

傾斜面を流下する粒子流の数値シミュレーション

Numerical simulation of granular-material flow on a slope

後藤仁志*・酒井哲郎**・豊田泰晴***

By Hitoshi GOTOH, Tetsuo SAKAI and Yasuharu TOYOTA

Particle/particle interaction is one of the most important factors in the transport process of granular material. In this study, the motion of granular material flowing on a slope is simulated by using the distinct element method, in which the motion of the individual particle is traced directly. The characteristics of the velocity profile of particles, or the transition of the type of the velocity profile with the increase of the inclination angle of a slope - from an upward convex curve to an upward concave curve via a straight line - found in the previous experiments is reproduced by the present simulation. The physics of such transition is investigated through the simulation data of individual particle motion.

Key Words: granular material flow, gravity field, distinct element method, velocity profile

1. まえがき

土砂災害に対する適切な対策を講じるには、土砂流の挙動を把握することが必要不可欠であり、この意味で流動機構の解明は必須の課題である。土砂災害の中でも土石流は、しばしばブラウン管で目にする被災地域の壊滅的映像を通じてその猛威を社会に広く認識されており、そのメカニズム解明への社会的要請も大きいことから、土砂水理学上の主要なトピックスと考えられてきた。土石流の流動則に関する研究は多く行われてきたが（例えば、高橋¹⁾、樺・橋本²⁾、芦田・江頭・神矢³⁾）、従来のモデルの大部分は水と土砂の混合物を一つの流体として取り扱う一流体モデルに属するものであり、流体・粒子間の相互作用や粒子間衝突などの内部機構は直接的に取り扱われず、半経験的に水理量と関係付けられてきた。この種のモデルでは、粒子間衝突による運動量輸送を如何に算定するかが焦点のひとつであるが、本研究では、個々の砂粒子の運動を個別にLagrange的に追跡するCundall & Strack⁴⁾の個別要素法を用いて、粒子間衝突による運動量輸送と砂粒子移動速度分布形の関係を検討する。

ところで、川端・迫田・榊永・吉川⁵⁾は粒状体の流動機構の解明を目的として、勾配可変型の長方形断面水路中を流下する粒子流の速度分布を計測し、水路勾配の変化に応じて移動速度分布形の変化が生じること

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

*** 学生会員 京都大学大学院 工学研究科土木工学専攻

を指摘している．本研究では，具体的な解析対象として傾斜面を流下する粒子流を想定し，川端らの実験で得られた砂粒子移動速度分布を再現し，粒子運動に関する詳細なシミュレーションデータに基づき，速度分布形成の内部機構に考察を加える．

2. シミュレーションモデル

2.1 個別要素法の基礎式

ここでは，鉛直 2 次元場を対象として，粒子を均一径 d の剛体円盤によりモデル化する．個別要素法においては粒子間の相互作用は弾性スプリングと粘性ダッシュポットにより表現され，各粒子の運動方程式が陽解法で解かれて粒子の運動が追跡される．

(a) 粒子の運動方程式

粒子 i の並進および回転の運動方程式は，

$$M[\ddot{x}_i]_t = \sum_j \left\{ [f_n]_t \cos \alpha_{ij} + [f_s]_t \sin \alpha_{ij} \right\} + Mg \sin \theta \quad (1)$$

$$M[\ddot{y}_i]_t = \sum_j \left\{ -[f_n]_t \sin \alpha_{ij} + [f_s]_t \cos \alpha_{ij} \right\} - Mg \cos \theta \quad (2)$$

$$I[\ddot{\phi}_i] = r \cdot \sum_j \left\{ [f_s]_t \right\} \quad (3)$$

で与えられる．ここに， x, y ：斜面方向の座標軸とそれに直交する座標軸， f_n, f_s ：粒子 i, j 間の法線(n)および接線(s)方向の作用力， α_{ij} ：粒子 i, j の接触角， M ：粒子の質量 ($=\sigma\pi r^2$ ； σ ：粒子の密度， r ：粒子の半径($=d/2$)）， I ：粒子の慣性モーメント ($=\sigma\pi r^4/2$)， g ：重力加速度， θ ：斜面の傾斜角であり， $[]_t$ は時刻 t における値を，ドット($\dot{}$)は時間微分を表す．これらの運動方程式が逐次数値積分され，粒子群の運動が追跡される．

