

## 水平管路における摺動層流れの実験

Experimental Study on Slip Flow of Sediment Layer  
in Horizontal Pipe

栗原 崇\*, 鈴木 幸一\*\*, 池辺 健作\*\*\*  
By Takashi KURIHARA, Koichi SUZUKI and Kensaku IKEBE

Flow resistance and sediment transport for slip flow of sediment layer in a horizontal pipe are discussed experimentally, and following conclusions are obtained; Shear stress of bed surface of a sliding sediment layer can be estimated by the method of hydraulic radius division of the clear water flow section into two, for pipe wall and sediment wall. Conditions for occurrence of slip flow of sediment are explained by the relationship between energy gradient and thickness of sediment layer. The condition of incipient motion of slip flow can be estimated by equations of stable force balance.

Keywords:sediment transport, pipe flow, flow resistance

### 1. はじめに

管路を用いた土砂の輸送形態には、「部分堆積層流れ」「摺動層流れ」「浮遊流れ」と呼ばれる3種類の流動形態がある。「部分堆積層流れ」とは、堆積層表層の粒子が掃流状で移動したり、ある厚さのせん断流が層をなして流れる土砂流的な流れの状態を言う。また、「摺動層流れ」とは、堆積層の表面粒子が掃流状態で移動するとともに、堆積層自体が管底を滑りながら流送される状態を言い、管路特有の流れである。「浮遊流れ」は粒子が浮遊して流れる状態を言い、二相流として取り扱われる「非均質流れ」と、単相流として扱われる「擬均質流れ」の2つがある。

このなかでも、摺動層流れは輸送時におけるエネルギー効率がもっとも良いことが知られており、固体輸送施設を設計する場合の基準値として使用されているが、摺動層流れの発現条件やその輸送量<sup>1), 2), 3)</sup>などについては実験による経験則が用いられているにすぎない。

本研究は、管路における摺動層流れを対象に実験を行い、摺動層流れの土砂輸送量やその流れの開始限界などについて力学的検討を加えたものである。

\* 正会員 工修 復建調査設計(株)  
(〒732 広島市東区光町2丁目10番11号)  
\*\* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部土木海洋工学科  
(〒790 愛媛県松山市文京町3番)  
\*\*\* 学生員 愛媛大学大学院 土木海洋工学専攻

## 2. 摺動層流れ

### 2. 1 摺動層流れの定義

摺動層流れとは、堆積砂層を構成している粒子がその相対的な位置を変化させずに管底を滑りながら流送される状態をいうが、管内の土砂流動形態においてこの流れを明確に定義することは容易ではない。特に、部分堆積層流れから摺動層流れへ遷移する場合に比べ、摺動層流れから浮遊流れへ移行する場合にそれを区別することは困難で、実際には、図-1<sup>4)</sup>

に示されているように堆積層内に濃度分布を持った流れ（速度分布が存在する流れ）であっても、それが管上部までには至らないような状態であれば摺動層流れとして取り扱われている（C:排出土砂濃度）。

本研究では、堆積層が管壁を滑りながら流れる状態のみを摺動層流れとして定義することとする。

### 2. 2 摺動層流れへの遷移速度

管底に静止堆積層が形成される限界を堆積限界速度、摺動層流れにおいて堆積層が摺動と停止を間欠的に繰り返す状態を堆積速度、浮遊と摺動の境界を浮遊速度と言い、それぞれ管内の平均流速を用いて式(2)のように表される。摺動層流れは、平均流速  $v$  が  $v_d < v < v_{su}$  にある状態を言う。

$$\text{堆積速度: } v_d = \sqrt{\frac{40 \cdot C \cdot g \cdot D \cdot (s-1)}{\sqrt{C_D}}} \quad (\text{Zandi}^5)$$

$$\text{浮遊速度: } v_{su} = 17 \cdot v_s \quad (\text{Newitt}^4), \quad v_{su} = 2.9 \sqrt{g \cdot D \cdot (s-1)} \quad (\text{鮎川}^6) \quad (1)$$

