

## 降雨による裸地斜面の粗粒化と粒径別土砂流出量

Armor Coat Formation and Fractional Sediment Discharge  
of Sand Mixtures caused by Rainfall on Bare Slope

村上正吾\*・中川博次\*\*・S. Makhanu\*\*\*・奥田晃久\*\*\*\*

By Shogo MURAKAMI, Hiroji NAKAGAWA,  
Sibilike MAKHANU and Akihisa OKUDA

The sediment transport process on the slope caused by rainfall impact and overland flow is the fundamental phenomenon, and many sediment discharge equations were proposed. Though most of them are proposed for the uniform sand, they are usually used for the estimation of the total sediment discharge of sand mixtures which is one of characteristics of the natural slopes. In this study, we experimentally dealt with the armor coat and the fractional sediment discharge on the slope caused by rainfall impact. Next, in order to simulate the non-equilibrium process of sediment transport we have applied the stochastic model which includes the effect of the sediment pick-up rate by rainfall impact. Since the simulated results have explained the experimental results, the validity of the proposed model has been clarified.

**Keywords:** sand mixtures, armor coat on slope, rainfall impact, stochastic model

### 1. はじめに

降雨とそれに伴う表面流による斜面上の土砂移動は山地斜面での土砂生産量の推定、あるいは農地からの沃土流亡といった現象の素過程であり、その侵食量の推定精度の向上のためには、その力学的な検討が必須である。しかしながら、現象に関わる因子が多いため、より普遍性を有し、種々の境界条件に適用可能な土砂モデルの検討が、工学、農学の分野において現在も進められている。しかしながら、得られた土砂流出量式は一様砂を仮定したものが多く、混合砂を用いて行われた実験に基づく土砂流出量式においても、混合効果は特に考慮されず、平均あるいは中央粒径を用いて総土砂量を推定するにとどまることが多い。降雨による裸地急斜面の粗粒化現象まで論じた研究は土屋<sup>1)</sup>に始まり、支配降雨強度の推定とこれによって形成される粒度分布予測モデルを提案、実際の斜面に適用し、その妥当性を検証した。金屋敷<sup>2)</sup>は山地斜面の粗粒化現象を報告している。しかしながら、解析的な研究は土屋以後ほとんど進んでいないようである。本研究では、ある雨量強度に対して出現する粗粒化状況が、その後の土砂流出量に及ぼす影響が大きいとの観点から、降雨による雨滴と表面流による粗粒化現象に関して、まず、人工降雨装置を用いた室内基礎実験を行った。

---

\* 正会員 工博 京都大学助手 大学院工学研究科環境地球工学専攻  
(〒606-01 京都市左京区吉田本町)

\*\* 正会員 工博 立命館大学教授 理工学部環境システム工学科  
(〒525 滋賀県草津市野路町1916)

\*\*\* 学生員 工修 京都大学大学院環境地球工学専攻博士課程

\*\*\*\* 学生員 京都大学大学院環境地球工学専攻修士課程

次に土砂輸送現象に共通の素過程を的確に表現したpick-up rateとstep lengthにより構成される確率モデルを、雨滴を伴う流れによる混合砂の輸送状況に適用し、粗粒化現象と粒径別流砂量についての検討を進めた。

## 2. 実験方法

実験は人工降雨装置（長さ3m，幅2.5m）を用いて行った。降雨装置は16個の箱より成り，それぞれの箱には水滴の落下する2mmの穴が40mm間隔で180個あけられており，この箱にパーソナルコンピュータで流量を調整して降雨強度を変えた。またメッシュ径1.5mmの金網を2枚挿入することで水滴を細かくし，雨を均一に降らせ，直径5.8cmの缶を30箇所に設置し降雨強度の検定，散水量の均一性の検証を行った。実験の降雨強度は70，255，390(mm/hr)であったが，室内実験における高さの制約より水滴の落下速度は平衡速度に達しておらず，実際の降雨の落下運動エネルギーに相当しない。従って，本実験の意味を明らかにするためには，本実験と自然降雨による雨滴の運動エネルギーの評価と比較が必要となる。降雨強度*r*(mm/hr)の雨によって単位時間・単位面積当たりを持ち込まれる雨滴の落下運動エネルギー*E*は次式で表される。

$$E = \frac{r}{36000} \cdot \frac{\int_0^\infty \frac{1}{2} \rho A_3 D^3 w_f^2 f_D(D) dD}{\int_0^\infty A_3 D^3 f_D(D) dD} \tag{1}$$

