

表層せん断力の急変に対する流動粒子群の応答特性

Response of granular-material flow to abrupt change of surface-shear force

後藤仁志*・酒井哲郎**・豊田泰晴***・酒井敦史***

By Hitoshi GOTOH, Tetsuo SAKAI, Yasuharu TOYOTA and Atsushi SAKAI

Response of granular material flow to the sudden change of the surface shear force, in other words, the accelerating process of granular assemblies, is numerically simulated. The distinct element method, in which the motion of the individual particle is traced directly, is applied. The characteristics of the velocity profile of particles, or the development of the velocity profile in accelerated granular flow is calculated. Furthermore, the relaxation model, which is formulated by convolution integral, is introduced to express the fundamental characteristics of the velocity profile. The physics of such transition is investigated through the simulation data of individual particle motion.

Key Words: *accelerated granular material flow, distinct element method, velocity profile, relaxation process*

1. はじめに

砂粒子が高濃度で流送される集合流動状態においては、粒子間干渉が流れの構造を大きく規定する。このような流動形式は掃流力の大きい状況下で生起し、典型的な例としては、河川上流部における土石流、海岸部におけるシートフロー漂砂などがある。従来の高濃度粒子流の実験やモデル化に関する研究では、主として定常状態が対象とされ、発達過程（加速過程）の流動機構に関する研究は必ずしも充分とはいえない現状であるが、発達過程の流動機構の把握が必要となる状況も少なくない。例えば、土石流の実験において平衡状態の流動特性を計測しようとする場合の計測区間を決めるには、発達に要する時間ないしは距離などのスケールが必要である。また、シートフロー漂砂の基本的特性の一つである非定常性を考慮に入れるには、加・減速過程における粒子流の特性の把握が必要不可欠である。

著者ら¹⁾は以前に、個々の砂粒子の運動を個別にLagrange的に追跡するCundall & Strack²⁾の個別要素法を用いて、表層せん断を受ける砂層の定常流動過程の数値シミュレーションを実施したが、本研究では同様のモデルを加速過程に適用し、砂粒子の移動速度分布の発達過程をシミュレーション結果に基づき検討する。さらに、シミュレーション結果から得られる砂粒子の運動過程の瞬間像や砂粒子数密度分布などの運動

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

*** 学生会員 京都大学大学院 工学研究科土木工学専攻修士課程

特性に関する詳細なデータを用いて、砂粒子運動の力学に基づき移動速度分布の発達過程の物理的背景を明らかにする。

2. シミュレーションの概要

2.1 個別要素法による定式化

砂粒子を均一径 d の剛体円盤によりモデル化し、鉛直 2 次元場における各砂粒子の運動方程式を陽解法で解いて、砂粒子の運動を追跡する。砂粒子 i の並進および回転の運動方程式は、次式で与えられる。

$$M[\ddot{x}_i]_t = \sum_j \{ [f_n]_{ij} \cos \alpha_{ij} + [f_s]_{ij} \sin \alpha_{ij} \}_j + F_{0i} \tag{1}$$

$$M[\ddot{y}_i]_t = \sum_j \{ -[f_n]_{ij} \sin \alpha_{ij} + [f_s]_{ij} \cos \alpha_{ij} \}_j - (M - \rho V)g \tag{2}$$

$$I[\ddot{\phi}_i]_t = r \cdot \sum_j \{ [f_s]_{ij} \}_j \tag{3}$$

ここに、 f_n, f_s : 砂粒子 i, j 間の法線(n)および接線(s)方向の作用力、 α_{ij} : 砂粒子 i, j の接触角、 F_{0i} : せん断に起因して砂粒子 i に作用する力、 M : 砂粒子の質量 ($=\sigma\pi r^2$; σ : 砂粒子の密度、 r : 砂粒子の半径($=d/2$))、 V : 砂粒子の体積、 I : 砂粒子の慣性モーメント($=\sigma\pi r^4/2$)、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度、 θ : 斜面の傾斜角であり、 $[\]_t$ は時刻 t における値を、ドット($\dot{}$)は時間微分を表す。