ここに、C:排出土砂濃度、g:重力加速度、D:管渠径、s:砂の水中比重( $=\sigma/\rho - 1 \approx 1.65$ )、 $\sigma$ :砂の密度、 $\rho$ :水の密度、 $C_D$ :抗力係数、 $v_s$ :自由沈降速度である。

### 3. 摺動層流れのモデル

堆積層が存在する管路流れを取り扱うに当たり、図-2<sup>7)</sup>のように管路断面を流水部分と堆積層部分とに分け、さらに堆積層部分を掃流部分と摺動層部分とに分ける。摺動層流れが発現すると、堆積層断面積  $A_s$  は速度  $v_s$  にて等速運動をするものと考えると、この場合の流量Qと流砂量  $Q_s$  の連続式は、摺動層の体積濃度  $C_s$  を用いて次のように表される。

$$Q = v_w A_w + (1 - C_s) v_b A_b + (1 - C_s) v_s A_s \quad (A_w v_w = A_{wp} v_{wp} + A_{wb} v_{wb}) \quad (2)$$

$$Q_s = Q_{sb} + C_s v_s A_s \quad (3)$$

ここに、 $A_w$ ,  $v_w$ :流水面積とその平均流速、 $A_b$ ,  $\delta$ ,  $v_b$ :掃流部面積とその厚さおよび平均流速、 $Q_{sb}$ :掃流砂量、 $h_s$ :摺動層の厚さである。

$v_w A_w$ は流水部分の流量を表しており、この流量を径深分割法により管壁面の抵抗則に支配される領域  $A_{wp}$  と堆積砂面の抵抗則に支配される領域  $A_{wb}$  とに分けて取り扱うと次式のようになる。

$$\frac{v_w}{u_{wp}} = \sqrt{\frac{8}{f_p}} = 3.0 + 5.75 \log_{10} \frac{u_{wp} R_p}{\nu}, \quad \frac{v_w - v_s}{u_{wb}} = \sqrt{\frac{8}{f_b}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R_b}{k_s} \quad (4)$$

ここに、 $u_{wp}$ :  $S_p$ に作用する平均摩擦速度 ( $u_{wp} = \sqrt{\tau_p / \rho} = \sqrt{g R_p I}$ )、 $u_{wb}$ :  $S_b$ に作用する平均摩擦速度 ( $u_{wb} = \sqrt{\tau_b / \rho} = \sqrt{g R_b I}$ )、 $\nu$ :水の動粘性係数、 $k_s$ :相当粗度、 $f_p$ 及び  $f_b$ :  $S_p$ 及び  $S_b$

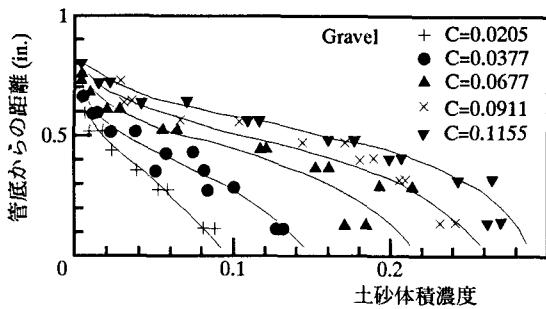


図-1 摺動層流れ状態の土砂体積濃度

に示されているように堆積層内に濃度分布を持った流れ（速度分布が存在する流れ）であっても、それが管上部までには至らないような状態であれば摺動層流れとして取り扱われている（C:排出土砂濃度）。

本研究では、堆積層が管壁を滑りながら流れる状態のみを摺動層流れとして定義することとする。

### 2. 2 摺動層流れへの遷移速度

管底に静止堆積層が形成される限界を堆積限界速度、摺動層流れにおいて堆積層が摺動と停止を間欠的に繰り返す状態を堆積速度、浮遊と摺動の境界を浮遊速度と言い、それぞれ管内の平均流速を用いて式(2)のように表される。摺動層流れは、平均流速  $v$  が  $v_d < v < v_{su}$  にある状態を言う。

$$\text{堆積速度: } v_d = \sqrt{\frac{40 \cdot C \cdot g \cdot D \cdot (s-1)}{\sqrt{C_D}}} \quad (\text{Zandi}^5)$$

$$\text{浮遊速度: } v_{su} = 17 \cdot v_s \quad (\text{Newitt}^4), \quad v_{su} = 2.9 \sqrt{g \cdot D \cdot (s-1)} \quad (\text{鮎川}^6) \quad (1)$$

