

河岸侵食と自由蛇行の数値計算

Numerical Calculation of Bank Erosion and Free Meandering

清水 康行*・平野 道夫**・渡邊 康玄***

by Yasuyuki SHIMIZU, Michio HIRANO and Yasuharu WATANABE

A numerical model is proposed to investigate free meandering of river. Flow field, bed deformation, bank erosion and channel migration are calculated numerically with a general non-orthogonal coordinate system which can be applied to moving boundary conditions. Flow field is calculated from two dimensional momentum equations and continuity equation. Bed deformation is calculated from continuity equation of bed load transport. Bank erosion and deposition is estimated from critical slope of bank material and emergence of bed due to the bed deposition. Time dependent change of channel geometry is calculated with an iteration process of these procedures. Calculated results are favorably compared with experimental results with movable bed and bank, and thus the accuracy of new model is verified.

Keywords: free meandering, bank erosion, numerical model

1. はじめに

河川における河床や河岸の侵食を定量的に把握することは防災上の重要な課題である。河岸が固定された状態(実験水路や護岸等により河岸の侵食が抑制された河川)における河床変動の問題に関してはこれまでに様々な理論的な検討や実験および数値計算モデルの開発が行われておりその機構が明らかにされているとともに数値計算モデルも確立されつつある¹⁾。一方、河岸の侵食およびこれによる河道の蛇行の問題に関しても様々な観点から実験的、理論的に研究が行われており、ある程度現象の把握が可能となっている^{2,3)}。

河床の変化と河岸の侵食は本来別々の現象では無く、相互の変化が流れや流砂を通じて相互に依存するものであり、これをモデル化しようとする場合、特に自然河川のように河岸が拘束されない状態における場合、この両者を同時に扱うモデルが必要である。このような観点から本研究では河床と河岸の両方の変化を同時に扱うことが可能なモデルの開発を行うことを目標とするが、本論文ではその第一歩として、河床および河岸が砂質土から形成される河道におけるモデルの開発を行うものとする。

モデルの基本部分は2次元流れの計算と河床変動計算であるが、この時、対象とする河道平面形状は横断方向に侵食および堆積を生じながら任意の形状に変化することを想定して、境界形状が任意の形に対応可能な一般座標を用いたものとする。河岸の侵食は河岸近傍の河床変動により河岸の横断方向勾配が水中安息角より急になった場合に生ずるものとし、この場合水中安息角を越える分の土砂量を河岸からの土砂供給として、河床変動計算に組み入れるものとする。また、湾曲部の内岸などで計算過程において陸地化する部分は逐次計算領域から除外してゆくものとする。計算モデルの検証は、自由蛇行の模型実験を用いて行う。計算モデルは実験結果における河岸侵食および河床変動、即ち、自由蛇行の時間経過を精度良く再現可能であることが示され、砂質河道の自由蛇行を定量的に解析可能なモデルであることが確かめられた。

2. 計算モデルの骨格

本文で扱う河道は、河道幅自体が侵食堆積を伴って自由に变化する河道である。従って図-1に示すような任意の河道形状に対応可能な一般座標系を用いて計算を行なうこととする。

計算モデルは以下の手順で構成され、与えられた初期条件をもとに微小時間毎に所定の時間までの流れおよび河道形状の時間経過を求めるものとする。また、本モデルで対象とする流れは河幅水深比が比較的大きく、流れを平面2次元で近似可能な条件の河道とし、河床および河岸の構成材料は同一であるとする。

¹* 正会員 工博 北海道大学工学部助教授 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

²** 正会員 北海道開発庁水政課長 (〒100 東京都千代田区霞ヶ関3丁目1-1 中央合同庁舎第4号館)

³*** 正会員 工博 北海道開発局開発土木研究所河川研究室副室長 (〒063 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