計算ステップの更新の度に個々の砂粒子の接触状況を検索し、接触状態にある粒子間については、砂粒子に弾性スプリングと粘性ダッシュボットを導入して粒子間の相互作用を計算する。各粒子の接点には、法線方向および接線方向に弾性スプリング (ばね定数 k_n, k_s) および粘性ダッシュボット (減衰定数 η_n, η_s) を配置して相互作用を表現する。また、塑性的挙動すなわち現象の 3 次元性と関連した粒子間の噛み合わせ効果を表現するため、ばねによる抗力に上限値 e_{nmax}, e_{smax} を設け、法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントを、接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイントをそれぞれ配置した。なお、孤立砂粒子の速度補正に関しては、垂水・伯野³⁾の方法に準じ、反発係数については、 $e=0.05$ とした。

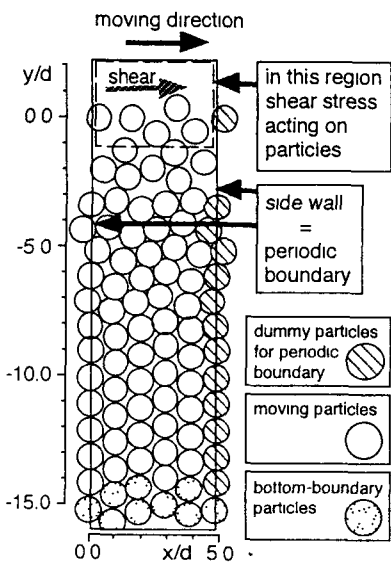


図-1 計算領域

2.2 初期条件および境界条件

計算領域の模式図を図-1に示す。計算の効率化を図るために側方は周期境界とし、底面には計算対象粒子と同一の粒子から成る粗面固定床を配置した。計算に用いた砂粒子は、粒径 $d=0.5\text{cm}$ 、比重 $\sigma/\rho=2.65$ のもので、1 段の配列要素数5個で15段にわたって積み上げた後、最下層の粒子5個を固定し、表層粒子の離脱の容易さに配慮して表層の5個の粒子の内1個を取り除いて、合計69個の粒子の運動を解析対象とした。計算を始める前に、砂粒子群の初期配置を決定するための 0.1 s 間の予備計算 (パッキング) を行った。パッキングの完了後に砂層表面にせん断力を作用させ粒子群の運動を追跡した。せん断力の表層

表-1 モデル定数

k_n	$9.45 \times 10^6 \text{ N/m}$
k_s	$2.36 \times 10^6 \text{ N/m}$
η_n	40.0 Ns/m
η_s	20.0 Ns/m
u	0.3
e_{nmax}	2.5 N
e_{smax}	0.025 N
Δt	$1.0 \times 10^{-5} \text{ s}$

付近の砂粒子への配分については、表層付近にせん断力の作用域を想定し、作用域中に存在する全ての砂粒子にその作用域中の面積に応じて配分する著者ら¹⁾の方法を用いた。なお、モデル定数については既往の研究を参考に、パッキング後の砂粒子群の振動を抑制するように調整し、表-1のように与えることとした。なお、本研究では無次元せん断力 $\tau_s (= \tau_0 / \rho(\sigma/\rho - 1)gd) = 3.0$ の場合を対象とする。

