

固定床開水路における砂礫の輸送形態と輸送能力

Sediment Movement Modes and Transport Capacity in Open Channel with Rigid Bed

江頭進治*・吉栖雅人**・伊藤隆郭***

By Shinji EGASHIRA, Masahito YOSHIZUMI and Takahiro ITO

The occurrences of three kinds of sediment transport mode are explained on the basis of constitutive relations for debris flows; shear flow or individual movement of sediment particles on rigid bed, partial plug flow and shear flow on movable bed. Formulas of velocity profile and sediment transport capacity in each mode are derived from momentum equation and the constitutive relations. Such theoretical results are certified with flume data.

keywords: sediment transportation, sediment transport mode, massive movement, plug flow, rigid bed

1. 緒言

近年、養浜や貯水池堆砂対策あるいは濁水軽減対策に関連して、人工水路による土砂輸送の問題の解明が重要になりつつある。従来、この種の問題は、鉱物資源や鉱さいあるいは浚渫などを対象にする分野において管路輸送の問題としてかなり古くから研究されている^{1)~5)}。これらの成果のレビューは野田の報告⁶⁾に詳しい。それによれば、流砂あるいは流れの形態は、堆積層流れ、部分堆積層流れ、摺動層流れ、および浮遊流れのように分類されている。芦田・江頭・中島⁷⁾は、移動床水理学の知見を用いて、管路内土砂輸送の流れの解釈を行うとともに、土砂輸送形態の領域区分図を提案した。一方、固定床開水路流れによる土砂輸送についてもいくつかの研究がある^{8), 9)}。これらは個々の砂粒子が固定床上を各個運搬形式で輸送されるような現象の解明を意図したものである。ところで、芦田らの研究⁷⁾によれば、固定床滑面開水路流れにおいても、管路で見られるような部分堆積層流れや摺動層流れに対応した土砂移動現象が現れることを推論できる。土砂移動形態によって開水路の土砂輸送能力が異なることが容易に予想されるため、人工水路における土砂輸送問題を扱う上では、そのような現象を解明しておく必要がある。そこで、本研究においては、固定床滑面開水路を対象として、土砂輸送形態の種類、それらの発生領域ならびに各形態における土砂輸送能力について理論・実験の両面から検討する。

* 正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科 (〒525-77 滋賀県草津市野路町 1916)

** 学生会員 立命館大学大学院 環境社会工学専攻 (〒525-77 滋賀県草津市野路町 1916)

*** 学生会員 立命館大学 理工学部土木工学科 (〒525-77 滋賀県草津市野路町 1916)

2. 砂礫の輸送形態と移動層厚

2.1 基礎方程式

開水路における土砂移動は、掃流力に応じて変化し、それがある値を超えると集団で移動するようになる。このような土砂の挙動は、現在のところ粒子～流体モデルか、あるいは水と砂礫の混合物の運動として扱う1流体モデルの支配方程式によって記述されている。いま、流れの場を2次元等流とし、これを図-1のように模式化して1流体モデルを適用する。このとき、応力の表現に江頭ら¹⁰⁾のものをを用いると運動量保存則の x および z 成分は次式で与えられる。

$$\int_z^{h_t} \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \} g \sin \theta dz + \int_{h_t}^{h_s} \rho g \sin \theta dz = p_s(z) \tan \phi_s + \tau_f(z) + \tau_g(z) \quad (1)$$

$$\int_z^{h_t} \rho (\sigma/\rho - 1) c g \cos \theta dz = p_s(z) + p_d(z) \quad (2)$$

ここに、 h_t ：固定床から水面までの高さ、 h_s ：砂の全層厚、 σ ：砂礫粒子の密度、 ρ ：水の密度、 c ：掃流砂層での砂礫の体積濃度、 g ：重力加速度、 θ ： x 軸と水平のなす角、 ϕ_s ：砂と砂の摩擦角である。また、 τ_f は間隙水の乱れによる応力、 τ_g は粒子の非弾性衝突による応力、 p_s は粒子の接触による静的な圧力、 p_d は粒子と粒子の衝突による圧力である。式(2)の $p_s(z)$ を式(1)に代入すると次式を得る。

$$\int_z^{h_t} \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \} g \sin \theta dz + \int_{h_t}^{h_s} \rho g \sin \theta dz = \left\{ \int_z^{h_t} \rho (\sigma/\rho - 1) c g \cos \theta dz - p_d(z) \right\} \tan \phi_s + \tau_f(z) + \tau_g(z) \quad (3)$$