ここに，*A*<sub>3</sub>：雨滴の3次元の形状係数，*D*：雨滴径，*f*<sub>*D*</sub>(*D*)：雨滴径*D*の従う確率密度関数，*w*<sub>*f*</sub>：雨滴の落下速度であり，*E*の評価に当たっては*D*の確率特性とその落下速度が必須となる。多くの野外観測結果（例えば Horton<sup>5)</sup>，Laws<sup>6)</sup>，Marshall<sup>4)</sup>）より，雨滴径*D*の分布は確率密度関数が *f*<sub>*D*</sub>(*η*)=*k*(*kη*)<sup>*k*-1</sup>/Γ(*k*)exp(-*kη*) で表現されるgamma分布で十分近似され，その分布の形状係数*k*としては*k*=1～4が適当であることが知られている。ここに，*η*：平均雨滴径*D*<sub>m</sub>で規格化された雨滴径(≡*D*/*D*<sub>m</sub>)，Γ(・)：gamma 関数である。

一方，自然降雨の平均雨滴径*D*<sub>m</sub>(cm)と降雨強度*r*(mm/hr)との関係については，幾つかの経験式が提案されているが本節では，*r* ≤ 100(mm/hr)ではMarshallらの経験式 (*D*<sub>m</sub>=4.41・*r*<sup>0.21</sup>)を用い，*r* ≥ 100(mm/hr)では Wischmeier<sup>7)</sup>，Hudson<sup>8)</sup>らの観測結果にもとづいて一定値(*D*<sub>m</sub>=0.256cm)と見なすことにする。

自然降雨の雨滴の最終速度 *w*<sub>*f*</sub> (m/sec) については，*w*<sub>*f*</sub>=9.32[1-exp{-(*D*<sub>m</sub>0.177)<sup>1.147</sup>}] で表示されるBest<sup>9)</sup>の式が運動方程式から求められる最終速度と良く一致していることが知られている。これらの関係を用いて，自然降雨の強度*r*とその単位時間・面積当たりの運動エネルギー*E*との関係を計算した結果を図-1に示す。図には今回の人工降雨の推定値も併示しており，自然降雨の推定値と比較すると約25，90，140(mm/hr)に相当する運動エネルギー，雨滴衝撃を持つ人工降雨であったことがわかる。なお，今回の人工降雨の分布特性は，降雨強度に関わらず平均雨滴径は*D*<sub>m</sub>=0.2(cm)，形状係数は*k*=4であった。また，雨滴の速度は降雨装置側方よりの水滴のストロボ写真から任意の位置の平均速度を求め，これと水滴の落下の運動方程式を連立させて推定した<sup>3)</sup>。

混合砂の移動床実験は人工降雨装置の下に長さ1.8(m)，幅30(cm)，深さ30(cm)の木製の可変勾配水路を設置して行った。実験には，中央粒径*d*<sub>50</sub>が0.05(cm)で，幾何標準偏差*σ*<sub>g</sub>が1.5，2.0の対数正規分布型粒度分布に従う混合砂を用いた。実験条件を表-1に示す。斜面勾配はtanθ=0.05（θ=2.78°）で一定とした。なお，実験はリルの発生が認められない面状侵食が卓越した状況で行い，リルの発生とともに送水を停止した。

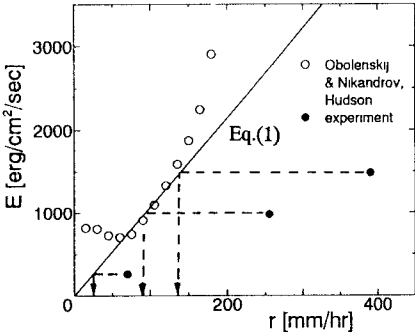


図-1 降雨強度と雨滴の落下運動エネルギー

表-1 実験条件表

| Run | tanθ | σ <sub>g</sub> | r(mm/hr) |
|-----|------|----------------|----------|
| 1   | 0.05 | 1.5            | 70       |
| 2   |      |                | 255      |
| 3   | 0.05 | 2.0            | 70       |
| 4   |      |                | 255      |

