

滑面および粗面をもつ細管内の不飽和流に関する基礎的研究

Fundamental Study on the Unsaturated Flow in the Smooth and Rough Walled Small Pipes

鷲見 哲也*, 松林宇一郎**, 高木 不折***, 高柳 俊伸****

by Tetsuya SUMI, Uichiro MATSUBAYASHI, Fusetsu TAKAGI and Toshinobu TAKAYANAGI

In recent studies, the importance of preferential flow in mountainous slope have become obvious. To model these phenomena, we should explain the saturated/unsaturated flow in large pores. As the first step to do it, in this paper, based on measurements of water content θ and water flux Q of unsaturated flow in smooth- and rough-walled pipes (8mm dia. and 6.8mm dia.), those phenomena was physically explained and modeled. In smooth pipes, the relation between θ and Q was divided into the three domains, laminar, turbulent and transmission flow. Laminar and turbulent flows were modeled physically. In rough pipes, laminar and turbulent flows appeared, and both were modeled. These flows were explained physically as elemental phenomena in preferential flow.

Keywords: pipe flow, unsaturated flow, turbulent flow, film flow

1. はじめに

これまで、山地土壌の表層における、Soil-PipeやMacroporeのような粗空隙内の速い流れ（選択流）が、浸透や流出に寄与していることがわかっているが、その物理法則が明確に見いだされているとは言えない。そこで、粗空隙をもつ土壌中の鉛直浸透のモデル化を先の目標として、その素過程として単独の粗空隙の代わりにmmオーダーの細管を考える。本研究では、流量-飽和度の関係を実験により求め、さらに物理的に表現することを試みた。すでに、前報¹⁾において、滑面パイプについて、鉛直に立てたケースについて実験が行われており、その物理的説明が加えられている。今回は、滑面パイプに傾斜をつけた場合および、粗面をもったパイプについて得られた知見について報告する。

2. 実験装置及び方法

滑面のパイプは、長さ $L=1\text{m}$ 、内径4mmのガラス管および内径6, 8, 10mmの透明塩化ビニール管を用いたが、本論文では紙面の関係上8mmのケースの結果のみを示す。装置は、図-1の様に管の上端に自由水面を作り、そこに定めた流量で供給するというものである。流量は下端で測定し、飽和度は、上下端を同時に封鎖したときの管内貯水量を管内体積で除して求めている。なお、管の角度 β は 90° , 85° , 68° , 30° の4ケース設定した。

* 学生員 工修 名古屋大学工学研究科 地圏環境工学専攻 日本学術振興会特別研究員
** 正会員 工博 名古屋大学工学研究科 助教授 地圏環境工学専攻 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)
*** フェロー 工博 名古屋大学工学研究科 教授 地圏環境工学専攻
**** 名古屋大学工学研究科 地圏環境工学専攻 博士課程前期課程

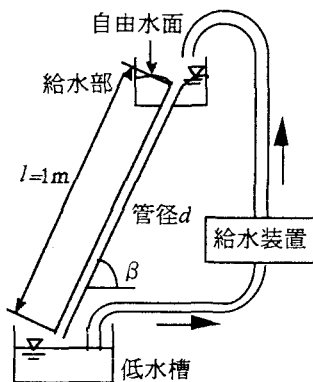


図-1 実験装置の概要

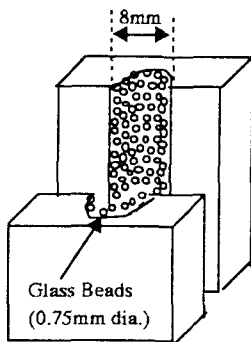


図-2 粗面パイプの作成

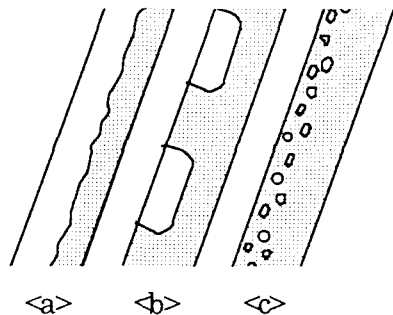


図-3 不飽和流の流況

また、粗面のパイプは、より土壌パイプに近い構造にするために、図-2のように、半径4mmの半円状の直線の溝を彫った2枚の塩化ビニール板を用意し、接着剤を薄く塗布した溝の表面に平均粒径0.75mmのガラスビーズを張り付け、お互いの溝をあわせて作成した。管内の有効体積 V_{se} は、飽和状態から排水された水の体積として求め、管の飽和度はこれを基準として計算した。また、これから得られる有効内径 $2(V_{se}/\pi L)^{1/2}$ を以後内径として用いる。また、管の傾斜角度 β には 90° 、 85° 、 73.6° 、 30° の4ケースをとった。以下では、まず、細管内不飽和流の基本的挙動を見るため、滑面のケースについて、観察された流況と結果を示し、議論する。