τ_f に江頭・芦田らの式¹¹⁾を、 τ_g 、 p_d に宮本の式¹²⁾を適用する。これらの応力は次のようである。

$$\tau_f = k_f \rho \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (4)$$

$$\tau_g = k_g \sigma (1-e^2) c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (5)$$

$$p_d = k_g \sigma e^2 c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (6)$$

ここに、 d は粒径、 e は粒子の反発係数、 k_f および k_g は実験定数で $k_f = 0.16 \sim 0.25$ 、 $k_g = 0.0828$ である。

2.2 輸送形態

式(1)あるいは式(3)の左辺は外力であり、これを τ とし、 τ から式(1),(3)の右辺第1項であるクーロン型降伏応力 $\tau_y (= p_s \tan \phi_s)$ を差し引いた部分が流動応力に相当する。つまり、外力に対する内力は降伏応力と流動応力で構成されている。いま、砂と固定床との摩擦角を $\phi_{sb} (< \phi_s)$ とする。 ϕ_s 、 ϕ_{sb} の2つの摩擦角の違いにより、固定床床($z=0$)において降伏応力 τ_y は不連続になる。これらをそれぞれ $\tau_{y0}(\phi_s)$ (図中白丸)、 $\tau_{y0}(\phi_{sb})$ (図中黒丸)のように表し、 $z=0$ における外力を τ_0 とする。

$z=0$ において、 $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_{y0}(\phi_s) < \tau_0$ のとき、すなわち図-1(a)のような流れにおいては、砂層内全体に流動応力が存在し、shear flow が形成される。したがって、供給された全ての土砂は shear flow で輸送されることになる。 $z=0$ における流動応力については、 $\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb})$ である。

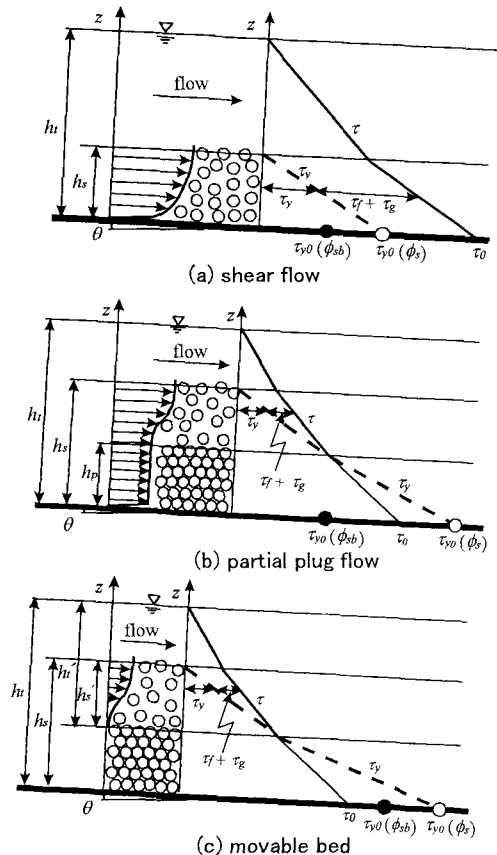


図-1 流れの模式図

なお、従来の掃流砂に関する研究はほとんどの領域についてのものである。

$z=0$ において、 $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_0 < \tau_{y0}(\phi_s)$ のとき、すなわち図-1(b)の場合には次の流れが形成される。 $z=h_p$ において外力と降伏応力がつり合っており、 $z=h_p$ よりも上層においては内部に流動応力が存在するため shear flow が形成される。一方、 $0 < z < h_p$ においては、内部に流動応力は存在しないが、 $z=0$ において、 $\tau_0 > \tau_{y0}(\phi_{sb})$ であるため、 $\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb})$ に相当する流動応力が生じ、固定床上において滑りが生じる。したがって、 $0 < z < h_p$ の領域では、plug flow が形成される。このように、上層では shear flow、下層では plug flow が形成されることになる。以下、この形態を管路輸送に対比して partial plug flow と呼ぶ。

