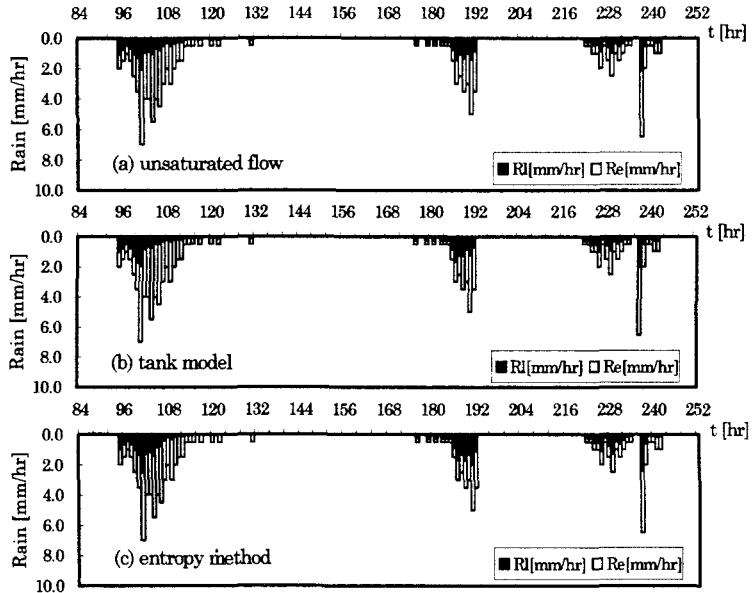


図-8 不飽和浸透理論・タンクモデル・エントロピー法による有効雨量の分離結果(94年9月)

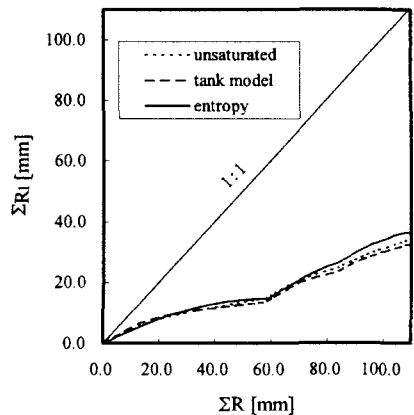


図-9 累加雨量と累加損失雨量の関係(94年9月)

参考文献

- 窪田・福富・鈴木：山腹斜面における土壌水分変動の観測とモデル化，日本林学会誌，69(7)，258-269，1987。
- 松林・高木・古田：不飽和浸透理論に基づく斜面流出モデルの集中化について，土木学会論文集，497/II-28，11-20，1994。
- 嵯峨・星：タンクモデルパラメータの最適化に関する研究，水文・水資源学会1994年研究発表会要旨集，210-213，1994。
- Takeuchi, K.: The law of Entropy Increase Governing Rainfall Runoff Process, The Third International Symposium on Stochastic Hydraulics, 189-200, 1980。
- 藤田・道口：エントロピー法を用いた流出解析，土木学会北海道支部論文報告集，40，167-172，1984。
- 永井：洪水流出タンクモデルの総合化にむけて，農業土木学会論文集，176(63-2)，95-103，1995。