3. 加速過程のシミュレーション結果

3.1 緩和過程としての加速過程

ここでは、加速過程の基本的特性を表現するため、緩和過程モデルを導入する。図-2は、階段関数的なせん断力の増加に対する砂粒子移動速度の応答を示したものである。せん断力の急増に対して移動速度は即応せず、緩和過程的特性が明瞭に見られる。次に、図-3は、砂粒子移動速度分布の変化過程を示したものであるが、時間の経過とともに平衡状態の速度分布に漸近する様子が理解できる。より詳細に見ると、移動開始後間もない $t_s = 5.69$ には、鉛直方向の混合が不活発な層状の流動状態に典型的に見られる上に凸の速度分布が見られる。 $t_s = 17.06$ の速度分布は概ね上に凸の形状を呈するものの、上端部 ($y/d = 2.0$ 付近) には速度一様化の兆しが伺われる。さらに時間が経過し、 $t_s = 45.49$ になると、速度分布の上部に一様化領域が顕在化し、下部の層状流動層が変曲点を挟んで上部に分散した粒子流 (saltation層) を伴う典型的な速度分布¹⁾ が出現する。分布形状の遷移はこの時点でほぼ終了し、これ以降は速度の増加が生じて、平衡状態に漸近する。なお、図中の実線は、平衡速度分布の近似式

$$\frac{u_p}{u_{p,inf}} (= \Xi_{up}(y)) = \begin{cases} \alpha \ln\left(\frac{y - y_{inf}}{d} + 1\right) + 1 & \text{for } y > y_{inf} \\ \exp\left(\beta \cdot \frac{y - y_{inf}}{d}\right) & \text{for } y \leq y_{inf} \end{cases} \quad (4)$$

である。ここに、 $u_{p,inf}$: 速度分布の変曲点での速度、 y_{inf} : 変曲点の高さである。式中の定数については、 $\alpha = 0.42$, $\beta = 0.4$; $u_{p,inf} (= u_{p,inf} / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd}) = 13.3$; $y_{inf}/d = 0.0$ とした。なお、速度分布が充分に発達した状態においても速度の変動は存在するから、短時間の区間平均にはある程度のばらつきがある。式(4)の示す平衡速度は、平衡状態の速度の長時間平均を採ったものである。

図-2に見られた砂粒子移動速度の緩和過程の基本的特性は、次式の重畳積分で表現できる。

$$u_p(t, y) = \Xi_{up}(y) \int_0^{\infty} u_{p,eq}(t - \tau) \cdot T_R(\tau) d\tau \quad (5)$$

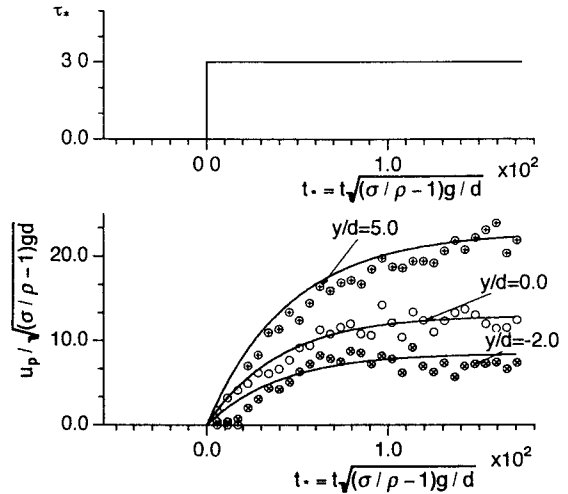


図-2 砂粒子移動速度の時間変化

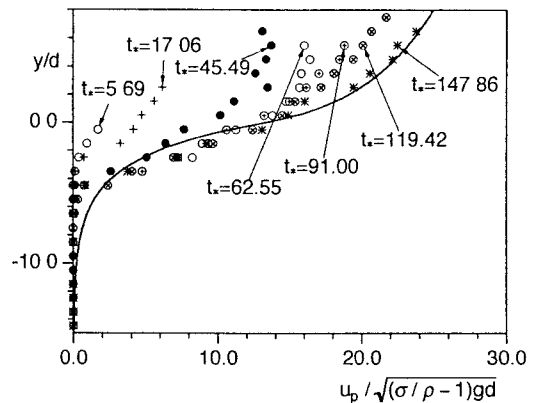


図-3 砂粒子移動速度分布の発達過程

ここに、 $T_R(\tau|y)$ ：応答関数、 $u_{p\infty}$ ：平衡状態（完全発達段階）における速度スケールであり、 u_{ps} は底面せん断力 τ_s 、(あるいは摩擦速度 u_*) を与えると一義的に決まる値である。なお、応答関数については指数関数型の式

$$T_R(\tau|y) = \frac{1}{\Gamma(y)} \exp\left\{-\frac{\tau}{\Gamma(y)}\right\} \quad (6)$$