$z=0$ において、 $\tau_0 < \tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_{y0}(\phi_s)$ のとき、すなわち図-1(c)の場合、 $z=h_p$ よりも下層においては、流動応力は存在しないため固定床では滑りは発生せず、砂層表面は通常の移動床の状態となる。

以上要するに、固定床上においては3種類の土砂輸送形態が現れることを推察した。

2.3 砂の移動層厚

図-1(b)の流れにおいて、 $h_p < z < h_s$ の領域に式(3)を適用する。 $\tau_f(z)$ 、 $\tau_s(z)$ はいずれも流動に伴って発生するせん断応力であり、 $p_d(z)$ は流動に伴って発生する圧力である。したがって、 $z=h_p$ すなわち掃流砂層と plug 層の境界においては、 $\tau_f(h_p)=0$ 、 $\tau_s(h_p)=0$ 、 $p_d(h_p)=0$ である。

式(3)において $z=h_p$ と置き、また掃流砂層における粒子濃度 c は、実際には静止体積濃度 c_* から0まで変化するが、ここでは議論を簡単に進めるため、平均値あるいは代表値を採用し、 $c=\text{const.}$ とする。ここで、 h_p について解けば、次式を得る。

$$\frac{h_p}{h_t} = \frac{c\alpha h_s/h_t - \tan\theta}{c\alpha - \tan\theta} \quad (7)$$

ここに、 $\alpha = (\sigma/\rho - 1)(\tan\phi_s - \tan\theta)$ である。

2.4 領域区分図

前述したように、次の2つの条件が満たされたときに partial plug flow が形成される。

1. $\tau_0 < \tau_{y0}(\phi_s)$ 2. $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_0$

なお、条件として 3. $h_p/h_t < 1$ が付加されるのは当然である。条件1は、外力 $\tau(z)$ と降伏応力 $\tau_y(z)$ が、 $0 < z < h_s$ において交点を持つことを意味し、条件2は、 $0 < z < h_p$ において流動応力は発生しないが、堆積層が固定床で滑動するための条件である。

条件1, 2, 3に式(3)を適用してそれぞれ h_s/h_t について解くと、次の条件式を得る。

$$\frac{h_s}{h_t} > \frac{\tan\theta}{c\alpha} \quad (8)$$

$$\frac{h_s}{h_t} < \frac{c\alpha + (c_* - c)\beta - \tan\theta}{c\beta(c_*\alpha - \tan\theta)} \tan\theta \quad (9)$$

ここに、 $\beta = (\sigma/\rho - 1)(\tan\phi_{sb} - \tan\theta)$ である。

図-2は、これらの条件式を使って、固定床上における砂の輸送形態の領域区分を行ったものである。図-2において、領域Aは砂層全体が shear flow で輸送される領域、領域Bは partial plug flow の領域、領域Cは静止堆積層の上部で砂が輸送される領域、すなわち、通常の移動床上でみられる shear flow の領域である。なお、式(10)を等号にしたものは砂粒子が自由表面まで分散して流れる勾配を意味している。 h_t が一定のもとで砂の層厚が増加する向きに現象を見ると、領域A→領域B→領域Cの順で流れの形態は遷移する。特に領域BからCへ遷移するときには、土砂の堆積が急激に起こることが予想される。

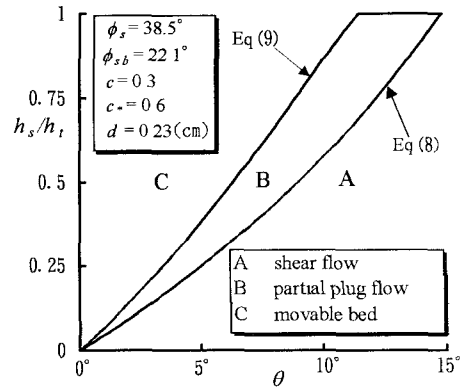


図-2 砂の移動形態の領域区分図

$$\tan\theta < \frac{c_*(\sigma/\rho - 1)}{c_*(\sigma/\rho - 1) + 1} \tan\phi_{sb} \quad (10)$$

