

不飽和透水係数と比電気伝導度のスケーリングについて

On the Scaling of Hydraulic Conductivity and Electrical Conductance
for Unsaturated Porous Media

松林宇一郎*

by Uichiro MATSUBAYASHI

Both the hydraulic conductivity, K , of flow and the electrical conductance, EC , in unsaturated porous media are expected to have a similar characteristics because the water and the electricity move on a same network of water. The difference may be the physical law governing the movement of these properties. The investigation of the scaling of these processes will help the comprehension and estimation of these characteristics.

On this point of view we conducted unsaturated flow experiments and measured K and EC at the same time. The powers of $K-\theta$ and $EC-\theta$ relationships are compared and tried to explain by a theoretical model. The non-isotropic characteristics of electrical field is also discussed.

Keywords: hydraulic conductivity, electrical conductance, scaling

1. まえがき

不飽和多孔質媒体の透水係数と、そこでの比電気伝導度は伝達されるものが水分子と電子という違いはあるものの、その生起場は幾何学的に同一の不飽和水網である。したがって、その不飽和特性は互いに相似性をもっていると推測される。したがって、両者の関係を明かにすることにより、不飽和浸透メカニズムをより詳しく理解し、ひいては、比電気伝導度の計測から不飽和透水特性を推測するなどの新しい手法を開発することも期待できる。

そこで、本研究では、まず、第1段階として両プロセスの簡単なモデル化を行い、理論的説明を試みた。一方、ガラスビーズおよび砂を用いた不飽和透水実験を行い、同時に比電気伝導度を計測して、両者の間の相似性の検討、および、両者の伝達機構の相違を基礎とした流れの場の異方性の把握を試み、実験結果とモデルとの比較および問題点について考察した。

2. 浸透過程と導電過程の理論的考察

不飽和浸透流の構造については、様々なモデルが考えられている。ここでは最も簡単な Fig.1 の毛管束モデルを基礎として考察する。このモデルでは、毛管吸引圧に応じて決まる径より小さい空隙は水で満たされ、大きい空隙は空となっていると考える。すなわち、空隙を毛細管と考え毛管吸引圧 ψ により (1) 式で与えられる半径 r 以下

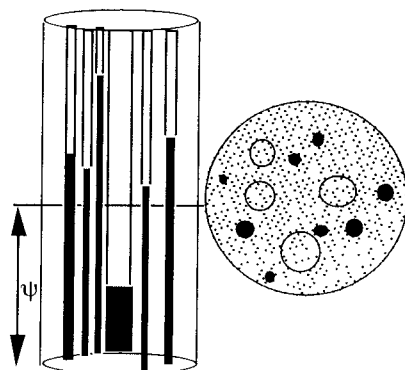


Fig. 1 Bundle of capillary tube model

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科 (〒464-01 名古屋市中千種区不老町)

$$r = \frac{2\sigma}{\rho g \psi} \dots\dots\dots(1)$$

$$d\theta = f(r)dr \dots\dots\dots(2)$$

$$dq = C_w(\theta) k f(r) r^4 I_w dr \dots\dots\dots(3)$$

$$k = \pi g / 8 v$$

$$Q = \int_0^{r(\theta)} C_w(\theta) k f(r) r^4 I_w dr \dots\dots(4)$$

$$K = \int_0^{r(\theta)} C_w(\theta) k f(r) r^4 dr \dots\dots\dots(5)$$

$$K = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\alpha \dots\dots\dots(6)$$

$$di = C_e(\theta) C f(r) I_e dr \dots\dots\dots(7)$$

$$i = \int_0^{r(\theta)} C_e(\theta) C f(r) I_e dr \dots\dots\dots(8)$$

$$EC = \int_0^{r(\theta)} C_e(\theta) C f(r) dr \dots\dots\dots(9)$$

$$C_w = C_o \theta^\gamma \dots\dots\dots(10)$$

$$EC = \frac{C \cdot C_o}{(\gamma + 1)} \theta^{(\gamma + 1)} \dots\dots\dots(11)$$

$$K_r = K/K_o, K_o = K(\theta_o)$$

$$EC_r = EC/EC_o, EC_o = EC(\theta_o)$$

$$\theta_o = 0.15 \dots\dots\dots(12)$$

$$K_r = (\theta/\theta_o)^\alpha \dots\dots\dots(13)$$

$$EC_r = (\theta/\theta_o)^\beta \dots\dots\dots(14)$$

$$\beta = \gamma + 1$$

の空隙は水で満たされている。半径が r である空隙の面積率を $f(r)$ とすると、 f は水分特性曲線から(2)式により求められる¹⁾。半径 $r \sim r+dr$ の空隙を流れる流量 dq は、流れを層流としてよいから Hagen-Poiseuille 型の(3)式で与えられる。ただし、 I_w はポテンシャル勾配、 $C_w(\theta)$ は各水分状態 θ での水脈の形状が円でないことや屈曲度等を考慮した補正係数である。したがって、ある含水率 θ での Darcy 流速は(4)式で計算される。透水係数 K は(5)式となるが、これを、一般化 Kozeny 式(6)式と比較することにより、 $C_w(\theta)$ を求めることが出来る。