ここに、C:排出土砂濃度、g:重力加速度、D:管渠径、s:砂の水中比重( $=\sigma/\rho - 1 \approx 1.65$ )、 $\sigma$ :砂の密度、 $\rho$ :水の密度、 $C_D$ :抗力係数、 $v_s$ :自由沈降速度である。

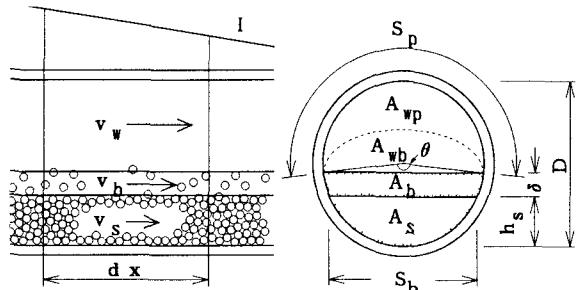


図-2 記号図

### 3. 摺動層流れのモデル

堆積層が存在する管路流れを取り扱うに当たり、図-2<sup>7)</sup>のように管路断面を流水部分と堆積層部分とに分け、さらに堆積層部分を掃流部分と摺動層部分とに分ける。摺動層流れが発現すると、堆積層断面積  $A_s$  は速度  $v_s$  にて等速運動をするものと考えると、この場合の流量Qと流砂量  $Q_s$  の連続式は、摺動層の体積濃度  $C_s$  を用いて次のように表される。

$$Q = v_w A_w + (1 - C_s) v_b A_b + (1 - C_s) v_s A_s \quad (A_w v_w = A_{wp} v_{wp} + A_{wb} v_{wb}) \quad (2)$$

$$Q_s = Q_{sb} + C_s v_s A_s \quad (3)$$

ここに、 $A_w$ ,  $v_w$ :流水面積とその平均流速、 $A_b$ ,  $\delta$ ,  $v_b$ :掃流部面積とその厚さおよび平均流速、 $Q_{sb}$ :掃流砂量、 $h_s$ :摺動層の厚さである。

$v_w A_w$ は流水部分の流量を表しており、この流量を径深分割法により管壁面の抵抗則に支配される領域  $A_{wp}$  と堆積砂面の抵抗則に支配される領域  $A_{wb}$  とに分けて取り扱うと次式のようになる。

$$\frac{v_w}{u_{wp}} = \sqrt{\frac{8}{f_p}} = 3.0 + 5.75 \log_{10} \frac{u_{wp} R_p}{\nu}, \quad \frac{v_w - v_s}{u_{wb}} = \sqrt{\frac{8}{f_b}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R_b}{k_s} \quad (4)$$

ここに、 $u_{wp}$ :  $S_p$ に作用する平均摩擦速度 ( $u_{wp} = \sqrt{\tau_p / \rho} = \sqrt{g R_p I}$ )、 $u_{wb}$ :  $S_b$ に作用する平均摩擦速度 ( $u_{wb} = \sqrt{\tau_b / \rho} = \sqrt{g R_b I}$ )、 $\nu$ :水の動粘性係数、 $k_s$ :相当粗度、 $f_p$ 及び  $f_b$ :  $S_p$ 及び  $S_b$

における摩擦損失係数、 $R_p$ ：領域 $A_{wp}$ の径深、 $R_b$ ：領域 $A_{wb}$ の径深である。

また、掃流砂量 $Q_{sb}$ は、Meyer-Peter & Müller型の流砂量式を用いると次のように表される。

$$Q_{sb} = C_b V_b A_b = S_b q_{sb}, \quad q_{sb} = \sqrt{s g d_m^3} K (\tau_{*b} - \tau_{*c})^m, \quad k_s = d_m (n + \alpha \tau_{*b}) \quad (5)$$