(b) 粒子間接触判定および粒子間の作用力の算定

粒子は均一粒径の円盤としてモデル化されるので，接触判定条件は次式のようになる．

$$R_{ij} \leq 2r \quad ; \quad R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (4)$$

ここに， $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ ：粒子 i, j の中心の座標， R_{ij} ：粒子 i, j 間の距離である．

粒子間の接触状態を模式的に示したのが，図-1である．各粒子の接点には，法線方向および接線方向に弾性スプリング（ばね定数 k_n, k_s ）および粘性ダッシュポット（減衰定数 η_n, η_s ）を配置して相互作用を表現する．局所座標系 $n-s$ における要素 i, j 間の法線および接線方向の作用力 f_n, f_s は，

$$[f_n]_t = [e_n]_t + [d_n]_t \quad ; \quad [f_s]_t = [e_s]_t + [d_s]_t \quad (5)$$

$$\begin{cases} [e_n]_t = \min \left\{ [e_n]_{t-\Delta t} + k_n \cdot \Delta \xi_n, e_{n\max} \right\} & ; \quad [d_n]_t = \eta_n \cdot \Delta \dot{\xi}_n \\ [e_s]_t = \min \left\{ [e_s]_{t-\Delta t} + k_s \cdot \Delta \xi_s, e_{s\max} \right\} & ; \quad [d_s]_t = \eta_s \cdot \Delta \dot{\xi}_s \end{cases} \quad (6)$$

と書ける．ここに， e_n, e_s ：法線および接線方向のばねによる抗力， d_n, d_s ：法線および接線方向のダッ

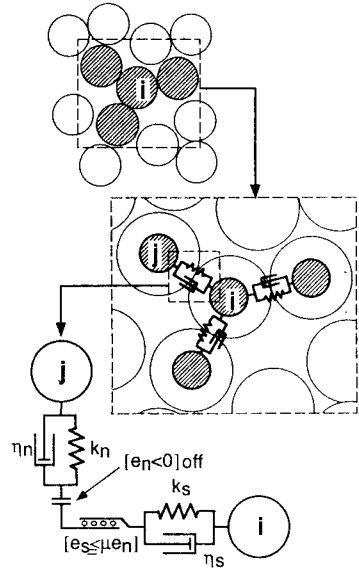


図-1 粒子間の接触状態のモデル化

シュボットによる抗力、 $\Delta \xi_n, \Delta \xi_s$ ：時間 Δt 間の法線および接線方向変位である．また，塑性的挙動すなわち現象の3次元性と関連した粒子間の噛み合わせ効果（すなわち，計算面を横切る方向へのずれ動き）を表現するため，ばねによる抗力に上限値 e_{nmax}, e_{smax} を設けた．さらに，法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントを，接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイントをそれぞれ配置した．これらのジョイントの効果は，次式で与えられる．

$$\left[f_n \right]_i = \left[f_s \right]_i = 0 \quad \text{when} \quad \left[e_n \right]_i < 0 \tag{7}$$

$$\left[f_s \right]_i = \mu \cdot \text{SIGN} \left(\left[e_n \right]_i, \left[e_s \right]_i \right) \quad \text{when} \quad \left[e_s \right]_i > \mu \cdot \left[e_n \right]_i \tag{8}$$

ここに， μ ：摩擦係数， $\text{SIGN}(a, b)$ は $|a|$ に b の符号を付けることを意味する．

(c) 孤立粒子の速度補正

粒子間のスプリングの剛性を大きくすると，他の粒子と接触を断って孤立する粒子の中に，異常に大きい速度で運動する粒子が生じることがある．そこで，孤立粒子の法線方向相対速度 v_{nija} が極端に大きくなった際には，当該粒子が孤立直前まで接触していた要素群と接触する直前の相対速度 v_{nijb} と反発係数 e を用いて，補正された孤立後の相対速度 v_{nija}' を