(図-2の実線)でその基本的特性が良好に説明できる。ここに、 $\Gamma(y)$ ：緩和時間スケールであり、所与の高さにおける移動速度の時間変化(図-2)においてシミュレーション結果と式(6)との一致に留意して決定される。ここでは、底面せん断力(摩擦速度)の瞬間的增加を対象とするから、摩擦速度の時間的変化は階段関数 $He(t)$ を用いて、

$$u_*(t) = u_{*amp} \cdot He(t) \quad ; \quad He(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 0 \\ 1 & \text{for } t \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

と書ける。ここに、 u_{*amp} ：摩擦速度の増加幅である。ここでは式(4)から明らかなように、平衡状態の速度スケールとして変曲点での速度を与えているから、外力変化が階段関数的であるときに限定すれば、

$$u_{p\infty}(t) = u_{inf amp} \cdot He(t) \quad (8)$$

と書ける。ここに、 $u_{pinf amp}$ ：平衡状態での変曲点での速度の増加幅である。式(6),(8)を式(4)に代入して積分を実行すれば、解析解

$$u_p(t, y) = u_{pinf amp} \Xi_{up}(y) \left[1 - \exp\left\{-\frac{t}{\Gamma(y)}\right\} \right] \quad (9)$$

を得る。

緩和時間スケールの分布を図-4に示す。さらに、求められた緩和時間スケールを用いて式(9)から推定した移動速度分布とシミュレーション結果との比較を図-5に示す。緩和過程モデルによる速度分布の推定結果はシミュレーションの結果と良好に一致しており、シミュレーションから求められた加速過程の速度分布の基本的特性が緩和過程として簡潔に表現できることが明らかとなった。

緩和時間スケールの分布に関しては、移動層下部で高さの増加とともに僅かに減少傾向を示すが、速

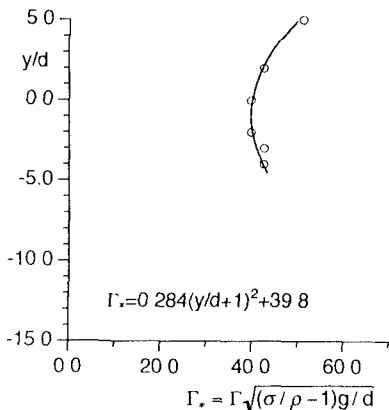


図-4 緩和時間スケールの分布

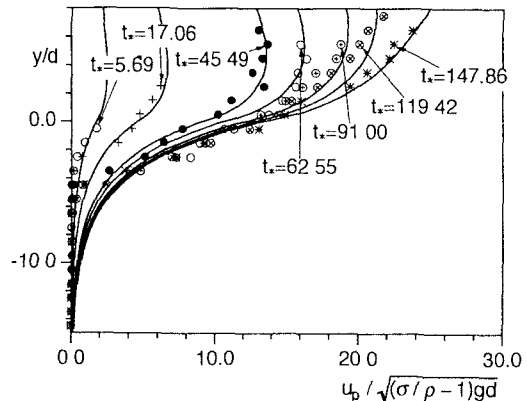


図-5 砂粒子移動速度分布(緩和過程モデルとの比較)

度分布の変曲点より下の領域では大略的には一定値をとる．一方，変曲点付近より上の領域では高さが増加するにつれて緩和時間スケールも増加する傾向が認められる．次節では，砂粒子の運動特性に関するシミュレーションデータを通じて，速度分布の緩和過程としての物理的背景について考察する．

3.2 個々の砂粒子の運動特性

シミュレーションでは時々刻々の砂粒子の座標と速度が更新計算されるため，個々の砂粒子の瞬間的運動に関する膨大な計算結果が得られる．ここでは，表層せん断力の急変を受けた粒子流動層の発達過程を視覚的に示すため，粒子群の瞬間像（snapshot）を図-6に示す．