3. 滑面パイプの実験結果と考察

不飽和流は気液混相流であり、その流れは複雑である。図-3にその主なパターンを示す。前報にほぼ対応したものであるが、<a>流量の少ない領域でみられる偏った環状流または、分離流（傾斜がつくと発生）、中間の領域でみられる気泡プラグが上方に寄ったスラグ流、<c>高い流量において気泡が中心付近またはそれより上方を高速で流下する気泡流、の3つに分けられる。これを踏まえて、測定によって得られた流量 Q と飽和度 θ の関係（図-4）を見ると、各傾斜角毎のプロットの屈折する部分が各流況の境界に対応する。これを無次元化したMoody線図上にプロットしたものが図-5である。ただし、 $Re=4vr/\nu$ 、 $f=8(u^*/\nu)$ ：摩擦損失係数、 $R=r\theta/2$ ：水理径深、 r ：管内半径、 $u^*=(gIR)^{1/2}$ ：摩擦速度、 $v=Q/(\pi r^2\theta)$ ：平均実流速、 $I=\sin\beta$ ：勾配である。これによると、各勾配において、 Re 数の増大に伴い、グラフ中の勾配がほぼ-1で下降する、層流領域<a>に対応したプロットの列と、一度摩擦損失係数の増大に転じる境界（ $Re=2000$ 付近）から、再び下降傾向に転ずる境界（ $Re=5000$ 程度）までの遷移領域が領域に対応した部分、およびそれより右の緩やかな下降部分（乱流領域<c>に対応）が見て取れる。次にこれらの結果を考察してみる。

3. 1 乱流領域（滑面）

領域<c>の乱流領域については、前報で示した理論式において動水勾配を考慮した計算値を図-4中に併記した。これは、環状流を仮定し、粘性底層との流速接続を考慮し、対数分布則の導出の際の仮定（全

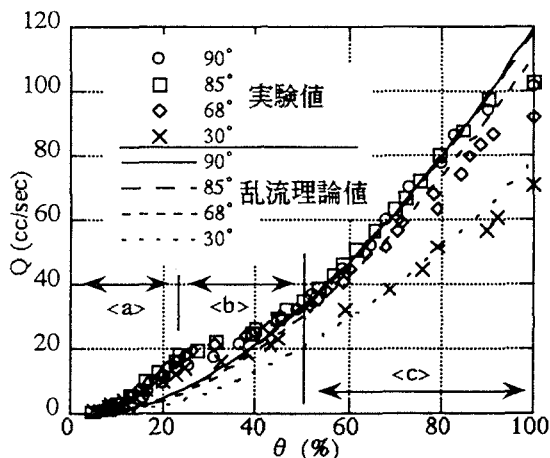


図-4 $Q-\theta$ の実験結果と理論式との比較
(滑面、内径8mm)

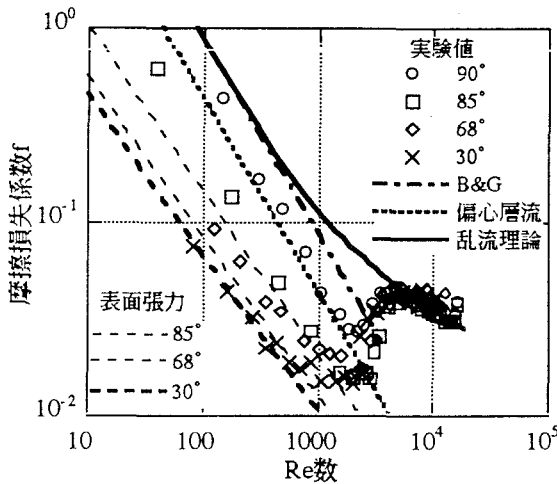


図-5 Moody 線図 (滑面, 内径8mm)