一方、比電気伝導度についても同様に考えると、半径 r の空隙を流れる電流密度 di は(7)式で与えられる。ここで、 C は溶液の比電気伝導度、 I_e は電位勾配、 C_e は水脈の形状の効果をあらわす。したがって、ある含水率 θ での電流密度は(8)式で与えられることになり、全体としての比電気伝導度 EC は(9)式となる。ここで、後述する実験結果から、 θ が飽和状態の近傍を除き、 $C_w(\theta)$ は θ のべき乗の関数形(10)式で表されることが分かった。いま、 C_e が浸透流の場合と同様と仮定すると $C_w = C_e$ となり、これを用いると EC は(11)式で表される。

2. 実験および結果

本研究では不飽和透水係数 K と比電気伝導度 EC の関係を、含水率 θ も考慮して 2 種類の実験を行った。実験 1 はガラスビーズを用い、均等粒径の多孔体の様な不飽和流の場合での K と EC の関係を見る実験であり、実験 2 は粒径分布の影響を見るため海砂を用い、電極の配置を工夫して縦・横方向の比電気伝導度 ECL と ECT を計測し、導電場の異方性を観察しようとした実験である。

Fig.2 に実験 1 の実験装置の概念図を示す。浸透カラムは内径 10cm、高さ 5cm の塩化ビニルセグメントを 18 段積み上げたもので、その中にガラスビーズを均一に充填した。

水供給はカラム上端から注射針を取り付けた降雨発生器により行った。散水強度は降雨発生器につないだ定量ポンプで一定強度となるようコントロールした。カラム内の流れ及び水分分布が一樣になるよう下端において吸引圧を与えた。この実験ではこの吸引による内部空気圧の変化を測定していないが、各実験後にカラムを分解し含水率を測った結果から、内部での含水分布は一樣であることを確認している。比電気伝導度の計測は 6 個のセグメントに比電気伝導度測定用の電極(直径 2.1mm、長さ 10cm、間隔 1.1cm で水平に平行に設置したもの)を取り付けて計測した。EC 計測のため、散水は真水ではなく、比電気伝導度 1500～2000 $\mu S/cm$ の食塩水を用いた。カラムの上端と下端にテンシオメータを設置し、内部の流れが定常となったことを確認したうえで計測を行った。実験で用いたガラスビーズは平均粒径が 0.25、0.5、0.75mm で粒径分布が均一なものと同粒径分布の影響を見るため 0.25mm と 0.5mm のガラスビーズを体積で半々に混合した