$$v_{nija}' = -e \cdot v_{nijb} \tag{9}$$

により求める方法（垂水・伯野⁶⁾；1987）を採用した．なお，反発係数については， $e=0.05$ とした．

2.2 初期条件および境界条件

計算領域の模式図を図-2に示す．ここでは平衡状態の粒子流を想定しているので，計算の効率化を図るために側方は周期境界とした．また，底面は，後述する川端ら⁵⁾の実験と同様に計算対象粒子と同一の粒子から成る粗面固定床とした．計算に用いた砂粒子は，川端らの実験と同様の粒径 $d=0.5\text{cm}$ ，比重 $\sigma/\rho=2.5$ （ ρ ：水の密度）のもので，1段の配列要素数5個で8段にわたって積み上げた後，最下層の粒子5個を固定し，表層粒子の離脱の容易さに配慮して表層の5個の粒子の内1個を取り除いて，合計34個の粒子の運動を解析対象とした．

計算を始める前に，砂粒子群の初期配置を決定するための予備計算（パッキング）を行った．具体的には，各砂粒子間に 0.004 cm の間隙を残した非接触の状態から計算を開始して，粒子群がほぼ静止状態となった時点でパッキングの完了と判断した．パッキングの完了に要した時間は， 0.1 s である．パッキングの完了後の粒子群を重力場に置いて，粒子群の運動を追跡した．なお，モデル定数については既往の研究を参考に，表-1のように与えることとした．

3. 粒子移動速度分布の特性

3.1 川端ら⁵⁾の実験の概要

川端らは，アクリル製長方形断面水路中を流下する粒子流の流動状況をビデオで追跡し，水路の勾配を変化させて種々の条件における粒子の移動速度分布を測定した．実験では，水路上流端の堰を調節して粒径 $d=0.5\text{ cm}$ ，比重 $\sigma/\rho=2.5$ のガラスビーズの供給量を制御し，定常流動が安定して得られた時点での速度分布を

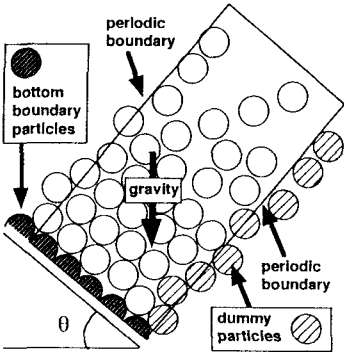


図-2 計算領域

表-1 モデル定数

k_n	$9.45 \times 10^6 \text{ N/m}$
k_s	$2.36 \times 10^6 \text{ N/m}$
η_n	40.0 Ns/m
η_s	20.0 Ns/m
μ	0.3
e_{nmax}	2.5 N
e_{smax}	0.025 N
Δt	$1.0 \times 10^{-5} \text{ s}$

測定している。水路底面は、実験対象粒子と同一の粒径のガラスビーズを敷き詰めた固定床である。実験は空気中および静水中で行われ、図-3に示すように、空気中では勾配の増加とともに上に凸の分布 (category I) から直線型の分布 (category II) への遷移が、静水中では勾配の増加に伴う直線型から下に凸の曲線 (category III) への遷移が生じることが指摘されている。

3.2 シミュレーション結果

ここでは、傾斜度 (水路床勾配) を $\theta=27$ 度, 33 度, 40 度 に設定して、空気中における粒子群の流動過程を計算した。計算中は 0.1 s 間隔で粒子の移動速度の区間平均をとって平衡状態への遷移の有無を確認しつつ計算を進め、計算開始後 2.5 s 程度で平衡状態への遷移が完了することが分かった。平衡流動状態の粒子の移動速度 u_p の鉛直分布 (2.7 s から 2.9 s までの 0.2 s 秒間の平均) を図-4に示す。なお、図中の u_{pmax} は、粒子移動速度の最大値を示している。 $\theta=27$ 度では上に凸の分布、 $\theta=33$ 度では直線型の分布、 $\theta=40$ 度では変曲点を伴う下に凸の分布と3種類の傾斜度に対してそれぞれ川端らの実験の category I, II, III に対応