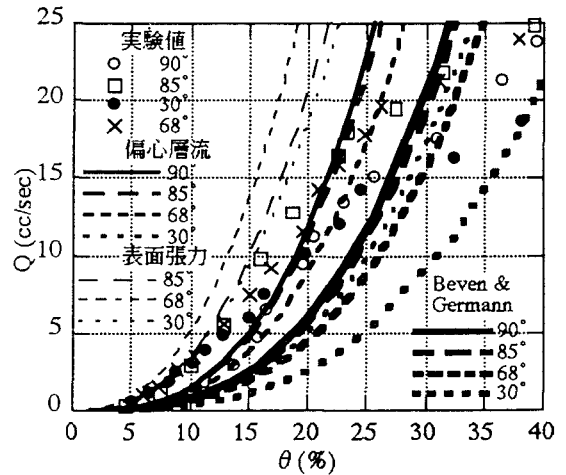


図-6 $Q-\theta$ の低流量領域の拡大図
(滑面, 内径8mm, 層流)

断面にわたってせん断力が壁面での値に等しい) を用いないで得られた流速分布から求めたものである。実際の流れは環状流ではないにも拘わらず、理論は実測値をおおむね表現している。理論では壁面から少し離れたところより内側はほとんど流速に分布がなく、実現象において気泡とともに流れている部分も同様の実流速をもっていることがその原因として考えられる。

3. 2 層流領域 (滑面)

領域(a)について、 $Q-\theta$ の関係を拡大したものが図-6であり、 $\theta < 25\%$ がほぼ層流状態に対応している。また、この図中には、3種類の異なった理論曲線を並記している。まず、Beven and Germann²⁾のモデル (以降 B&G モデル) による曲線が太線で示されている。このモデルでは、水が壁面に一様な水膜を作って流れていると仮定しており (図-7(a))、そのときの流量 $Q_{B\&G}$ (B&G 式) は、次の(1)式で表わされる。

$$Q_{B\&G} = Q_{HP} \alpha_{HP}(\theta), \quad \alpha_{HP}(\theta) = (1 - f_r^{*2})(1 - 3f_r^{*2}) - 2f_r^{*2} \ln(1 - f_r^{*2})$$

$$Q_{HP} = \frac{\pi g l r^4}{8\nu}, \quad f_r^* = \sqrt{1 - \theta} = f_r / r$$
(1)

ここに、 f_r は空気柱の半径、 r は管内半径である。いずれの実験値もこの流量理論値を上回っており、その理由として、前報で述べたとおり水膜の厚みに分布があり、そのうちの厚い部分で形成される高い流量が、このモデルの場合より卓越するものと考えられた。そこで、ここでも前報と同様に、2つめの理論として、同心円の空気柱の中心が距離 a だけ偏ってできる水膜厚の分布を考えて (図-7(b))、 $a/h=0.85$ (h は水膜厚の平均値) の場合について流量を計算して、図-6 中に「偏心層流」として中太の曲線群で示した。 $\beta=90^\circ$ については前報のとおり、実験結果をよく表現する。しかし、傾斜がついた場合は $a/h=1$ の場合 (空気柱が壁面に接した状態) でも実験値流量には大きく届かず、もはや、管内円周の一部が潤辺にならないほど流水断面が偏り、大きな流量を生ずるのではないかと考えた。

そこで、第3の断面形状として、表面張力を考慮した水面形のモデル化を行った (図-7(c))。この考え方の仮定は次のとおりである。(1) 水面の壁面との接触角は 0° である。(2) 流水断面内部の圧力分布 p は、 $\rho g \cos \beta$ の割合で断面内下方 (図-7(c)の z' 方向) に増加する。つ

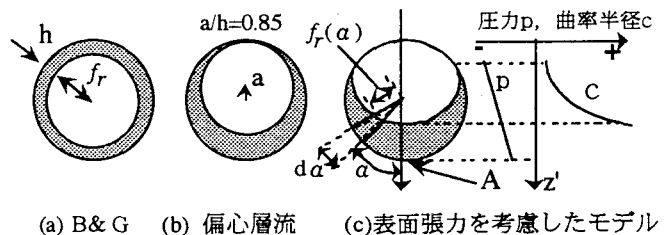


図-7 流水断面のモデルの概念図

まり、図中の点Aでの圧力 p_0 が決まれば圧力分布を得る。(3) 水面の曲率は、その表面上の点の内側の負圧 p の大きさで決まり、表面張力を σ としたとき、曲率半径 c は $\sigma/|p|$ で与えられる。