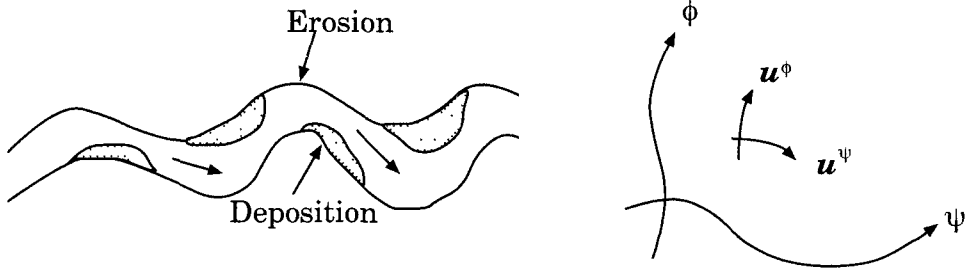


図 - 1 自由蛇行河川の模式図と一般座標の定義

1. 与えられた平面形状における水深平均流れ場の計算
2. 水深平均流の流線に直交する 2 次流の計算
3. 流砂量と河床変動の計算
4. 河岸浸食, 堆積と河道形状の変更
5. 新しい境界に沿った座標系の設定と計算諸量の更新
6. 時間の更新 ($t=t+\Delta t$)

3. 一般座標における流れと河床変動の計算

互いに直交する座標系 (x, y) における 2 次元浅水流の連続式および運動方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial(hu^x)}{\partial x} + \frac{\partial(hu^y)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(u^x)^2}{\partial x} + \frac{\partial(u^xu^y)}{\partial y} = -g\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho h} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon\frac{\partial u^x}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon\frac{\partial u^x}{\partial y}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(u^xu^y)}{\partial x} + \frac{\partial(u^y)^2}{\partial y} = -g\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho h} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon\frac{\partial u^y}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon\frac{\partial u^y}{\partial y}\right) \quad (3)$$

ここで, x および y は直交座標における座標軸, u^x and u^y は流速成分の x および y 方向成分, H は水位, h は水深, g は重力加速度, ρ は水の密度, ε は渦動粘性係数, τ_{bx} および τ_{by} は河床せん断力の x および y 方向成分である。 τ_{bx} , τ_{by} および ε は次式で表される。

$$\tau_{bx} = \rho C_f u^x \sqrt{(u^x)^2 + (u^y)^2}, \quad \tau_{by} = \rho C_f u^y \sqrt{(u^x)^2 + (u^y)^2}, \quad \varepsilon = \frac{\kappa}{6} u_* h \quad (4)$$

ここで, C_f 河床摩擦係数, u_* は摩擦速度 ($= C_f \sqrt{(u^x)^2 + (u^y)^2}$), κ はカルマン定数である。上記の (x, y) 座標における諸式を以下の関係式を用いて図-1 に示すような (ψ, ϕ) 座標に変換する。

$$\frac{\partial}{\partial x} = \psi_x \frac{\partial}{\partial \psi} + \phi_x \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \psi_y \frac{\partial}{\partial \psi} + \phi_y \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (5)$$

$$u^x = \frac{1}{J} (\phi_y u^\psi - \psi_y u^\phi), \quad u^y = \frac{1}{J} (-\phi_x u^\psi + \psi_x u^\phi), \quad u^\psi = u^x \psi_x + u^y \psi_y, \quad u^\phi = u^x \phi_x + u^y \phi_y \quad (6)$$

ここで, $\psi_x = \partial \psi / \partial x$; $\psi_y = \partial \psi / \partial y$; $\phi_x = \partial \phi / \partial x$; $\phi_y = \partial \phi / \partial y$; u^ψ , u^ϕ は ψ , ϕ 方向の流速の反変成分である。これらの, 関係を用いることにより一般座標における流れの基礎式は以下ようになる。

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{hu^\psi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{hu^\phi}{J} \right) = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \psi_x \left\{ \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{1}{J^2} (\phi_y u^\psi - \psi_y u^\phi) u^\psi \right] + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{1}{J^2} (\phi_y u^\psi - \psi_y u^\phi) u^\phi \right] \right\} \\ & + \psi_y \left\{ \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{1}{J^2} (-\phi_x u^\psi + \psi_x u^\phi) u^\psi \right] + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{1}{J^2} (-\phi_x u^\psi + \psi_x u^\phi) u^\phi \right] \right\} \end{aligned}$$