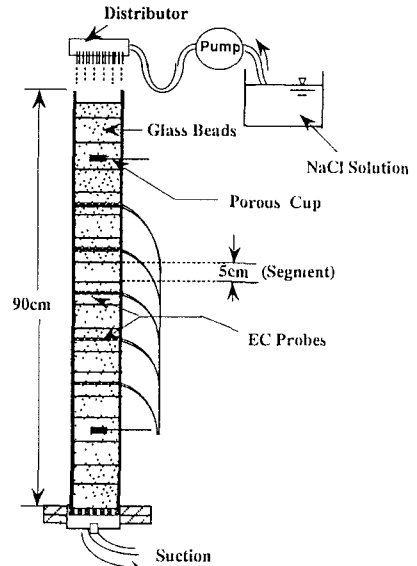


Fig. 2 Experimental setup for Exp.1

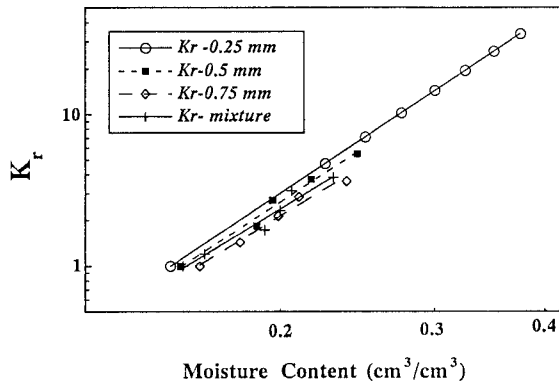


Fig. 3 Kr- θ relationships

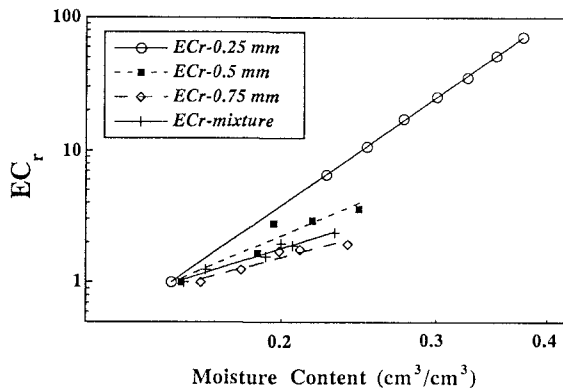


Fig. 4 ECr- θ relationships

ものを用いた。実験は定温条件で行っており水温は19.5～21.5℃の範囲におさまっているため温度補正は行わなかった。溶液の比電気伝導度は実験毎にある程度変動するため1800 μ S/cmに補正して比較した。なお、KとECは次元のみならず値も大きく異なるが、K-EC- θ が互いにべき乗の形に整理できることから、ここでは回帰式より求めた $\theta=0.15$ でのKとECによって(12)式で無次元化して比較する。 θ に対するKrの変化をFig.3に、ECrの変化をFig.4に示す。

Fig.5に実験2の実験装置の概念図を示す。カラムは実験1と同一径のセグメントより構成されているが、EC計測は1ヶ所とし、その上下のセグメントにおいて毛管吸引圧と空気圧を測定している。電極は場の異方性を見るため流下方向・流れに直角方向の2方向に水平かつ平行に設置した。散水法は実験1と同様である。下端ではカラム内の水分分布を一樣にするためハンドポンプで吸引圧を掛けた。その際、空気圧を観測しEC電極の近くで大気圧以下となることが無いように吸引圧(<12cmHg)および吸引頻度を調整した。実験2に用いた砂は平均粒径0.43mmの海砂である。なお、2組の電極は飽和した静置砂中で検定を行い、両者の特性が同一であることを確認した。

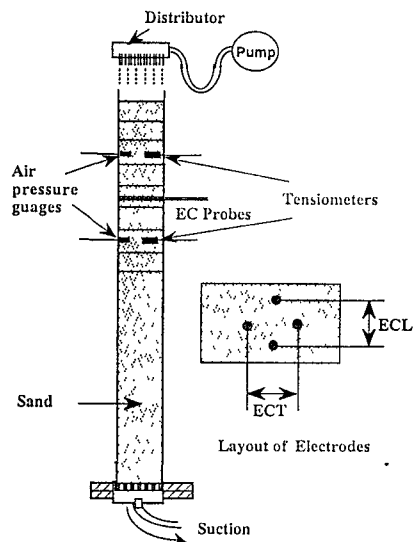


Fig. 5 Experimental setup for Exp.2

Fig.6はKr-ECr関係を示す。ここで、ECについては流れ方向をECL、流れに直角方向をECTとし、この図では、ECLr、ECTrへの基準化はECTの最小値によって行った。

3. 結果に対する考察

Fig. 3, 4からガラスビーズの不飽和浸透流のKr- θ , ECr- θ 関係はともにべき乗型の関係(13)(14)式で表わされることがわかる。これは、Krについては一般化Kozeny式(5)式で θ_r がほとんど無視できる単粒構造のガラスビーズの特性が現れているものと考えられる。この場合のべき指数 α は一般的に $\alpha=3.5$ 程度といわれているが、本実験の結果においてもほぼ近い値(平均 $\alpha=3.6$)となっている。一方、ECrについては、パーコレーションの理論において、導電体と絶縁体の粒子がランダムに混ざっているとき、導電体の割合が p の場合に伝導度 $\Sigma(p)$ が $E(p) \sim p^d$ で表されることが確かめられている²⁾(d は定数)。ここでの現象は $p \rightarrow \theta$ とおいた場合に相当していると考えられ、理論的にも妥当な関係といえる。ただ、両者の適合性はKr- θ 関係の方がECr- θ 関係より良かった。これは、比電気伝導度には温度、溶液濃度、含水率等様々な要因が関係し、この実験ではその条件が必ずしも同一ではなく、基準値への補正を行ってはいるとはいえ完全ではないためと考えられる。

Fig. 7に本実験で得られた、各多孔体のべき指数 α, β, γ を整理して示した。これらを見ると α と γ はほぼ一定の値(平均値は $\alpha=3.6, \gamma=2.2$)をとることが分かる。一方、 β は(10)式で導いたように $\beta=\gamma+1$ の関係となるのは