する特徴的な移動速度分布が得られた。なお、計算では初期層厚を傾斜度によらず一定としているので、傾斜度が大きい ($\theta=40$ 度) 場合には堆積層が生じ、上方に向かって緩やかに上に凸の分布へと遷移する。これに対して、実験では層厚を変化させて堆積層を生じさせないように条件が設定されているため、底面でスリップが生じる。このような計算条件と実験条件の相違点を考慮して、計算における $y/d > 4.0$ の領域の速度分布を実験との比較の対象とすれば、両者の対応はほぼ良好と判断される。

次に、3種の傾斜度で流動する粒子群の体積占有率 η_v (ここでは、単位面積当たりの砂粒子の面積) の鉛直分布について示したのが、図-5である。 $\theta=27$ 度および 33 度では、 $y/d=0.0$ から $y/d=5.0$ 付近まではほぼ一様の分布を呈し、 $y/d=5.0$ を越えたあたりから急激に減少する特性が共通して認められる。これに対して $\theta=40$ 度では、一様分布の範囲は $y/d=3.0$ 以下の領域に限られ、 $y/d=3.0$ 以上では上方に向かって直線的に体積占有率が減少している。このことから、 $\theta=33$ 度と $\theta=40$ 度との速度分布の相違は粒子の体積占有率の相違すなわち粒子濃度の相違と関係するものと推論される。次節では、この点に関して、個々の粒子の運動特性のレベルから考察を深める。

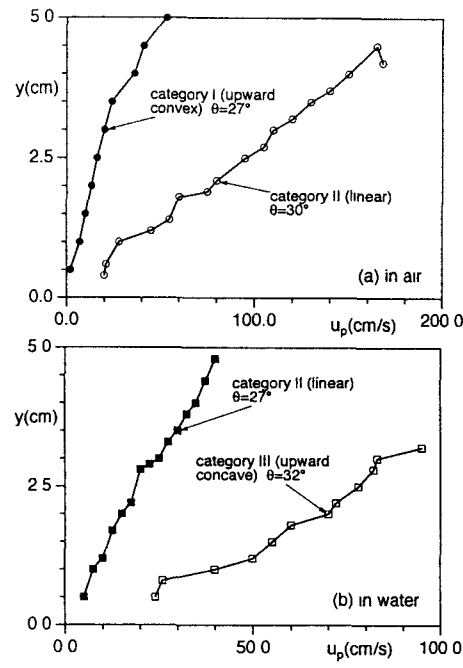


図-3 粒子速度分布 (川端ら⁵⁾ の実験)

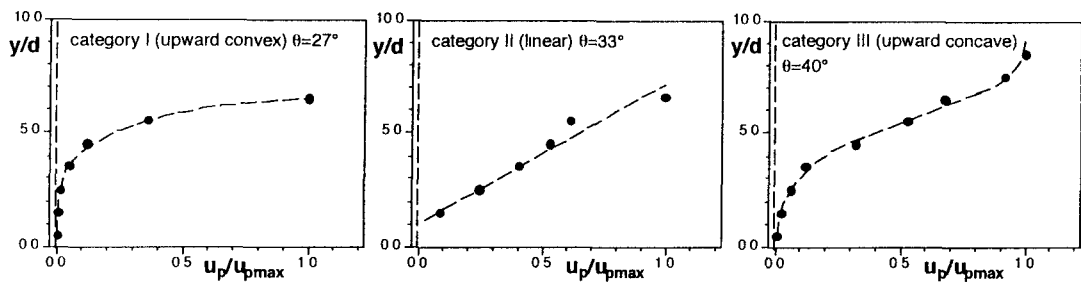


図-4 粒子速度分布 (シミュレーション結果)