$$= -\frac{g}{J} \left[(\psi_x^2 + \psi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \psi} + (\psi_x \phi_x + \psi_y \phi_y) \frac{\partial H}{\partial \phi} \right] - \frac{\rho C_f}{J^2} u^\psi \sqrt{(\phi_y u^\psi - \psi_y u^\phi)^2 + (-\phi_x u^\psi + \psi_x u^\phi)^2} + D^\psi \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \phi_x \left\{ \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{1}{J^2} (\phi_y u^\psi - \psi_y u^\phi) u^\psi \right] + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{1}{J^2} (\phi_y u^\psi - \psi_y u^\phi) u^\phi \right] \right\} \\ & + \phi_y \left\{ \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{1}{J^2} (-\phi_x u^\psi + \psi_x u^\phi) u^\psi \right] + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{1}{J^2} (-\phi_x u^\psi + \psi_x u^\phi) u^\phi \right] \right\} \end{aligned}$$

$$= -\frac{g}{J} \left[(\psi_x \phi_x + \psi_y \phi_y) \frac{\partial H}{\partial \psi} + (\phi_x^2 + \phi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \phi} \right] - \frac{\rho C_f}{J^2} u^\phi \sqrt{(\phi_y u^\psi - \psi_y u^\phi)^2 + (-\phi_x u^\psi + \psi_x u^\phi)^2} + D^\phi \quad (9)$$

ここで、 J は座標変換のヤコビアン ($= \phi_y \psi_x - \psi_y \phi_x$) である。また、 D^ψ および D^ϕ は ψ - および ϕ - 方向の運動方程式における運動量の拡散項である⁴⁾。

2次元の流砂連続式は次式で表される。

$$\frac{1 - \lambda}{J} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{q^\psi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{q^\phi}{J} \right) = 0 \quad (10)$$

ここで、 η は河床高 ($= H - h$)、 t は時間、 λ は空隙率である。また、 q^ϕ および q^ψ はそれぞれ ψ - および ϕ - 方向の単位幅流砂量の変成分であり、流線方向を s 、流線と直交する方向を n として次式で表される。

$$q^\psi = \frac{\partial \psi}{\partial s} q^s + \frac{\partial \psi}{\partial n} q^n = \left(\psi_x \frac{\partial x}{\partial s} + \psi_y \frac{\partial y}{\partial s} \right) q^s + \left(\psi_x \frac{\partial x}{\partial n} + \psi_y \frac{\partial y}{\partial n} \right) q^n \quad (11)$$

$$q^\phi = \frac{\partial \phi}{\partial s} q^s + \frac{\partial \phi}{\partial n} q^n = \left(\phi_x \frac{\partial x}{\partial s} + \phi_y \frac{\partial y}{\partial s} \right) q^s + \left(\phi_x \frac{\partial x}{\partial n} + \phi_y \frac{\partial y}{\partial n} \right) q^n \quad (12)$$

x および y の s - および n - 方向の偏微分は局所的な流れの方向を考慮して、以下のように表される。

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{u^x}{V}, \quad \frac{\partial x}{\partial n} = -\frac{u^y}{V}, \quad \frac{\partial y}{\partial s} = \frac{u^y}{V}, \quad \frac{\partial y}{\partial n} = \frac{u^x}{V} \quad (13)$$

ここで、 $V = \sqrt{(u^x)^2 + (u^y)^2}$ である。以上の関係式を利用して、 q^ψ および q^ϕ は以下ようになる。

$$q^\psi = \left(\psi_x \frac{u^x}{V} + \psi_y \frac{u^y}{V} \right) q^s + \left(-\psi_x \frac{u^y}{V} + \psi_y \frac{u^x}{V} \right) q^n = \frac{1}{V} (u^\psi q^s - J u_\phi q^n) \quad (14)$$

$$q^\phi = \left(\phi_x \frac{u^x}{V} + \phi_y \frac{u^y}{V} \right) q^s + \left(-\phi_x \frac{u^y}{V} + \phi_y \frac{u^x}{V} \right) q^n = \frac{1}{V} (u^\phi q^s - J u_\psi q^n) \quad (15)$$

ここで、 u_ψ および u_ϕ は ψ - および ϕ - 方向の水深平均流速の共変成分であり次式で表される。

$$u_\psi = \frac{1}{J} (\phi_y u^x - \phi_x u^y), \quad u_\phi = \frac{1}{J} (-\psi_y u^x + \psi_x u^y) \quad (16)$$

q^s は一般の掃流砂量式を用いるが、ここでは、次式の Meyer-Peter-Müller の式を用いる。

$$q^s = 8 \sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho - 1} \right) g d^3 (\tau_* - \tau_{*c})^{3/2}} \quad (17)$$