### 3. 降雨による混合砂の移動現象に関する実験結果

#### 3.1 移動床表層に関する実験結果

河川における粗粒化現象においても振動による粗砂によって形成される空隙への細砂の落ち込み、機械的分級作用（篩い分け, parcolation)の果たす役割が議論されている。実験時の観察によると、明確な表面流が形成されるまでの雨滴衝撃によって、砂面の初期表面個数分布は大きく変化し、前述した機械的な篩い分けによって粗粒子が表面に露出し、表面流の生起とともに先ず粗砂の輸送が行われ、これらの輸送後、細砂分の輸送もかなり認められた。写真1(a)~(c)はRun-3における降雨による砂面の表面状況の変化を示したものである。写真-1(a)は降雨前の初期砂面の、(b)は降雨直後の砂面の、(c)はリル形成が顕著になる前に通水を停止した直後（降雨開始後15分）の砂面の表面の写真である。図-2は写真に対応した表面砂粒の個数分布を示し、写真と図-2より、降雨開始直後の雨滴衝撃による機械的分級作用が確認される。また、降雨開始直後の表面状態と表面流による砂粒の輸送後の表面露出個数に変化が認められないのも特徴である。

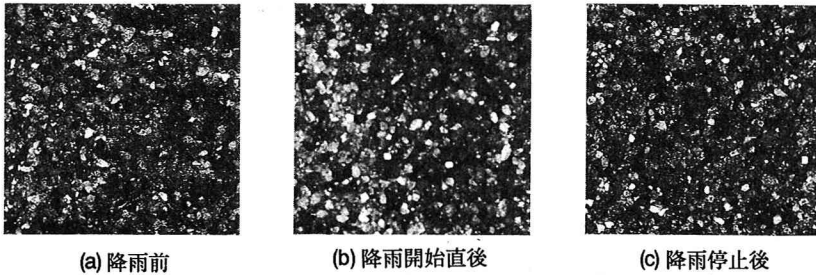


写真-1 降雨による表層の変化

図-3は、降雨直後の雨滴衝撃による粗粒化した表層の第1層を取り除いた第2層の個数分布を示したものである。図中には第1層から篩い分けられ、落ち込んだ細粒分が第2層の砂粒と混ぜ合わされたものとして計算された個数分布も併示しており、これより降雨直後は表層の細粒分は第2層にほぼどまっているものと推測される。図-4に降雨停止後の表面砂粒の個数分布の流下方向変化例を示した。表面流の掃流力が小さい上流ほど粗粒化の進行程度はやや大きく、また降雨直後の分布からの変化も小さいことが認められる。