3. 流速分布と流砂量

3.1 流速分布

partial plug flow (領域B) の、 $z < h_s$ における流速分布は、 $z = h_p$ で $u = u_p$ 、 $\partial u / \partial z = 0$ の条件のもとで、式(4),(5),(6)を用いて式(3)を積分すると次式のように求められる。

$$(\text{領域B}) : \frac{u}{\sqrt{gh_t}} = \frac{2}{3} \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^{1/2} \left\{ \frac{A_2}{A_3} - \left(\frac{h_s}{h_t} - \frac{z}{h_t} \right) \right\}^{3/2} + \frac{u_p}{\sqrt{gh_t}} \quad (11)$$

ここに、 $A_1 = f_f + f_g - f_d \tan \phi_s$ 、 $f_f = k_f(1-c)^{5/3}/c^{2/3}$ 、 $f_g = k_g(\sigma/\rho)(1-e^2)c^{1/3}$ 、 $f_d = k_g(\sigma/\rho)e^2c^{1/3}$ 、 $A_2 = (1-h_s/h_t)(h_t/d)^2 \sin \theta$ 、 $A_3 = [(\sigma/\rho-1)c \tan \phi_s - \{(\sigma/\rho-1)c + 1\} \tan \theta] \cos \theta (h_t/d)^2$ 、 u_p は plug 層の流速である。固定床滑面においては、 $z = 0$ のごく近傍においては、砂層の滑動に伴い粘性底層が形成されるはずである。そこで粘性底層厚を δ_s とし、摩擦速度を $u_* = \sqrt{(\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb}))}/\rho$ のように定義し、清水流の粘性底層にならって δ_s を $u_* \delta_s / \nu = \delta_*$ と置く。さらに、 $\nu du / dz = u_*^2$ として、 $z = 0$ で $u = 0$ の条件で積分し、 $z = \delta_s$ で $u = u_p$ とすれば若干の変形後、plug 層の流速が次のように得られる。

$$u_p / U_* = \delta_* B^{1/2} \quad (12)$$

ここに、 $U_*^2 = gh_t \sin \theta$ であって、上述の u_* とは異なる。 $B = \left(1 - \frac{\tan \phi_{sb}}{\tan \theta} \right) (\sigma/\rho - 1) \left\{ (c_* - c) \frac{h_p}{h_t} + c \frac{h_s}{h_t} \right\} + 1$ 、 ν は動粘性係数である。

なお、領域Aの流れに対しては、式(3)に式(4),(5),(6)を用いたものを積分し、 $z = \delta_s$ で $u = u_a$ として得ることができ、流速分布は次式で与えられる。

$$(\text{領域A}) : \frac{u}{\sqrt{gh_t}} = \frac{2}{3} \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^{1/2} \left[\left\{ \frac{A_2}{A_3} - \left(\frac{h_s}{h_t} - \frac{z}{h_t} \right) \right\}^{3/2} - \left\{ \frac{A_2}{A_3} - \left(\frac{h_s}{h_t} - \frac{\delta_s}{h_t} \right) \right\}^{3/2} \right] + \frac{u_a}{\sqrt{gh_t}} \quad (13)$$

$$\frac{u_a}{U_*} = \delta_* \left(1 - \frac{c\beta}{\tan \theta} \frac{hs}{ht} \right)^{1/2} \quad (14)$$

また、領域Cの流速分布は式(11)において $u_p = 0$ としたものである。すなわち、

$$(\text{領域C}) : \frac{u}{\sqrt{gh_t'}} = \frac{2}{3} \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^{1/2} \left\{ \frac{A_2}{A_3} - \left(\frac{h_s'}{h_t'} - \frac{z}{h_t'} \right) \right\}^{3/2} \quad (15)$$