ここで、 ρ_s は砂粒子の密度、 d は河床材料の粒径、 τ_* は無次元掃流力 ($= u_*^2 / [(\rho_s / \rho - 1) g d]$)、 τ_{*c} は無次元限界掃流力であり岩垣の式で求める。

s - 軸は前述のように水深平均流速による流線方向である。従って、これと直交する n - 軸方向の水深平均流速はゼロであり、水深平均流による n - 軸方向の流砂量もゼロとなる。しかしながら、一般に流線は河道形状に沿って曲げられており流線が曲がることにより2次流(らせん流)が生ずる。この2次流は本論文で扱う河床変動および河岸の浸食にとって非常に重要であり、この影響を考慮する必要がある。ここでは長谷川⁵⁾による次式を用いてこの2次流の影響を考慮した流線に直交する方向の流砂量 q^n を算出する。

$$q^n = q^s \left(\frac{h}{r} N_* - \sqrt{\frac{\tau_*}{\mu_s \mu_k}} \frac{\partial \eta}{\partial n} \right) \quad (18)$$

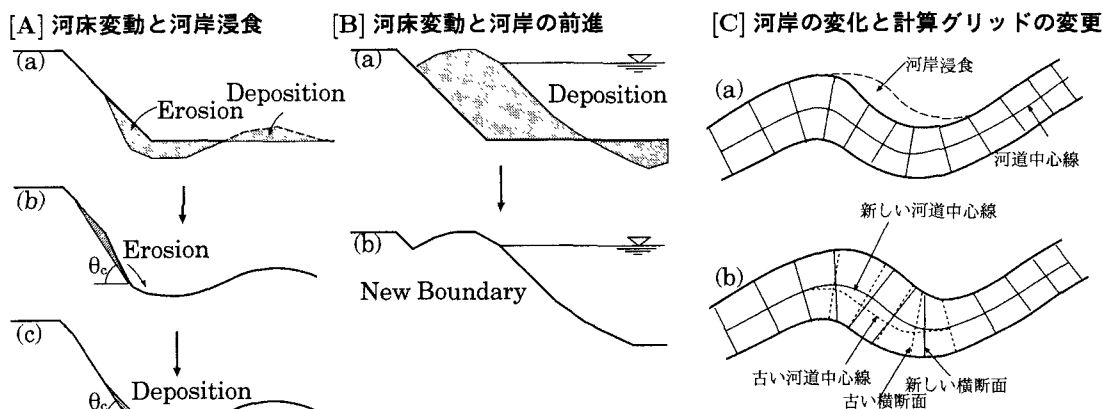


図-2 河床変動と平面形状の変更

ここで、 r は流線の曲がりの曲率半径、 N_* は2次流の強さを表す係数、 μ_s は砂粒の静止摩擦係数、 μ_k は砂粒の動摩擦係数である。以下の解析では N_* は Engelund⁶⁾ による定数 (=7.0) を、 μ_s および μ_k は砂の物性を考慮して $\mu_s = 1.0$ 、 $\mu_k = 0.45$ 用いることとする。

r および $\partial\eta/\partial n$ は (ψ, ϕ) 座標系において以下のように表される。

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{V^3} \left[u^\psi \left(\frac{\partial u^y}{\partial \psi} u^x - \frac{\partial u^x}{\partial \psi} u^y \right) + u^\phi \left(\frac{\partial u^y}{\partial \phi} u^x - \frac{\partial u^x}{\partial \phi} u^y \right) \right], \quad \frac{\partial \eta}{\partial n} = \frac{J}{V} \left(u_\psi \frac{\partial \eta}{\partial \phi} - u_\phi \frac{\partial \eta}{\partial \psi} \right) \quad (19)$$

4. 河道変化の計算

与えられた初期平面形状に対して河道に沿って ψ 軸を取り、これと交差する方向に ϕ 軸を取る。 (ψ, ϕ) 平面内を適当に分割して、計算の初期メッシュとする。この計算メッシュ内で前章の諸式を用いて流れおよび河床変動の計算を差分法で行う。この過程で河岸における河床変動に着目し、以下の手順で、平面形状の変化を計算する。