ずであるが、実際には、 β は平均粒径によって大きく変化している。この理由については、今のところはっきりとは言えないが、浸透流は1次元であるが、電流は2つの電極を中心とする2次元問題であり $C_e = C_w$ の仮定に問題がある点、あるいは、粒径が異なると電極間の空隙数に変化しパーコレーションにおけるスケールの影響が現れる点（場のサイズ、要素の数、が大きくなると指数が増加するといわれる。ここでは、粒径が大きくなると要素数が減り β が減少する）等があげられる。Fig.7に認められるもう一つの点は、粒径が分布する場合（粒径0.25と0.5の混合ガラスビーズ）には K に関する指数 α, γ は均等粒径の場合と同一であるが、 EC に関する指数 β は、平均粒径は同一でも、均等粒径の場合と比べて小さな値を取る事である。この点については、まだ1例しかないため十分な議論は出来ない。パーコレーション理論では場の次元が増加すると指数が増えることが示されており、この β の特性は、粒径分布によりフラクタル的にみた流路網の次元が変わったのではないかと考えられるが、なぜ、 EC にだけ現われるかは分からない。

場の異方性について、実験2で得られた縦・横方向の電気伝導度 ECL, ECT はFig.6に見られるように ECL の方が約1割程度大きくくなっている。（平均的に $ECT/ECL = 1.07$ ）不飽和浸透流では水脈のつながり方が流れ方向に強いことは十分推測でき、このため $ECL > ECT$ となったと考えられる。

4. まとめ

本研究では、単粒構造の多孔質体を対象として不飽和透水係数と比電気伝導度を同時に計測し、それらの間の関係を調べた。得られた結果は、以下の通りである。

- (1) K, EC および補正係数 C_w と θ に関してべき乗の形をとる事が確かめられた。 K, C_w のべき指数 α, γ はそれぞれほぼ一定で $\alpha = 3.6, \gamma = 2.2$ である。しかし、 EC のべき指数 β は平均粒径とともに減少する。
- (2) K と EC を毛管束モデルを用いて近似し、べき形式について相互の関係を理論的に考察した。
しかし、 β が粒径によって変化する理由については明らかにはできなかった。
- (3) 均一粒径と比較すると、粒径が分布する方が EC のべき指数は小さくなる。
- (4) 電場の異方性については流れ方向の EC の方が直角方向の EC より約1割大きくなることが分かった。
これは、水脈のつながり方が流れ方向の方が強いと考えられる。

本研究では、いくつかの事柄についてパーコレーションの理論を援用して定性的に説明した。しかし、定量的に十分検討できた訳ではない。また、実験ケースも、特に、粒度分布と異方性の問題については少ない。今後、実験を補足し、定量的な議論を行うつもりである。なお、本研究において名古屋大学大学院博士課程の R.P.Devokota 君には、実験・データ整理において多大の助力を得た。ここに記し感謝の意を表する。

参考文献

- 1) U.Matsubayashi, et.al : Characteristics of mixing length in dispersion through unsaturated glass beads media, Annual Jour. of Hydraulic Engineering, JSCE, Vol.40, 1996
- 2) スタウファー：浸透理論の基礎, 物理学叢書54, 吉岡書店, 1988

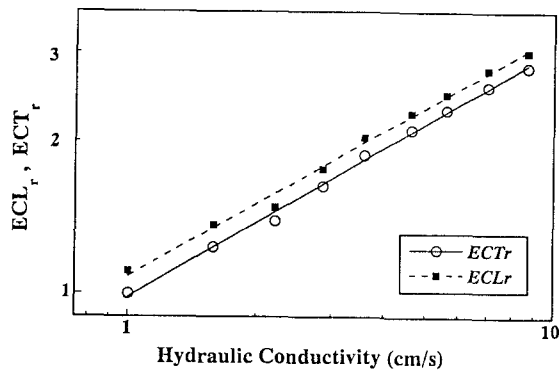


Fig. 6 Kr-ECLr and ECTr relationships

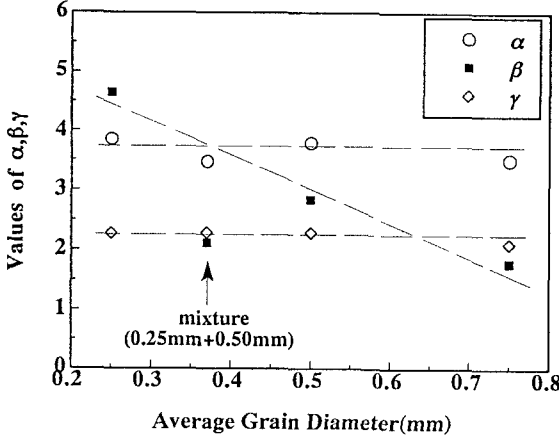


Fig. 7 α, β, γ for various grain sizes