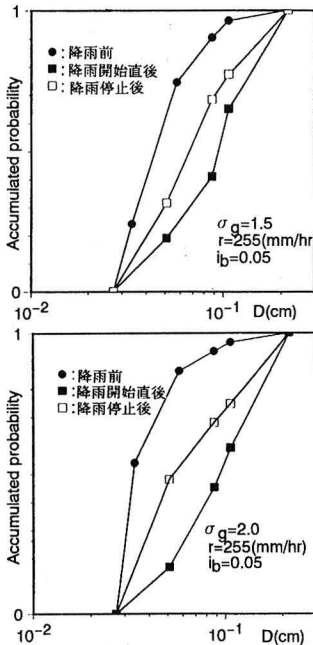


図-2 表面個数分布

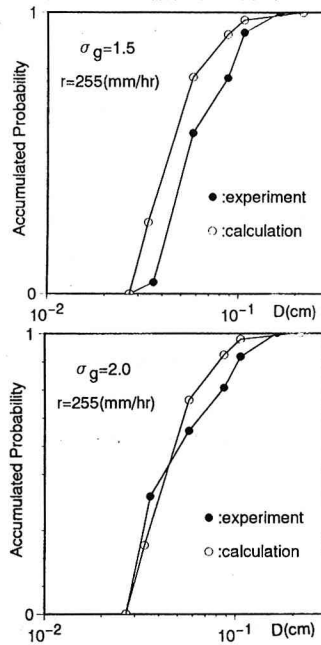


図-3 第2層の砂粒個数分布

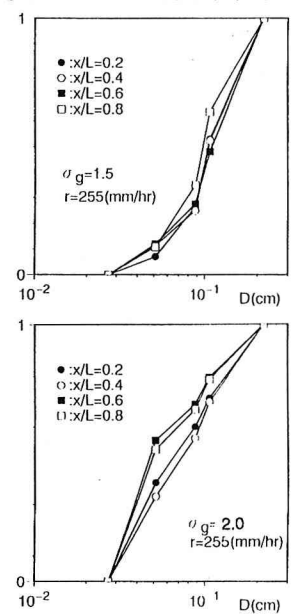


図-4 停止後の個数分布の流下方向変化

以上のことより、降雨開始直後の雨滴衝撃による表層、特に第1層、2層の粒度分布が初期状態からどのように変化をしたかを推定することは、その後の雨滴衝撃を伴う表面流による粗粒化の初期条件を与える点からも重要なことと考えられる。

### 3.2 下流端からの流出土砂に関する実験結果

図-5は下流端での流出砂の平均粒径の時間変化 $d_m(t)$ を示したもので、初期砂面の平均粒径 $d_{m0}$ で無次元化されている。降雨開始直後に粗粒化した表層から粗粒分が輸送されるため、直後に $d_m(t)/d_{m0}$ は急に大きくなるが細粒分の輸送とともに減速傾向を示す。

図-6は重量粒度分布の時間変化を示したもので、図-5と同様に初期には粗粒分が多く含まれ、その後、細粒分が増加し、元の混合砂の粒度分布に漸近する傾向にあることを示している。

図-7は粒径別流砂量を示しており、粗粒分は細砂分は減少を示した後、増加する傾向にあるようである。

図-8は全流砂量の時間変化を示したものである。時間の経過に対して変化が小さいのが特徴で、粗粒化にともなう流出流砂量の減少は本実験の通水時間内では認められなかった。しかしながら、リル発生後も降雨を継続した予備実験では、流砂量は面状侵食の場合と異なり、かなり増加することが確認された。

以上の様な傾向は、特に降雨流の場合、雨滴衝撃による砂粒のpick-upがどの粒径に対しても等しく作用することに起因しているものと推測される。すなわち降雨初期に形成された粗粒化した層が流送された後、初期粒度よりやや細粒化した第2層の粒度分布が出てきた時点では表面流の形成もあり、雨滴衝撃によって等しくpick-upされるため、流砂量の構成が初期のものに漸近するものと推測される。

## 4. 非平衡流砂モデルの適用

3. の実験より砂面は降雨初期の衝撃により粗粒化し、面状侵食の進行中では、表面の粒度構成は空間的には大きく変化しない傾向にあることが推測された。流下方向に底面せん断応力が変化する降雨流では非平衡な流砂状況が出現し易いと思われるのに、粒度構成が変化しないのは表面流の作用が粒径別に選択的に作用するのに対し、雨滴衝撃の作用が砂面に均等に作用するためと推測される。こうした点の検討のため、非平衡な流砂移動の表現に適した中川・辻本<sup>10)</sup>の非平衡流砂モデルの適用を試みる。河床表層（いわゆる交換層）に占める粒径 $d_i$ の砂粒の体積含有率を $p_i$ 、そのクラスのpick-up rateを $p_{si}$ 、そのstep lengthの確率密度関数を $f_{X_i}(\xi)$ とすると、粒径別の非平衡流砂量 $q_{Bi}$ 、粒径別deposit rate  $p_{di}$ は次のように書ける。

$$q_{Bi}(x) = \frac{A_2 d_i}{A_2} \int_0^x p_i(x-x') \cdot p_{si}(x-x') \int_{x-x'}^{\infty} f_{X_i}(\xi) d\xi dx' \quad (2)$$

$$p_{di}(x) = \int_0^x p_i(x-x') \cdot p_{si}(x-x') f_{X_i}(x-x') dx' \quad (3)$$