ここに、 $\tau_{*b}$ ：堆積砂面に作用する無次元掃流力、 $\tau_{*c}$ ：無次元限界掃流力(=0.047)、 $K$ ：定数(=8)、 $m$ ：定数(=3/2)、 $k_s$ ：砂粒の移動を考慮した相当粗度、 $d_m$ ：砂粒子径、 $n$ 、 $\alpha$ ：定数(開水路では $n=1$ 、 $\alpha=2$ 程度、閉水路では $n=2$ 、 $\alpha=2$ )である。

さらに、摺動層流れにおいては、管壁と砂粒子間に作用しているせん断抵抗力が、水流の圧力勾配と堆積層表層に作用するせん断力の和によって表される外力と釣り合っている必要があることから次式が成り立つ。

$$\tau_b S_b - \frac{\partial p}{\partial x} A_s = \gamma (\sigma - \rho) g (C_b A_b + C_s A_s) \mu_p \quad (6)$$

ここに、 $\mu_p$ ：管壁と砂間の動摩擦係数、 $-\partial p / \partial x = \rho g I$ 、 $\gamma$ ：補正係数である。

なお式中の $C_b A_b$ は掃流砂量式の導出過程から次式(7)のように導かれ、芦田・道上ら<sup>8)</sup>は $\mu_p$ として0.5程度の値を用いている。

$$C_b A_b = \frac{\tau_{0s} - \tau_e}{(\sigma - \rho) g \mu_p} S_b \quad (7)$$

#### 4. 摺動層流れの実験的研究

##### 4. 1 実験装置の概要

実験に用いた管路は、内径4cm、長さ500cmの透明アクリル製の円形断面パイプを水平に設置したもので、動水勾配・流量・流砂量のほかに、管路側面から摺動層の移動層厚とその移動速度が計測できるようになっている。また、実験には、平均粒径が0.143cm、0.268cm、0.405cmの均一砂を用いた。

##### 4. 2 摺動層流れの実験結果

実験では、堆積層内に速度分布が認められない摺動層流れ(摺動層が停止と滑動を間欠的に繰り返す状態から管底を等速で滑動している状態)を対象にしている。

図-3は、エネルギー勾配と断面平均流速の関係を示したものである。今回実験を行った摺動層流れのほかに、堆積層流れ、部分堆積層流れの実験結果<sup>7)</sup>と芦田ら<sup>2)</sup>による実験結果を併記している。図-4は、管径、粒子径および堆積砂層の厚さ毎にエネルギー勾配と断面平均流速との関係を示したものの一例である。これらから、摺動層流れでは、エネルギー勾配の増加とともに断面平均流速の増加割合は大きいものの土砂濃度は部分堆積層流れと殆ど変わらないことが分かる。

図-5は、エネルギー勾配と堆積層厚の関係を示しており、堆積層流れ、部分堆積層流れ、摺動層流れの領域がこの図において比較的はっきりと区別できることが分かる。また、この図は、ある層厚を保った状態においてエネルギー勾配が大きくなって行くと砂が掃流しはじめ、次第に摺動層流