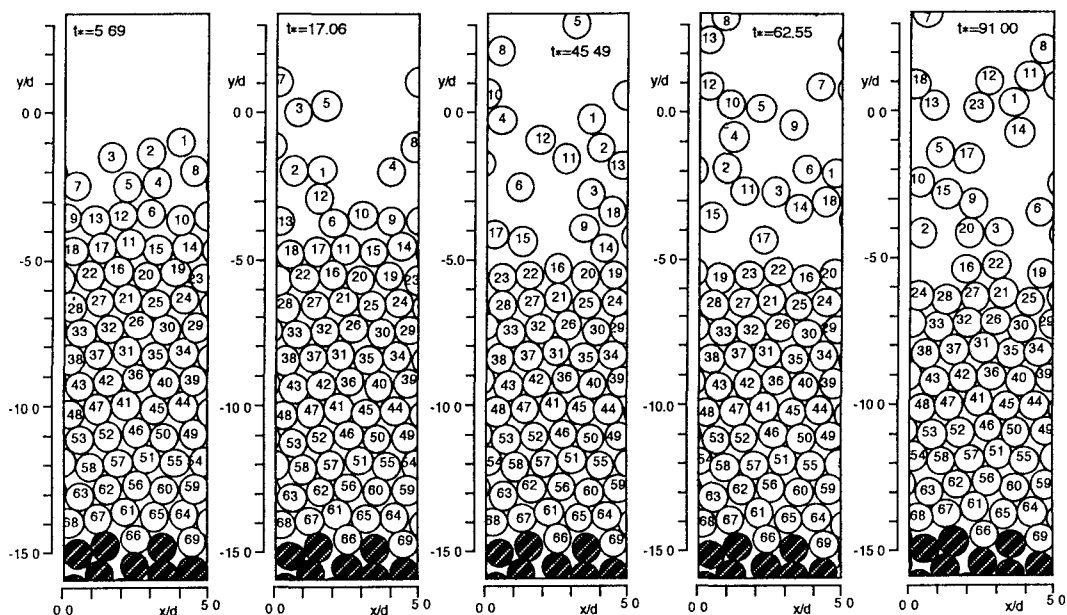


図-6 粒子運動のsnapshots

移動開始後間もない $t_s=5.69$ では，砂粒子の分散傾向は小さく，最上層部の砂粒子が僅かに浮き上がって流送される程度である．このことは，図-3における $t_s=5.69$ の速度分布が層状の流動状態に典型的に見られる上に凸の分布であったことと符合する．時間が経過し， $t_s=17.06$ になると，最上層部の砂粒子の一部は， $y/d=2.0$ 程度の高さまで上昇し，第2層，第3層の砂粒子にも分散傾向が見られるようになる．さらに時間が経過して， $t_s=45.49$ になると，上層部における砂粒子の分散傾向は一層顕在化し，分散領域（saltation層）は上下に拡大して， $-4.0 \leq y/d \leq 5.0$ 程度にまで及ぶようになる．その後も分散領域の拡大は上下方向に緩やかに進行するものの，急激な発達は $t_s=45.49$ 付近で概ね完了している．この時刻は，変曲点型の速度分布への遷移がほぼ完了する時刻に相当し，速度分布形の発達が砂粒子の分散領域の発達に規定されていることが理解できる．

図-7は，砂粒子数密度（ cm^{-3} ）の分布について示したものである．なお，図中の実線は，平衡状態と各時刻の状態の相違を把握しやすくするために，平衡状態での分布の概形を示したものである．何れの時刻にも数密度は，下部の堆積層で一定値をとり，堆積層上端から上方に向かって減少する．堆積層の上端は，移動開始後間もない $t_s=5.69$ には， $y/d=-4.0$ 程度であるが，粒子流の発達とともに下方へ移動し，平衡状態では概ね $y/d=-7.0$ 程度となる．数密度分布の上端（すなわち分散領域の上端）も時間の経過と