ここで、 $A_2$ 、 $A_3$ ：砂粒の2、3次元の形状係数（球を仮定すると $\pi/4$ 、 $\pi/6$ ）である。

路床静止砂粒は雨滴衝撃と表面流の作用によって離脱するが、確率モデルにおいては離脱事象はpick-up

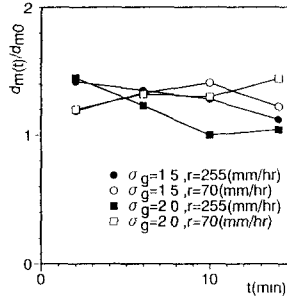


図-5 流出砂量の平均粒径の時間変化

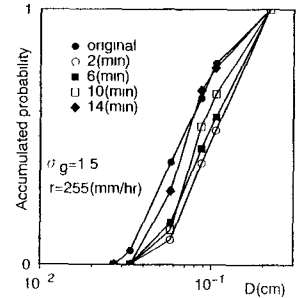


図-6 流出砂量の重量粒度分布の時間変化

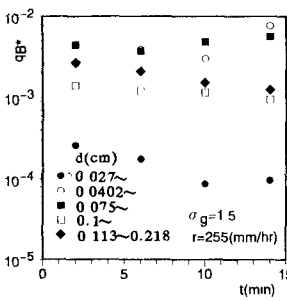


図-7 粒径別流砂量の時間変化

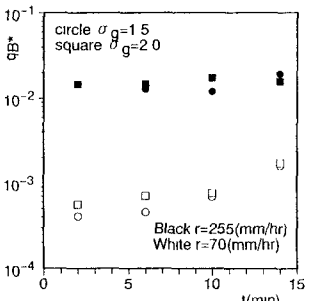


図-8 全流出砂量の時間変化

rate で特徴づけられる。本研究では、雨滴衝撃による pick-up rate  $p_u$  と表面流による pick-up rate  $p_s$  とは独立であると仮定し、全離脱量  $p_r$  を両者の和として  $p_r = p_u + p_s$  で与える。一旦離脱した砂粒は離脱型式に関わらず、表面流によって輸送され、その特性は step length の分布特性に支配されるものと考え、式(4)の枠組みは、雨滴のある場合の混合砂の輸送を表現する。

流砂過程が粒径別に非平衡状況を呈するとき、砂面表層部の交換層では粒度分布の変化が生じる。特に雨滴の衝撃を考えるとこうした影響は表面のみにとどまらず、内部にも影響する可能性があり、交換層の考えが必要となる。平野<sup>11)</sup>はこうした状況に対して粒径別の連続式を誘導している。本研究では流砂の確率モデルを適用しており、粒径別 pick-up rate  $p_u$  と粒径別 deposit rate  $p_{di}$  を用いると、粒径別の連続式は砂面の低下、上昇に応じて次のように書ける。

砂面低下：

$$\theta_z \frac{\partial \rho_i}{\partial t} = A_1 d_i p_i (p_{di} - p_{si}) - A_1 p_{i0} \sum_{i=1}^N d_i (p_{di} - p_{si}) \quad (4)$$

砂面上昇：

$$\theta_z \frac{\partial \rho_i}{\partial t} = A_1 d_i p_i (p_{di} - p_{si}) - A_1 p_i \sum_{i=1}^N d_i (p_{di} - p_{si}) \quad (5)$$