(4) 点Aでの圧力値 p_0 を決め、これまで述べた(1)～(3)のすべての条件を満たした水面形が一意に決まる。こうして、圧力値 p_0 に対して飽和度 θ が決まるが、この時の流量は、(2)式で求める。

$$Q_S = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q_{B\&G}(f_r(\alpha)) d\alpha \quad (2)$$

これは、図-7(c)のように、方向角 α での水膜厚さが $r-f_r(\alpha)$ であったとき、微小角 $d\alpha$ 内の流量は、

B&G 式の空気柱半径が $f_r(\alpha)$ であった場合の流量の $d\alpha/2\pi$ 倍であるとして、これを一周積分して得ている。こうして計算された $Q-\theta$ 関係を「表面張力」理論値として図-6 中の細い曲線群で示した。実験値と比較すると、 $\theta < 10\%$ の低い領域では、他の理論曲線と比べ、実験値の高い流量を比較的再現している様に見えるが、それ以上の領域では理論値の方が高くなることがわかる。

ここで、流量の無次元量として、B&G 理論による流量に対する流量(実験値または、理論値)の比 $\alpha_q = Q/Q_{B\&G}$ を考え、実験値と理論値(「偏心層流」と「表面張力」)について図-8 にプロットした。これを見ると、実験値は「偏心層流」と「表面張力」の中間の値をとっている。 β が小さい場合には、 θ の増大に連れて α_q が減少する傾向を「表面張力」モデルが定性的に表現しているようにも見え、断面の偏りによる流量への影響が顕著に現われている。現在のところ、このように層流領域における実験結果を表現できていないが、この α_q が β 、 θ および表面張力の無次元量 $(\rho g/\sigma)^{1/2} r$ の3つに支配されると考えられ、その関数形が決まれば流量を表現できるはずである。

4. 粗面の実験結果と考察

次に、土壌粒子で構成される土壌空隙により近づけた粗面における結果について考える。実験によって得られた $Q-\theta$ の関係を図-9 に示す。このパイプでは内部の流況が観察できないが、遷移領域 $\theta < 60$ が殆ど見いだせ

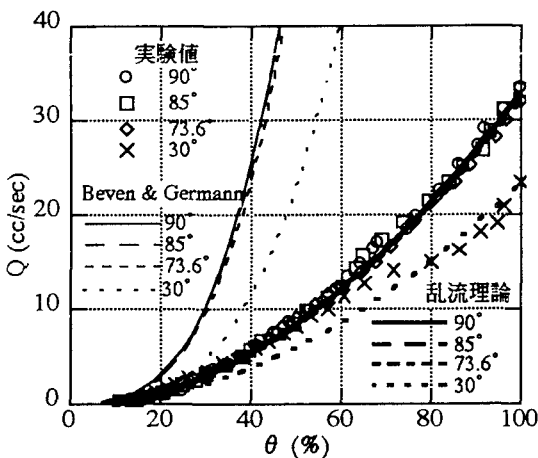


図-9 $Q-\theta$ の実験結果と理論値との比較 (粗面、有効内径 7.04mm)

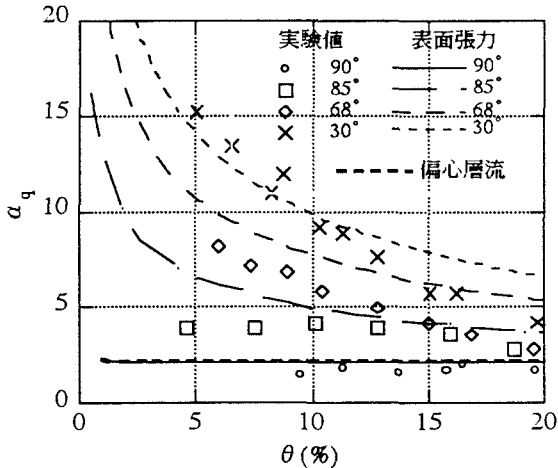


図-8 Beven & Germann 式に対する実測流量の比

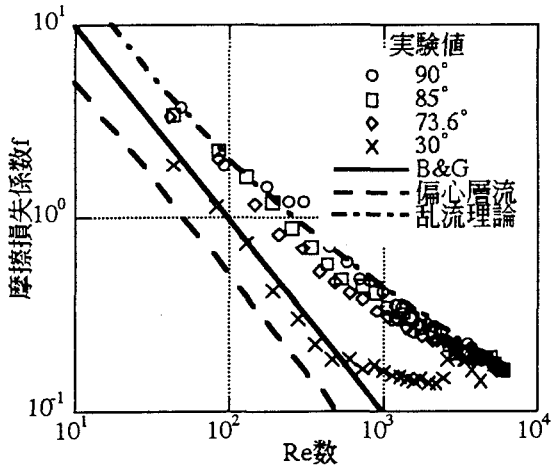


図-10 Moody 線図 (粗面)