図-2[A] に示すように、河岸において河床の低下が計算され、この結果河岸法面の横断勾配が水中安息角 (θ_c) より急になった場合、長谷川⁷⁾ と同様に水中安息角を越える部分の土砂が瞬間的に水中安息角まで浸食し、この土砂量に等しい量が法尻に堆積するものとする。この時、法面の浸食が法肩まで達した場合には、河道横断線の方に計算領域を拡大することとする。また、図-2[B] に示すように、河岸近傍において河床面が陸地化した場合、計算領域をこの新しい水際線まで前進させることとする。この結果、例えば河岸の浸食により図-2[C](a) に示すように計算領域が拡大された場合、図-2[C](b) に示すように、①新しい河岸線の中心を通る新しい河道中心線を設定し、②この新しい河道中心線に沿って、これに直交するような新しい横断面を ψ 方向に均等の間隔で配置し、③各横断面を ϕ 方向のメッシュ分割数に分割する。この結果、新しい計算メッシュが形成され、すべての計算諸量は古い計算メッシュから新しい計算メッシュへと変換される。このとき、新旧メッシュ間での計算諸量の変換はすべて幾何学的な位置に基づいた線形変換を行なうこととする。以上の計算を微小時間 (Δt) 毎に行ない、所定の計算時間に達するまで計算を継続する。

5. 実験結果との比較

実験は⁸⁾、長さ 25m、幅 3m の可傾斜台に約 17cm の厚さで珪砂 5 号 (平均粒径 0.494mm、比重 2.646) を敷きならし、初期河道形状として平面形は蛇行波長 472cm、蛇行角度 28.7° の Sine-generated Curve、断面形状は台形の通水溝を切り、一定流量を通水することにより行なわれた。実験の途中で適宜通水を停止し、排水後に断面形および平面形状の測定が行なわれた。実験条件は鳥谷部ら⁹⁾ による一連の固定側壁の移動床蛇行水路実験結果において無次元河幅 (水路幅 / 平均水深) がそれぞれ砂州および非砂州の条件に相当する初期条件で 2 ケース行なうこととした。なお、実際には通水直後からすぐに河岸浸食が生じるため、実験流量、勾配および初期断面形状は予備実験の後に、上記の条件を満たすような条件を試行的に定めた。実験の初期条件を表-1 に示す。