ここで、 $\theta_z$ ：交換層厚、 $A_1$ ：砂粒の1次元の形状係数(=1)、 $p_{i0}$ ：砂の初期粒度分布である。

上式にもとづいて、混合砂の輸送を考えると、pick-up rate と step length の特性を知る必要がある。

降雨流の場合、雨滴衝撃による土砂の離脱・剥離量が水深が浅い場合に有意となり、その離脱量の推定が必要となる。深田・藤原・日下<sup>12,13)</sup>が展開した水滴衝撃にともなう砂粒の離脱の力学モデルにもとづいて、著者らは、一樣砂に対して、次式で表される pick-up rate  $p_u$  を誘導し、その実験的検証を行った<sup>3)</sup>。

$$p_{u*} = p_u \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho-1)g}} = \frac{1}{3600} \cdot \frac{r}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}} \left(1 - \frac{h_*}{k_1 h_{*c}}\right)^s \quad (6)$$

ここで、 $\sigma$ 、 $\rho$ ：砂、水の密度、 $h$ ：水深、 $h_* \equiv h/H_{\max}$ 、 $H_{\max}$ ：水滴の水面に衝突時に形成される空気泡の直径(=  $(2E_0/\pi\rho g)^{1/4}$ )<sup>12)</sup>、 $E_0$ ：水滴の落下運動エネルギー、 $k_1$ ：雨滴径が分布する効果を示す定数(=1.2)、 $h_{*c}$ ：雨滴衝撃による離脱が生起しない限界相対水深(=1)、 $s=3$ である。雨滴衝突に伴って生起する圧力は表層の各粒子に均一に作用し、またその離脱限界値は粒径に関わらず等しいと仮定すると、単位時間・単位面積当たりの粒径別の離脱個数  $n_i$  は  $p_i/(A_0 d_i^2) \cdot p_{si}$  で与えられる。

斜面上の流れが相対水深の小さい流れである点に注目した pick-up rate  $p_u$  推定式を著者らは提案したが<sup>3)</sup>、急勾配混合砂床上的流れについての知見が乏しいことより、本研究では中川・辻本の粒径別 pick-up rate 推定式の限界掃流力の項を次のように修正した次式を用いた。

$$p_{u*} = p_{u*} \sqrt{\frac{d_i}{(\sigma/\rho-1)g}} = F_0 \tau_{*i} \left(1 - \frac{k_2 \tau_{*si}}{\tau_{*i}}\right)^3 ; \quad \frac{\tau_{*si}}{\tau_{*cm}} = \left(\frac{d_i}{d_m}\right)^{-1} \quad (7)$$

ここに、 $\tau_{*i}$ ：無次元掃流力 ( $\equiv u_*^2/[(\sigma/\rho-1)gd_i]$ )、 $u_*$ ：摩擦速度)、 $\tau_{*si}$ 、 $\tau_{*cm}$ ：粒径  $d_i$  および平均粒径  $d_m$  の砂の無次元限界掃流力、 $F_0$ 、 $k_2$ ：実験定数、粗砂の場合、 $F_0=0.03$ 、 $k_2=0.7$ 、 $\tau_{*cm}=0.05$ である。

中川らの研究<sup>10)</sup>によると、step length の従う分布形は粒径別に指数分布に適合し、その平均 step length  $\Lambda_i$  は各粒径で無次元化すると10~30程度であり、粒径による差はないことが知られており、

$$f_{xi}(\xi) = \frac{1}{\Lambda_i} \exp\left(-\frac{\xi}{\Lambda_i}\right) \quad (8)$$

と書ける。ただし、 $\Lambda_i = \lambda d_i$ 、 $\lambda=10\sim30$ である。

上述した pick-up rate、step length の特性と混合砂の流送モデル(式(2)~(8))を用いて、数値的な検討を行った。底面せん断応力の評価は定常降雨に対する kinematic wave 法による解を用い、その摩擦損失係数  $f$  は平均粒径  $d_m$  を等価砂粗度とする相対水深が小さい流れの対数則型抵抗則から評価した<sup>3)</sup>。水理条件としては

Run-2を与え、実験で得られた降雨直後に形成される第1層、2層の粒度分布を初期条件とした。また、交換層厚は $\theta_z = 3d_{\max}$  ( $d_{\max}$ : 最大粒径)、無次元平均step lengthは $\lambda = 20$ とした。