ここで、 h_t' は全流動深、 h_s' は砂の全移動層厚であって、領域AおよびBのそれとは区別しなければならない。

3.2 流砂量式

単位幅流砂量は水と砂粒子の速度差が無視できる場合には次式で与えられる。

$$q_b = \int_0^{h_p} u_p c_s dz + \int_{h_p}^{h_t} u c dz \quad (16)$$

ここで h_p については式(7)を、 u については式(11)を、 u_p については式(12)を適用すると、領域Bにおける流砂量式(流砂能力)は次のように求められる。

$$(\text{領域B}) : \Phi = 4/15 T_1 \tau_*^{3/2} + T_2 \tau_*^2 \quad (17)$$

ここに、 $\Phi = q_b / \sqrt{(\sigma/\rho-1)g d^3}$ 、 $T_1 = \frac{c}{A_1^{1/2}} \frac{1}{(c\alpha - \tan \theta)^2} \left(\frac{\sigma/\rho-1}{\cos \theta} \right)^2 \left(1 - \frac{h_s}{h_t} \right)^{5/2}$
 $T_2 = B \frac{\delta_s (gd)^{1/2}}{\nu} \frac{(\sigma/\rho-1)^{3/2}}{\sin \theta} \left\{ c_* - c \frac{c_* \alpha - \tan \theta}{c\alpha - \tan \theta} \left(1 - \frac{h_s}{h_t} \right) \right\}$ 、 $\tau_* = h_t \sin \theta / \{(\sigma/\rho-1)d\}$ である。

式(17)の T_1 、 T_2 には h_s/h_t が含まれており、流砂量は流砂形態に依存することが分かる。

領域Aにおける流砂量(流砂能力)は、同様にして次式で与えられる。

$$(\text{領域A}) : \Phi = \left(\frac{4}{15} P_1 - \frac{2}{3} P_2 \right) \tau_*^{3/2} + P_3 \tau_*^2 \quad (18)$$

$$\text{ここに、} P_1 = c \frac{\sigma/\rho - 1}{\sin^{3/2} \theta} \left(\frac{A_1}{A_3} \right)^2 \left\{ \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{5/2} - \left(\frac{A_2}{A_1} - \frac{A_3}{A_1} \frac{h_s}{h_t} \right)^{5/2} \right\}, \quad P_2 = c \frac{\sigma/\rho - 1}{\sin^{3/2} \theta} \frac{A_1}{A_3} \frac{h_s}{h_t} \left\{ \frac{A_2}{A_1} - \frac{A_3}{A_1} \left(\frac{h_s}{h_t} - \frac{\delta_s}{h_t} \right) \right\}^{3/2}$$

$$P_3 = c \frac{\delta_s (gd)^{1/2}}{\nu} \frac{(\sigma/\rho - 1)^{3/2}}{\sin \theta} \frac{h_s}{h_t} \left(1 - \frac{c\beta}{\tan \theta} \frac{h_s}{h_t} \right) \quad \text{である。}$$

領域Cは急勾配で見られる移動床の流砂に一致し、これは次式のように得られる。

$$(\text{領域C}) : \Phi = \frac{4}{15} \frac{c}{A_1^{1/2}} \frac{(\sigma/\rho - 1)^2}{\cos \theta} \frac{(c\alpha - \tan \theta)^{1/2}}{(c\alpha)^{5/2}} \tau_*^{3/2} \quad (19)$$

なお、上式の τ_* は、 h_t' を用いて $\tau_* = h_t' \sin \theta / \{(\sigma/\rho - 1)d\}$ の様に定義されている。

図-2を参照しながら、式(17), (18), (19)を比較すると次のことが明らかである。流砂量の最大値は h_s/h_t が領域AとBの境界線上にあるときに与えられ、流砂量の最小値は、 h_s/h_t が領域BとCの境界線上にある時に与えられる。すなわち、領域Aの最大層厚に対する流砂量が最大流砂量となり、plug層が厚くなるに従って流砂能力は減少することが分かる。

4. 実験的検討

上述の理論の適用性を検討するために水路実験を行った。実験には幅10cm、長さ5mの矩形断面水路を用いた。固定床には塩化ビニール板とガラス板の2種類を用いた。実験用砂は中央粒径0.23cmのほぼ一様なものである。給砂は上流からホッパーにより行った。また砂の輸送形態の判定および流速分布の測定は高速ビデオカメラにより行った。水路勾配は $3^\circ, 5^\circ, 8^\circ, 10^\circ$ について行った。砂同士の摩擦角は、 $\phi_s = 38.5^\circ$ 、塩化ビニール板と砂の摩擦角は、 $\phi_{sb} = 24.8^\circ$ 、ガラス板と砂の摩擦角は、 $\phi_{sb} = 22.1^\circ$ である。