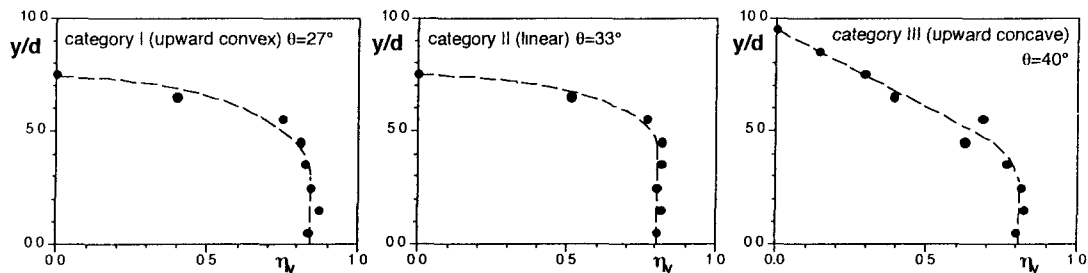


図-5 粒子群の体積占有率

3.3 粒子の運動特性

粒子群の流動状態を視覚的に把握するために、各傾斜度における粒子群の瞬間像 (snapshot) の代表例を図-6に示す。θ=27度の場合とθ=33度の場合とでは顕著な相違はなく、粒子は層状に運動し、異なる層での粒子の交換（鉛直方向の混合）は生じていない。これに対してθ=40度の場合には、下層部ではなお層状の流動形態が存在するものの、上層部の粒子は跳躍的な運動を呈し、鉛直方向の粒子の混合も上層部では顕著である。上層部における粒子間距離の増大は、粒子の体積占有率を減少させ、その結果として移動層厚を増加させる。以上の点をさらに明確に示すため、粒子の移動軌跡の代表例を図-7に示す。θ=27度の場合とθ=33度の場合とでは水平方向の移動距離に相違が見られるものの、個々の粒子の移動軌跡は交錯せず、最大でも鉛直方向の変位は半粒径以下に収まっている。これらの軌跡からも層状の流動が生じていることが理解できる。これに対して、θ=40度の場合には、上層部の粒子の軌跡が交錯し、鉛直方向の変位も1粒径以上のものが出現する。さらに、軌跡には、粒子間の衝突・反発の顕在化を示す降下から上昇への急激な反転が見られ、弧を連ねたような (saltationに近い) 形状を呈している。鉛直方向の変位は、下層に近づくにつれて小さくなり、下層部における軌跡は層状の流動を裏付けるものである。