表-1 実験条件

	Run-1	Run-2
流量 (ℓ/s)	4.0	1.5
勾配	1/243	1/161
河幅 (cm)	28.3	20.2

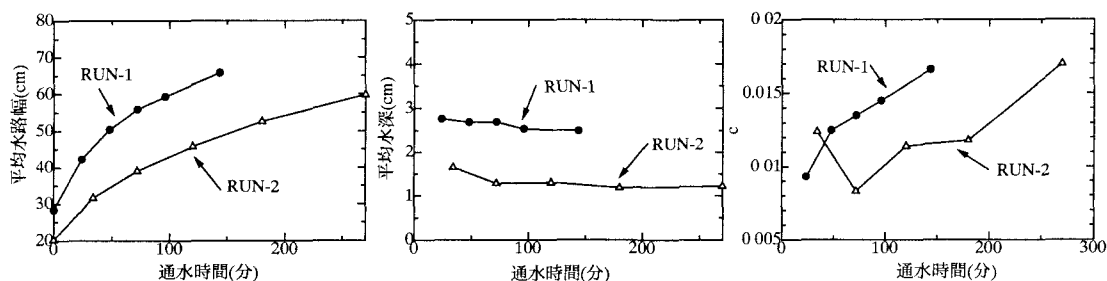


図-3 平均水路幅、平均水深および摩擦係数 C の時間変化

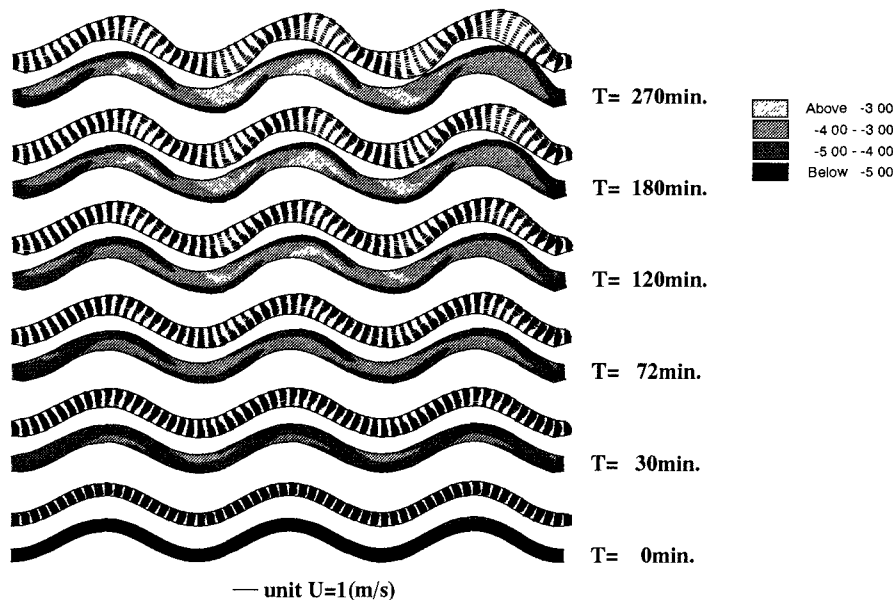


図-4 河床コンターおよび水深平均流速ベクトル計算結果

両実験ともに実験開始直後から河道は蛇行の外岸部下流を中心に河岸浸食を伴いながら河幅の拡大および蛇行が進行した。両実験における平均河幅(水面幅)および平均水深の時間経過を図-3(a), (b)に示す。一定流量の実験にも関わらず、河幅が実験開始時点の3倍以上に達しているのに対して、水深の減少はごく僅かである。これは、図-3(c)に示すように、河幅の拡大とともに摩擦係数が増加しているためであり、実際に実験水路の河床には ripple が増加する傾向が見られた。この結果、どちらの実験も最終的には抵抗の増加に伴って Run-1 では約 150 分、Run-2 では約 270 分で氾濫してしまい、実験はこの時点で打ち切られている。

計算は実験と同じ条件で行なわれた。計算結果のうち、Run-2 の条件で行なわれたものから、河床コンターおよび水深平均流速ベクトルの時間変化を図-4に、河道形状の時間変化の実験と計算の比較を図-5に、また、初期河道形状で変曲点に相当する断面の形状を時間毎に実験と計算結果を比較したものを図-6に示す。ここで、図-4の平面形状および図-5の河床コンター図の範囲はいずれも水面幅の範囲を図示したものである。また、図-5の河床コンター図の数値および図-6の縦軸は実験初期断面の法肩を基準として cm 単位で河床高を表わしたものである。

実験結果によると、河岸侵食は変曲点近傍の外岸部を中心に蛇行形状が下流へ進行するような形で進んでいる。また、河床の横断形状は全体的に平坦であり、同じ水理条件で行われた固定壁実験⁷⁾では外岸部で水深の2倍程度の深掘れが見られたのに対して、本実験では最大でも水深規模の深掘れとなっている。また、実験の後半では河幅の拡大とともに流れが左右に分流し、中州が形成される傾向も見らる。計算結果はこれ