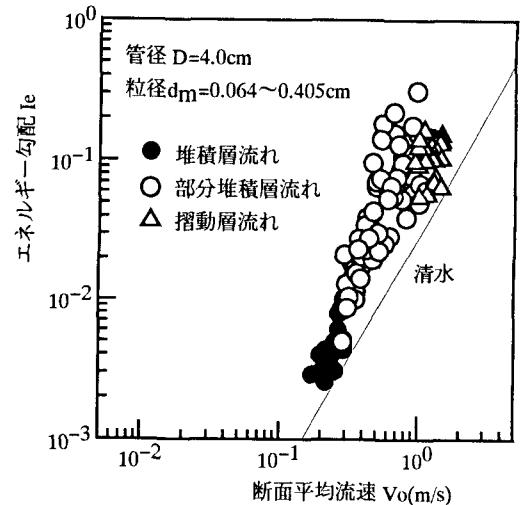


図-3 エネルギー勾配と平均流速の関係

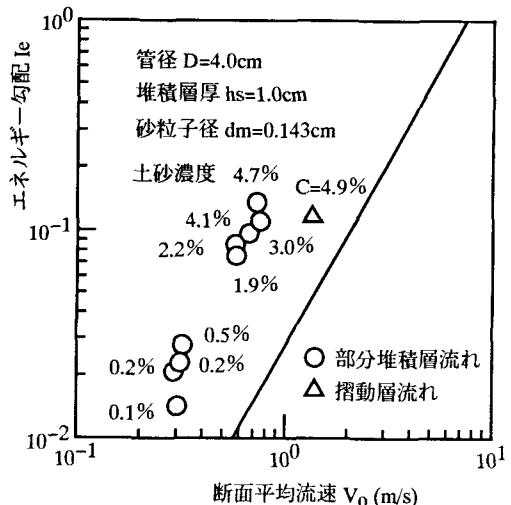


図-4 土砂体積濃度の変化

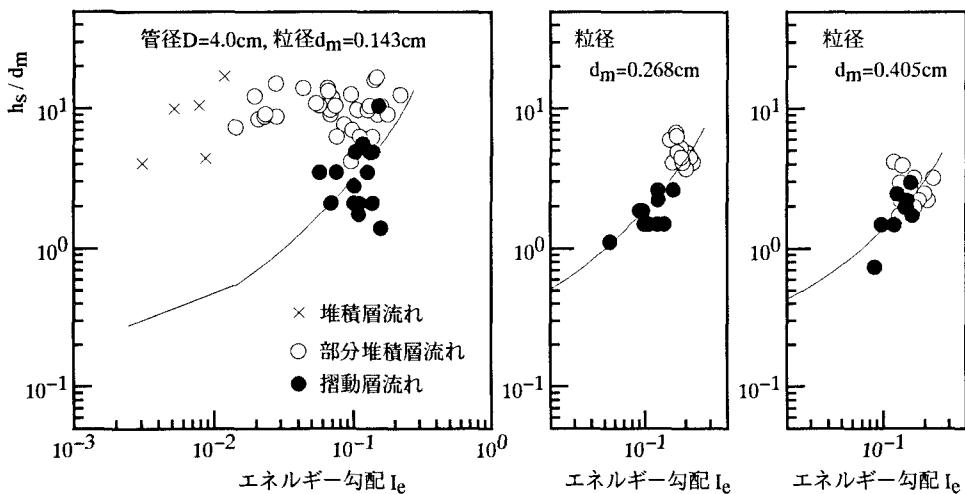


図-5 エネルギー勾配と堆積層厚の関係

れが現れること、堆積層を構成している粒子が小さいと部分堆積層流れから浮遊流れに移行し易く、逆に浮遊しにくい大きさの粒子であれば摺動層流れが出現しやすく、その範囲も大きいことを表している。さらに、同じエネルギー勾配でも砂粒子径の大小によって流動形態が変化し、堆積層厚が小さくなるほど摺動層流れに至るエネルギー勾配も小さくなることを示している。

しかし、芦田らの実験結果によると、エネルギー勾配と堆積層厚の関係から部分堆積層流れと摺動層流れの領域を区別することは困難で、エネルギー勾配と堆積層厚が同じ状態であってもこれらの2種類の流れが共存するという興味深い結果が得られている（図-6）。

#### 4. 3 摺動層流れに関する検討

摺動層流れにおいては、堆積層の移動速度が求まれば、流水層との間に作用するせん断応力を推定することが出来るはずである。

図-7は、実験により観測された移動速度とともに、摺動層流れの全流砂量を掃流分と摺動層分に分離した結果を示している。摺動層の堆積土砂濃度 $C_s$ は直接計測することはできないので、ここでは静止堆積状態とほとんど変化ないものと想定してその濃度を $C_s=0.6$ と取り扱って計算している。

これによると、摺動層流れの初期の状態では、全土砂輸送量に占める摺動層分の割合は全体の20%程度ほどで、ごく僅かであり、堆積層厚や粒径による差は殆どないことが分かる。これに対して、掃流砂分は全体の80%を占めており、摺動層流れといえども、そのほとんどは掃流砂が占めていることが分かる。