ない以外は、滑面と同様の分割ができる。Moody 線図を図-10 に示すが、 $Re=2000$ 付近にみられる乱流領域と層流領域とのグラフの傾きの変化が、その遷移を示している。

4. 1 乱流領域（粗面）

乱流領域について、滑面と同様の仮定をおいた新たな流速分布モデルによる表現を試みた。完全粗面にそのまま適用すると、粘性底層が粗度の大きさの中に埋没してしまうことが予想されるので、それを考慮せず、全断面乱流として考える。流速 0 とみなす壁面（先述の有効内径における壁面）からの距離 y_0 は、粘性にではなく粗度に規定される。いま、管内を均一の厚みで水が流下していると仮定すると、壁面からの距離 y でのせん断応力は、力の釣り合いと、Prandtl の運動量輸送理論および混合距離 ℓ を決める Prandtl の仮定 ($\ell = \kappa y$) から、

$$\tau = \rho \kappa^2 y^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = \tau_0 \left(1 - \frac{y}{r} \right) \quad (3)$$

の関係が立ち、これから流速分布 $u(y)$ が得られる。（対数分布則の導出では $\tau = \tau_0$ としている。）

$$u(y) = \int_{y_0}^y \frac{u_*}{\kappa \sqrt{r}} \frac{\sqrt{r-y}}{y} dy = \int_{y_0}^y \frac{\sqrt{gl\theta/2}}{\kappa} \frac{\sqrt{r-y}}{y} dy \quad (4)$$

これは、満管の場合、解析的に解けて、 $a_0 = (r - y_0/r)^{1/2}$ とおいて、

$$u_{sat} = \frac{2}{\kappa} \left\{ \sqrt{1 - \frac{y}{R}} - a_0 + \frac{1}{2} \ln \frac{y}{y_0} - \ln \frac{1 + \sqrt{1 - y/R}}{1 + a_0} \right\} \quad (5)$$

が得られる。これを断面で積分して流量が得られる。

$$Q = 2\pi \int_{y_0}^r (r - y) u(y) dy \quad (6)$$

満管の場合は、

$$Q_{sat} = \frac{\pi \sqrt{glr/2}}{\kappa} R^2 \left\{ -2a_0 \left(1 + \frac{1}{3}a_0^2 + \frac{1}{5}a_0^4 \right) + \ln \frac{1 + a_0}{1 - a_0} \right\} \quad (7)$$

となる。いま、まず満管時の実際の流量に合うようにこの式から y_0 を算定したところ、いずれの傾斜角においても 0.039mm となった。Colebrook³⁾ が相当粗度 ks を用いた時の壁面粗さの特性量 y_0 。（対数分布則において流速 0 と見なす壁面からの距離）は $ks/33$ としたことを用いて ks を求めると 1.275mm で、壁面に付着させたガラスビーズ平均粒径の 1.7 倍となり、Shlichting³⁾ による実験結果の範疇に入っている。これらの式に従った計算結果を不飽和時の乱流理論式として図-9 及び図-10 に実線で示しているが、実験値と良く一致している。

4. 2 層流領域（粗面）

一方、層流領域について図-11 に $Q-\theta$ 関係の低流量の部分を示す。これより、いずれの傾斜角においても B&G の理論式に比べて下回っており、滑面の場合と大

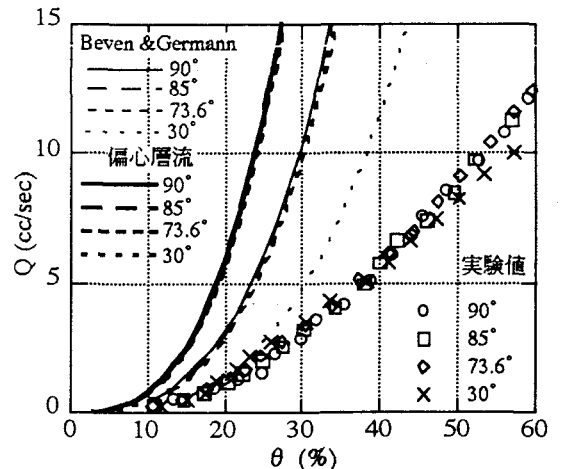


図-11 $Q-\theta$ の実験結果と理論値との比較
(粗面、有効内径 7.04mm 、層流)