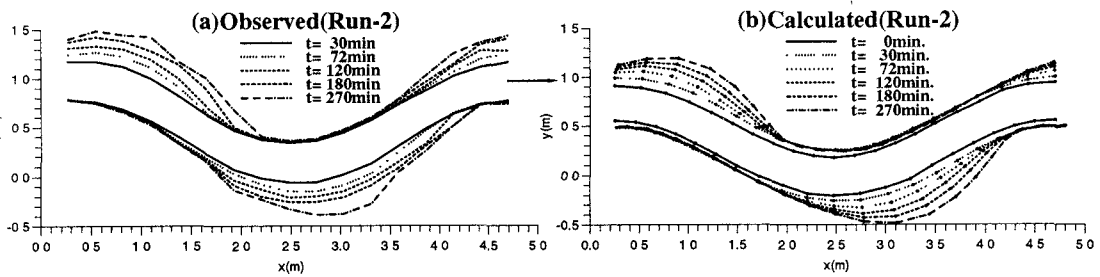


図-5 河道平面形状時間変化の実験結果と計算結果の比較

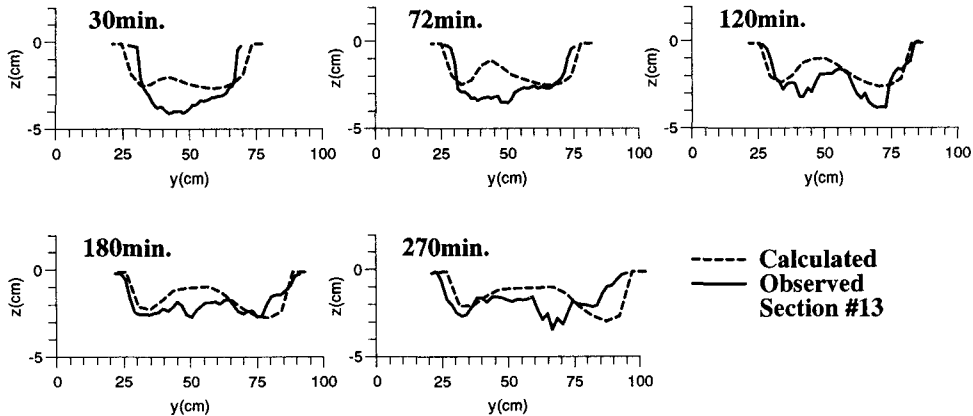


図-6 横断形状時間変化の実験結果と計算結果の比較

ら実験の傾向を良く再現しており、数値計算モデルはほぼ妥当なものと考えられる。

6. おわりに

本研究では河床と河岸の両方の変化を同時に扱うことが可能な数値計算モデルの開発の第一歩として、河床および河岸が砂質土の場合のモデル構築を行った。計算に用いた座標系は、河道平面形状が横方向に侵食および堆積を生じながら任意の形状に変化することを想定し、境界が任意の形に対応可能な一般座標とした。河岸の侵食は河岸近傍の河床変動により河岸の横断方向勾配が水中安息角より急になった場合に生ずるものとし、この場合水中安息角を越える分の土砂量を河岸からの土砂供給として、河床変動計算に組み入れた。また、湾曲部の内岸などで計算過程において陸地化する部分は逐次計算領域から除外してゆくものとした。計算モデルの検証は、自由蛇行の模型実験を用いて行った。この結果、計算モデルは実験結果における、河岸侵食を伴った自由蛇行の時間経過を精度良く再現可能であることが示され、砂質河道の自由蛇行を定量的に解析可能なモデルであることが確かめられた。

なお、本研究の実施は(財)北海道河川防災研究センターの援助を受けて行なわれたことを付記する。

参考文献

- 1) 清水康行・渡邊康玄・鳥谷部寿人: 直線および蛇行河川の安定河床形状に関する研究, 土木学会論文集, No.509/II-30, 1995.
- 2) 長谷川和義, 伊藤仁: 蛇行流路の経年変動に関する電算機シミュレーション, 土木学会北海道支部論文報告集, 第34号, 1978.
- 3) G. Parker: Theory of Meander Bend Deformation, River Meandering, Rroc. of Conf. Rivers'83, ASCE, 1983.
- 4) Y. Shimizu and T. Itakura: Calculation of Flow and Bed Deformation with a General Non-orthogonal Coordinate System, Proc. of XXIV IAAR Cong., Madrid, 1991.
- 5) 長谷川和義: 沖積蛇行の平面形および河床形状と流れに関する水理学的研究, 北海道大学博士論文, 1983.
- 6) Engelund, F.: Flow and Bed Topography in Channel Bends, Jour. of Hydraul. Div., ASCE, 100(HY11), 1974.
- 7) 長谷川和義: 非平衡性を考慮した側岸侵食量式に関する研究, 土木学会論文集, 第316号, 1981.
- 8) 高沢寛, 清水康行, 長谷川和義, 鳥谷部寿人: 蛇行河川の流路変動に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, 51号, 1995.
- 9) 鳥谷部寿人, 渡辺康玄, 清水康行, 長谷川和義, 中村健作: 共振深掘れの発生条件に関する移動床蛇行水路実験, 土木学会北海道支部論文報告集, 49号, 1993.