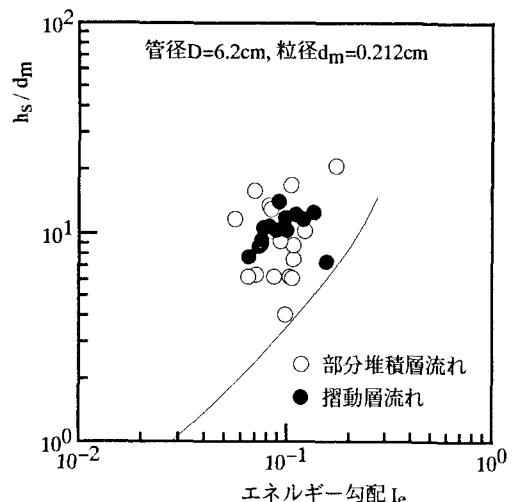


図-6 エネルギー勾配と堆積層厚の関係

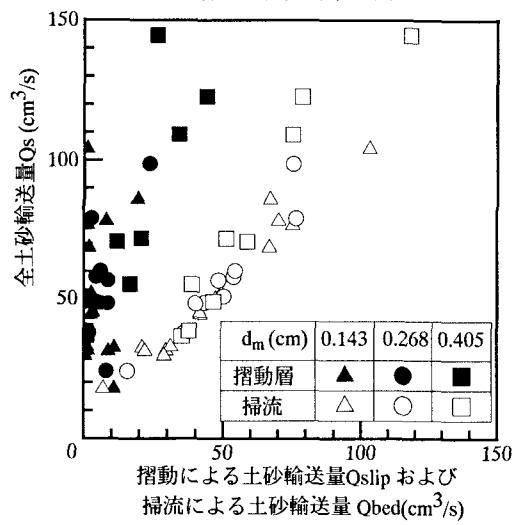


図-7 全土砂量に占める摺動及び掃流砂量の割合

図-8は、径深分割法により推定したせん断応力を用いて Meyer-Peter&Müller式にから算出した流砂量と掃流砂量の実験値を比較したものである。摺動状態の判定にはビデオによる解析結果を用いているため堆積層内部の流動状態は詳細には不明であるが、計算結果は実験結果と比較的良く一致している。なお、掃流砂量の実験値と無次元掃流力の間には、開水路における流砂量式を用いることができるることは確認している。

したがって、今回実験を行った範囲では摺動層流れの堆積土砂濃度  $C_s$  は 0.60 程度であり、また、堆積層表層に作用するせん断応力の算定には、径深分割法を用いることができることが確かめられた。

なお、流量について計算結果と実験結果を比べると、総じて実験値より計算値の方が大きくなり、流砂量の場合に比べてモデルの適合度が落ちるが、これは、流水部分に掃流砂が多く含まれてくることによる有効流水断面の低下等によるものであると推定される。

#### 4. 4 摺動層流れの開始限界に関する検討

摺動層流れの開始限界は式(1)～(7)を解くことで求めることができるが、式(7)を見ても分かるように、管壁と粒子、あるいは粒子同士の間の摩擦係数が摺動層流れを規定する重要なパラメータのひとつとなっている。

これらについては、粒子の材質などにより大きく異なるものである。砂に関しては、芦田らの実験<sup>6)</sup>によると砂同士の動摩擦係数が 0.72、静摩擦係数が 0.90、砂と管壁の動摩擦係数が 0.35、静摩擦係数が 0.44 程度の値をとっており、葛原<sup>9)</sup>の実験結果によると砂と管壁の動摩擦係数が 0.31、静摩擦係数が 0.53 程度の値となっている。これらの値は実験条件が異なるものの大きな違いはないため、砂において固有の値を取るものと想定し、ここでは、砂と管壁の動摩擦係数を 0.35、静摩擦係数を 0.50 として計算することにした。

図-5及び図-6には、管径と粒径別に摺動層流れの開始限界線を実線で示している。実験データには、摺動層が間欠的に摺動を繰り返すような限界状態から平衡状態までのデータを含んでいるが、摺動層流れの開始限界線は実験結果と比較的良く一致していることが分かる。

しかし、芦田らの実験結果では、エネルギー勾配と同じであっても、部分堆積層流れと摺動層流れの 2 種類の流れが存在するため領域を区別することができず、摺動層流れの開始限界線とは良い適合が見られないことが分かる。