図-3(a), (b)は、それぞれ固定床として塩化ビニール板およびガラス板を用いた時の輸送形態に関する領域区分図上に、実験値を示したものである。砂礫の運動は水面の擾乱の影響を受けやすいため実験精度上の問題はあるが、輸送形態は領域区分図によってほぼ説明されているのが分かる。ただし、砂礫の輸送形態は粒子濃度 c にも依存するが、これについては今後の課題として残す。

図-4はそれぞれ輸送形態A, B, Cにおける流速分布に関する計算値と実験値を比較したものである。ここで、 $\delta_s = 11.6$ としている。両者はよく一致しているとはいえない面もあるが、両者とも輸送形態によって流速分布が大きく異なることが表現されている。なお、両者が一致しないのは、流速分布の基礎となる式(4)~(6)にも一因がある。これらおよび δ_s については今後の課題である。

図-5は、式(17)の h_s/h_t に各輸送形態の境界の値を用いたときの無次元流砂量に関する2つの限界線と移動床上の流砂量式、ならびに実験値を比較したものである。式(17)および実験値ともに輸送形態が領域AからBへ移る境界において最大流砂量を与えることがわかる。なお、破線は、通常の移動床上の無次元流砂量に対応するものである。

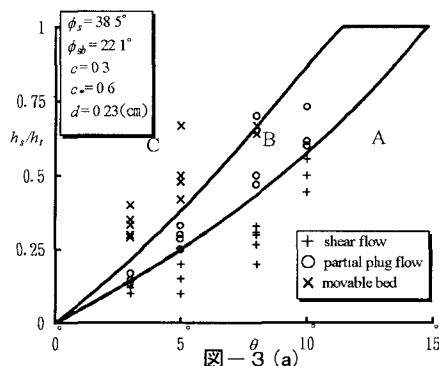


図-3 (a)

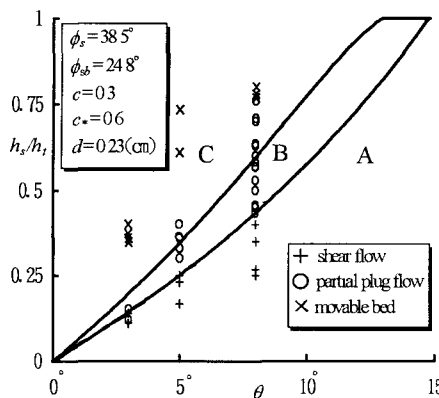


図-3 (b)

図-3 砂の輸送形態の領域区分図

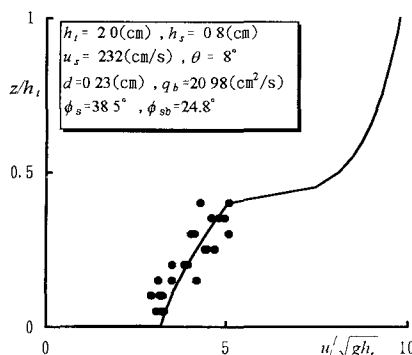


図-4 (a) shear flow

5. 結語

本研究においては、固定床開水路における砂礫の輸送形態と流砂量について検討し、次のような結果が得られた。

- (1) 砂の内部摩擦角よりも砂と固定床との摩擦角が小さい場合には、3種類の土砂輸送形態が現れることを予測し、これを実験によって確かめるとともに、輸送形態の領域区分図を提案した。
- (2) 平衡状態で固定床上を輸送し得る流砂量の最大値は、全層が shear flow で流れる領域 A と partial plug flow の領域 B との境界で発生し、輸送形態が領域 B から領域 C へ移る境界の流砂量は、これよりもかなり小さくなる。これらの流砂量の 2 つの限界線を与えるとともに、輸送形態による流砂量が大きく異なることを実験によって確認した。

3 種類の輸送形態が現れること、および輸送形態によって、流砂能力に大きな差異がでることを示したことは工学上有意義であるが、今後に解明すべき問題も多く残されている。すなわち、流砂量などの量的な問題の精度を上げるためには、本研究で用いている構成則の合理性や粘性底層厚に関する議論が必要である。