図-9は最下流端における流砂量の平均粒径の時間変化の計算例で、図-6と比較すると逓減傾向は説明し得ている。図-10は図-8に対応する粒径別流砂量の時間変化を示したもので、粗粒分と最細粒分の減少傾向と中間分の若干の増加傾向が模擬されている。図-11は表面露出個数分布の時間変化の計算例であり、実験値が計算値よりも初期の個数分布への回帰が早いのは、一部領域でリルが発生したためと推測される。

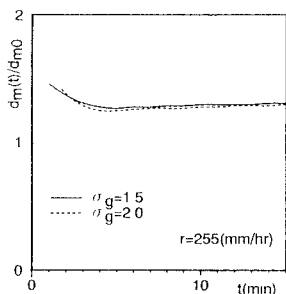


図-9 流出砂量の平均粒径の時間変化の計算例

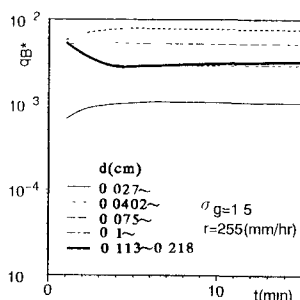


図-10 流出砂量の粒径別流砂量の時間変化の計算例

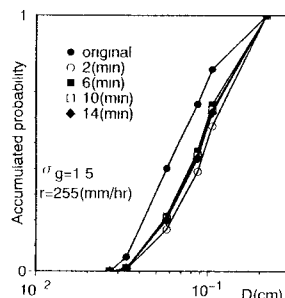


図-11 流出砂量の重量粒度分布の時間変化の計算例

## 5. おわりに

本研究では降雨による斜面上の混合砂の輸送を考える上で、降雨初期の直接的な雨滴衝撃による機械的分級作用によって生じる表面粒度構成の変化が、その後の輸送に影響を与えることを指摘した。これを初期粒度分布と考え、提案した非平衡流砂モデルで混合砂の輸送特性の記述が可能であることを示した。今後は、初期降雨による表面粒度分布のモデル化の検討を行う予定である。

本研究の実験、解析において京都大学大学院生新橋秀樹君の熱心な協力を得た。記して謝意を表します。

## 参考文献

1. 土屋義人：地面侵食による裸地斜面の終局的粒度分布について、京都大学防災研究所年報第4号，pp.163-172，1960。
2. 金屋敦忠儀：山地流域における微細土砂の生産・流出機構と流出予測法に関する研究，京都大学学位論文，1981。
3. 村上正吾・辻本哲郎・中川博次・S. Makhani：降雨による裸地斜面の土壌侵食に関する基礎的研究（水工学論文集，第40巻，1996，印刷中）
4. Marshall, J.S. and Palmer, W. M. : The distribution of raindrops with size, *Jour. Meteor.*, Vol.5, pp.1265-1266, 1948.
5. Horton, R. E. : Erosional development of streams and their drainage basin : Hydrophysical approach to quantitative morphology, *Bull. G. Am.* , 56, pp.275-370.
6. Laws, J. O. : Measurement of the fall-velocity of water-drops and raindrops, *Trans. Amer. Geophy. Union*, Part3, pp709-721, 1956.
7. Wischmeier, W.H. and Smith, D.D. : Rainfall energy and its relation, *Transactions AGU*, 39, 1958.
8. Hudson, N : Soil Consevation, BT Batsford, Ltd. London, 1973.
9. Best, A. C. : Empirical formulae for the terminal velocty of water drops falling through the atmosphere, *Quart. Jour. Meter. Soc.* Vol.76, pp.302-311, 1950.
10. 中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理，新体系土木工学23，技報堂出版，1986。
11. 平野宗男：armoringを伴う河床低下について，土木学会論文集，第195号，pp.55-65，1971。
12. 深田三夫・藤原輝男・日下達朗：水圧力積の考え方による湛水土壌面での土粒子のモデル化—雨滴侵食の基礎的研究(III)，農業土木学会論文集，第158号，pp.17-28，1992。
13. 深田三夫・藤原輝男・日下達朗：水滴衝突による正圧力積で剥離された土粒子の測定—雨滴侵食の基礎的研究(IV)，農業土木学会論文集，第159号，pp.37-43，1993。