これらに対する理由は現在のところ良く分からぬが、堆積層内の平均せん断応力は、堆積層の最下部ではなくそれよりも少し上部において最大値を取る分布形になること、流砂量が非常に大きいこと等から、摺動層内のある位置において、すでに砂同士の間でせん断破壊の状態にあり、流速分布を持つ流れに至っているためではないかと想像される。

#### 5. 結び

管路を用いた資源の流体輸送システムとして、大量輸送さらに長距離輸送が可能で、経済性に優れていることから、大規模な施設が実用化されている。従来からの研究は、流水中に粒子が存在することによる圧力損失に関する経験的なものが主流を占めており、力学的方面からの研究はほとんど行われていない。

本研究では、管路における土砂輸送の中でも、特に堆積層が粒子の相対的位置を変えないで流れる摺動層流れを対象に力学的モデルを考え、その適用性について実験的検討を行った。本研究で得られた結論は以下

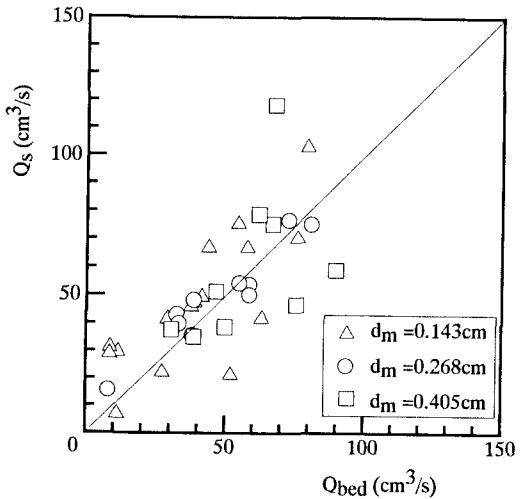


図-8 流砂量の比較

のとおりである。

- 1)摺動層流れにおいて堆積層の表層に作用するせん断応力の算定には、径深分割法を用いることができる。
- 2)摺動層流れは、堆積層流れに比べ流水層と堆積層の間の摩擦抵抗が著しく小さくなる。
- 3)エネルギー勾配と堆積層厚との関係から、堆積層流れ、部分堆積層流れ、摺動層流れの領域が区別できる。
- 4)摺動層流れの発動時における流砂量はそのほとんどが掃流砂量で占められていると共に、その算定には開水路の流砂量式であるMeyer-Peter & Müller型の式が適用できる。また全流砂量に占める掃流砂量と摺動砂量の比は、粒径や堆積層厚によらずほぼ一定でそれぞれ80%, 20%程度である。
- 5)摺動層流れの開始限界は、静的平衡状態の釣り合い式から求めることができる。

#### 参考文献

- 1)那須浩平：管水路によるされき輸送に関する理論的研究、水理講演会論文集、第22回、pp. 253-264, 1956.
- 2)芦田和男、江頭進治、中島智彦：水平管路における土砂輸送形態と流砂機構、京都大学防災研究所年報、第31号、B-2, pp. 489-505, 1988.
- 3)芦田和男、江頭進治、中島智彦：管路における土砂輸送機構、水工学論文集、第34巻、pp. 553-558, 1990.
- 4)Newitt, D. M., Richardson, J. F., Abbott, M. and Turtle, R. B. : "Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes", Trans. Inst. Chem. Engrs., vol. 33/2, 1955.
- 5)Zandi, I. and Govatos, G. : "Heterogeneous Flow of Solids in Pipelines", Jour. Hydraulics Division, ASCE, Vol. 93, No. HY3, pp. 145-159, 1967.
- 6)鮎川恭三、越智順治：固体粒子の水平管水力輸送における圧力損失、日本機械学会論文集、33巻254号、pp. 1625-1632, 1967.
- 7)栗原崇、鈴木幸一、奈尾賢治：管路における堆積層および部分堆積層流れの抵抗と掃流砂量に関する検討、水工学論文集、第38巻、pp. 647-652, 1994.
- 8)芦田和男、道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第206号、pp. 59-69, 1972.
- 9)葛原定郎：滑管内静水中における砂れきの沈降、転動および滑動、日本機械学会論文集、第2部、pp. 594-598, 1963.