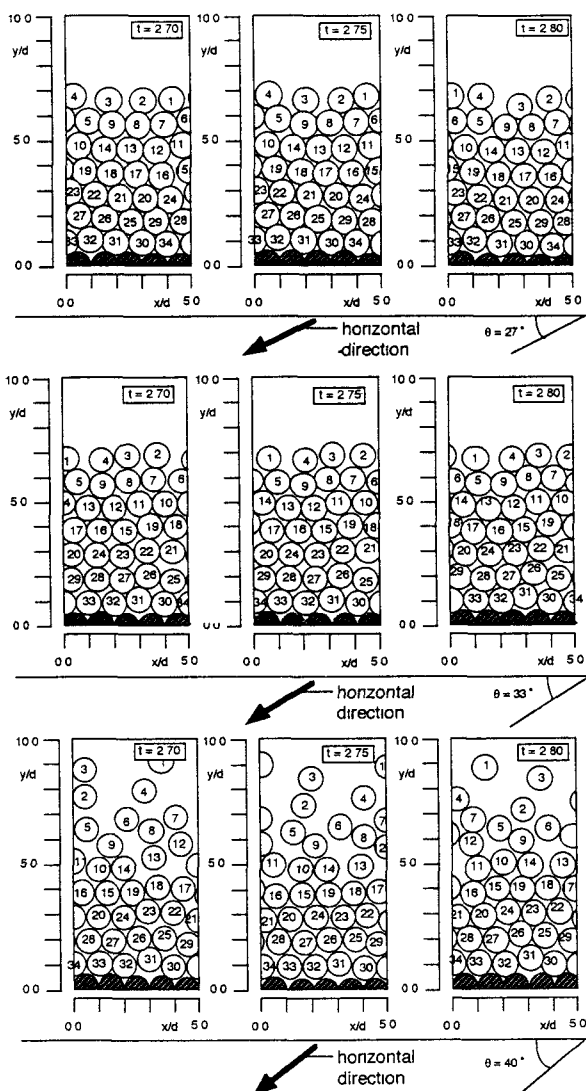


図-6 粒子運動のsnapshots

安息角 ($\theta=30^\circ$) 以下の $\theta=27^\circ$ 度では、粒子間の噛み合わせが十分に効いて、下層に向かつての速度の減衰が顕著で上に凸の速度分布が生じ、安息角を越えて $\theta=33^\circ$ 度となると、層状の流動は維持されるものの、粒子間の噛み合わせ効果は弱まり各層の移動速度は増大する。さらに傾斜角が増大して $\theta=40^\circ$ 度になると上層部の粒子の分散傾向が顕在化して粒子の鉛直方向混合が促進され、上部の速い粒子と下部の遅い粒子が効率的に混合されつつ粒子間衝突による速度交換を繰り返すことにより、速度分布の一樣化が促進される。その結果として下部の流速分布が張り出し、下に凸の分布が形成される。直線型の分布は、層状流動の崩壊限界付近の流動形態に対応したものと考えられる。

ところで、空気中と比較して水中では、浮力の作用により見かけの重力が小さくなり、粒子間の噛み合わせ効果が減少して流動に対する抵抗が小さくなる。そのため、空気中では粒子移動速度の増大によりビデオ解析が困難となる急傾斜の状態での速度分布を、移動速度の小さい緩傾斜の条件下で水中では再現できるものと期待される。この意味で、川端らの実験で静水中に見られた下に凸の速度分布は、空気中では直線型分布より更に傾斜角の大きい状態で出現するものと考えられる。このように考えると、本研究で再現された速度分布の特性は川端らの実験結果の傾向を説明し、粒子レベルでの力学的裏付けを与えるものとみなすことができる。

4 あとがき

本研究では、傾斜面を流下する粒子流を解析対象として、個別要素法に基づく数値シミュレーションを実施して、川端らの実験で得られた粒子移動速度分布を再現した。さらに、移動軌跡などの粒子運動に関する詳細なシミュレーションデータに基づき、速度分布形成の内部機構を考察し、傾斜角の増加に伴う粒子移動速度分布形の遷移の物理的背景を明らかにした。最後に本研究の遂行にあたり、京都大学大学院・富永圭司君（現、大林組）の熱心な協力を得たことを付記して、謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 高橋 保：土石流の発生と流動に関する研究，京都大学防災研究所年報，20号B-2, pp 405-435, 1977
- 2) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司：土石流における粒子間応力と流動特性，土木学会論文集，第317号, pp 79-91, 1982.
- 3) 芦田和男・江頭進治・神矢 浩・佐々木浩：斜面における土塊の抵抗則と移動速度，京都大学防災研究所年報，28号B-2, pp 297-307, 1985
- 4) Cundall, P. A and Strack, O D L: A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique 29, No. 1, pp 47-65, 1979
- 5) 川端淳一・迫田浩司・榎永善文・吉川秀夫：粒状体の流動機構について，第29回水理講演会論文集，pp.519-524, 1985
- 6) 垂水祐二・伯野元彦：Quick Sand と液状化に関する粒状体シミュレーション，東京大学地震研究所集報，Vol. 62, pp 535-577, 1987.

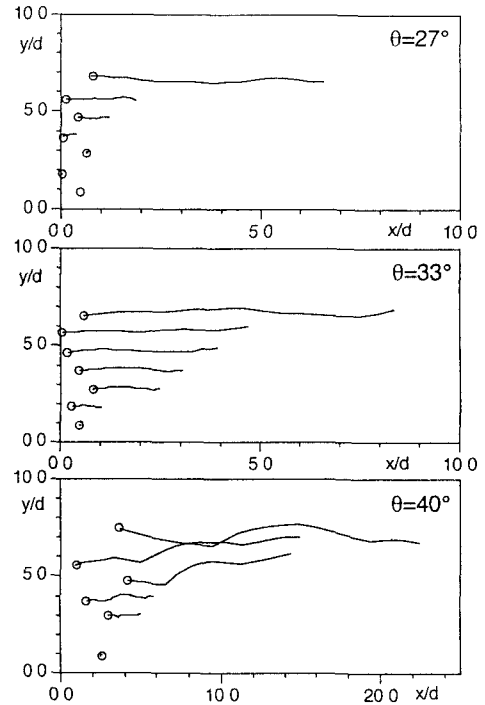


図-7 粒子の移動軌跡