きく異なっている。壁面からのせん断抵抗が理論より上回っていることがその原因である。仮に管内を一様に、凹凸の大きさに匹敵するような薄い厚みで流れているとした場合、表面の凹凸によって流線は滑面の場合の流線よりも長くなり、また、潤辺も長くなる。例えば、単位長さあたりの管内の流水領域を実空間に近似的に表わすとする図-12の左下の図のようになるかもしれないが、流線に沿っては右の図のように引き伸ばされ、抵抗の増大と重力の効果の減少がおきるのではないだろうか。仮に表面にガラスビーズが正方配列で密に張り付けられた場合、単位管壁面積あたりの実表面積(ビーズの半球の表面積とそのすき間を埋める部分の露出面積との和)は約1.8倍となる。これにより、壁面付近を流れる流線長と潤辺長の拡大が流量を抑えることとなる。

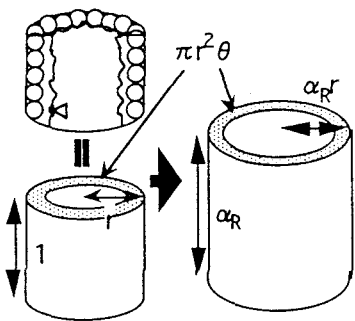


図-12 粗度による壁面の面積増大に伴う流量低下の考え方

次に、滑面にならって、B&G の流量理論値に対する実験値の比 α_q を図-13 に示すが、ここには、
①先に述べた潤辺長の増大に伴う抵抗の増大による効果、と②傾斜に起因する流水断面の偏りに伴う流量の増大効果、の両方が現れていると考えられる。以上から α_q は、壁面の粗度、管の内径及び傾斜角をパラメータとした、飽和度に対する関数となる。

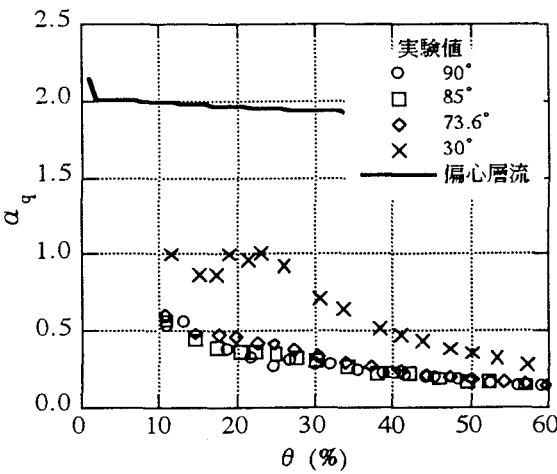


図-13 Beven & Germann 式に対する流量比(粗面)

5. まとめ

本研究で得られた結果について、以下にまとめる。

- ・滑面及び粗面をもつ円管内の飽和・不飽和流れについて、実験を行った結果、大きく3つの状態に分類でき、流量と飽和度との関係が示された。
 - ・層流状態では、理想的な環状流を仮定した流量を基準にした、実際の流量の比を表わす係数は、飽和度によって変化し、表面張力の影響に関する無次元量、管の勾配の支配を受けることを定性的に示した。
- この研究は、土壌粗空隙流水移動の表現を目標として続けているものであるが、この先実際の空隙の形状等の情報を入れた形で、土壌一体としての透水挙動、物質移動を表現し得るモデルの開発までつなげたいと思っている。

最後に、本研究は平成8年度文部省科学研究費補助金(特別研究員奨励費)の補助を受けました。ここに深謝申し上げます。

参考文献

- 1) 鷲見哲也, 松林宇一郎, 高木不折, 高柳俊伸: 鉛直パイプ内の不飽和流に関する基礎的研究, 水工学論文集, 第40巻, pp.419-425, 1996
- 2) Beven, K. and Germann, P. : Water Flow in Soil Macropores II. A Combined Flow Model, J. of Soil Science, 1981, Vol.32, pp.15-29, 1981
- 3) 椿東一郎, 水理学 I, 森北出版, pp.86-93, 1973