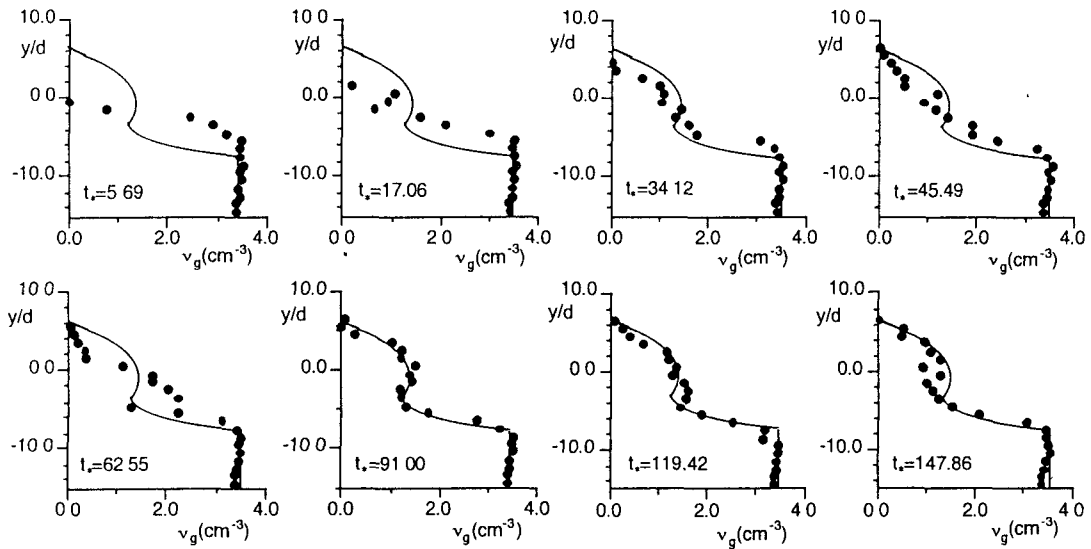


図-7 数密度分布の発達過程

ともに上方へ移動するが、図-6にも見られたように、急激な発達は $t_s=45.49$ 付近で概ね完了し、その後上端はほぼ $y/d=6.0$ 付近に固定化される。平衡状態での数密度分布は、堆積層上端から上方に向かって一旦急減し、2 次的なピークをとった後に減少する特徴を有している。固定床上の saltation については、底面から上方に向かって数密度が一旦増加し、粒径の数倍の高さでピークをとった後に減少に転じるというシミュレーション結果⁴⁾が得られているが、図-7に見られる上層部の 2 次的ピークはこれと類似のものであり、ここでは流動層上の saltation が出現したものと判断される。このことは、図-6の砂粒子の分散状況からも推察される。また、数密度分布の概形は、シートフロー層厚より遅れて、 $t_s=91.0$ 付近で収束する。数密度分布が収束した後、粒子間干渉による運動量の鉛直方向の輸送状況が長時間平均的な意味で均衡に達した時点で速度分布が収束するものと考えられる。収束の順序は、シートフロー層厚、砂粒子数密度、移動速度の順となる。

4. おわりに

本研究では、表層せん断力の急変に対する粒子流の応答過程を解析対象として、個別要素法に基づく数値シミュレーションを実施して砂粒子移動速度分布を推定し、速度分布の基本的特性を緩和過程として解釈した。さらに、砂粒子運動に関する詳細なシミュレーションデータに基づき、速度分布の発達過程（平衡状態への遷移過程）の内部機構を砂粒子レベルの運動という視点から考察した。

参 考 文 献

- 1) 後藤仁志・酒井哲郎：表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析，土木学会論文集，No. 521/II-32, pp 101-112, 1995
- 2) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29, No. 1, pp.47-65, 1979
- 3) 垂水祐二・伯野元彦：Quick Sand と液状化に関する粒状体シミュレーション，東京大学地震研究所集報，Vol 62, pp 535-577, 1987.
- 4) 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次：流体・粒子相互作用系としての掃流層の数値解析，土木学会論文集，No. 485/II-26, pp 11-19, 1994