参考文献

- 1) Durand, R. Proc. 5th Cong. IAHR (Minneapolis), 1953, pp. 89-103.
- 2) Newitt, O. M., Richardson, J. F., Abbott, M., and Turtle, R. B., Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes, Transactions, Inst. of Chem. Engrs., London, England, Vol. 33, 1955, pp. 93-113.
- 3) 那須浩平・林泰造・堆積砂層を有する管水路内の流砂の抵抗と流砂量について, 第 26 回水理講演会論文集, 1982, pp. 123-131.
- 4) 栗原 崇・鈴木幸一・奈尾賢治: 管路における堆積層および部分堆積層流れの抵抗と掃流砂に関する検討, 水工学論文集, vol. 38, 1994, pp. 647-652.
- 5) 辻本哲郎・蔵重俊夫・北村忠紀・岡田敏治: 堆積層を伴う円管内の掃流砂, 水工学論文集, vol. 38, 1994, pp. 653-658.
- 6) 野田佳六: 土砂の管路輸送, 第 22 回水工学に関する夏期研修会講義集, 1986, A-3-1-A-3-16.
- 7) 芦田・江頭・中島: 水平管路における土砂輸送形態と流砂機構, 京大防災研究所年報 第 31 号 B-2, 1988, pp. 489-505.
- 8) 道上正規: 流砂と河床変動に関する研究, 京都大学学位論文, 1972, pp. 37-40.
- 9) 岡部健士・穴瀬康雄・山下秀基: 滑面固定床上における堆積限界掃流輸送量, 水工学論文集, 1994, pp. 633-640.
- 10) 江頭・芦田・高濱・田野中: エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル, 京大防災研究所年報 33B-2, 1990, pp. 293-306.
- 11) 江頭・芦田・矢島・高濱: 土石流の構成則に関する研究, 京大防災研究所年報 32B-2, 1989, pp. 487-501.
- 12) 宮本邦明: Newton 流体を含む粒子流の変動機構に関する研究, 立命館大学学位論文, 1985, pp. 39-72.

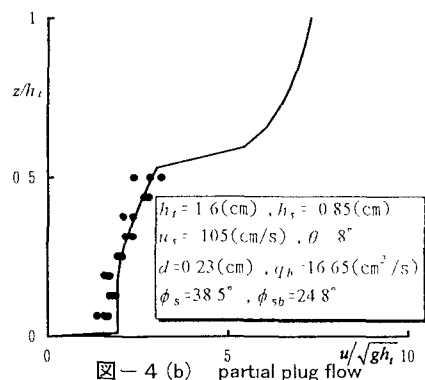


図-4 (b) partial plug flow

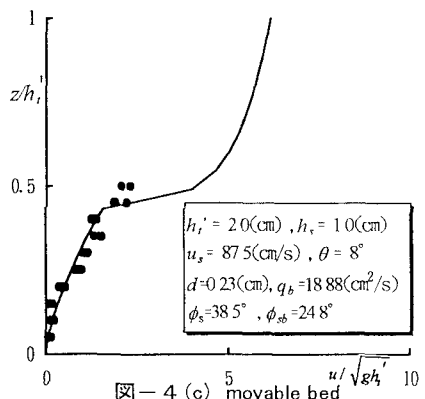


図-4 (c) movable bed

図-4 各輸送形態における流速分布

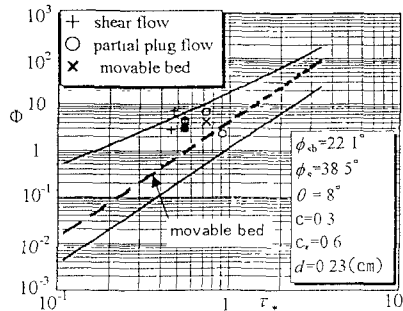


図-5 (a)

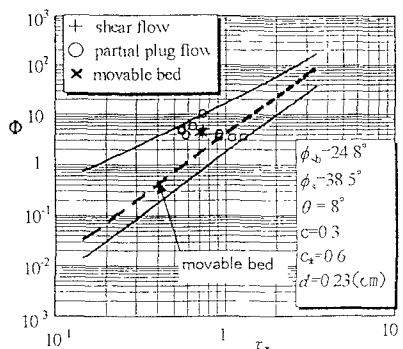


図-5 (b)

図-5 固定床上における土砂輸送能力