

寒冷地河川の氷板下の流速分布の推定

Estimation of Velocity Distribution under Ice Cover in Cold Region Rivers

・山下 彰司*・井出 康郎**・堺 茂樹***

By Shoji YAMASHITA, Yasuro IDE and Shigeki SAKAI

The hydraulic characteristics of an ice-covered river is much different from those at other seasons, because the frictional resistance between water surface and ice sheet increases due to the ice cover on the water surface.

Accuracy of estimation of the average velocity is dependent on the velocity profile. Usually, the $k - \epsilon$ model is used to estimate the velocity profile under ice cover. This paper verifies a new estimation of a velocity profile under ice, the *Two-Power LAW*, using data measured in Hokkaido.

Keywords: ice cover, velocity profile, friction coefficient

1. はじめに

冬期に北海道の河川の大部分は結氷し、氷板が水面を覆う。このため氷板下面に新たな摩擦抵抗を生じ、氷板下の水理状況は夏期とは大きく異なり、鉛直方向の流速分布も夏期とは異なる。

流速分布の変化は流量を算定するときの平均流速推定の精度に影響を及ぼす。従来、氷板下の流速分布のモデルとしては $k - \epsilon$ モデルが用いられることが多かったが、Tsai¹⁾, Teal²⁾等は新たに *Two-Power LAW* を提案し、氷板下の流速分布を表現した。*Two-Power LAW*は開水路での指数則 ($u = u_{max}(z/D)^{1/m}$) と同様に河床面および氷板下面の境界近傍で不合理な問題を含んでいるが、適当な係数 m を与えてやれば結氷下の流速分布を非常によく表現することができる。係数 m と流れの間には *Reynolds number* の変化に伴って係数 m が変化することが分かっている。しかし、実際の結氷河川では河川全体の平均の *Reynolds number* は $10^5 \sim 10^6$ 程度と冬期間を通して安定している。したがって、本研究では主として係数 m と河床面と氷板下面の摩擦係数 f とに着目して、実測の氷板下の流速分布を用いて、河床面と氷板下面の摩擦係数を *Majewski*の方法³⁾で算出し、*Two-Power LAW*で氷板下の流速分布の推定を行い、従来の平均流速推定法について考察する。

*正会員 北海道開発局開発土木研究所
062 札幌市豊平区平岸 1-3

**正会員 北海道開発局開発土木研究所
062 札幌市豊平区平岸 1-3

***正会員 岩手大学工学部建設環境工学科
020 盛岡市上田 4-3-5

2. 結氷下の水理構造の概要

結氷下の鉛直流速分布は開水路での流速分布と異なり、Fig.-1 の様になる。最大流速の発生面は河床面と氷板面の摩擦抵抗の相互作用によって変化する。実測の流速分布の結果より河床面と氷板面の摩擦係数を算定する方法として下記の *Majewski* の方法を用いる。

Majewski の方法は最大流速発生面を境に氷板影響域と河床影響域に分けて考え、それぞれに対数則を適用したものである。

$$v = a \ln(y) + b \quad (1)$$

ここで y : 水深, v : 与えられた水深 y での流速, a, b : パラメータである。

パラメータ a, b を用いて、氷板面と河床面近傍の流速が 0 となる水深 y_0 は以下の式で求められる。

$$y_0 = \exp\left(\frac{-b}{a}\right) \quad (2)$$

最大流速発生部の水深を y_{max} として計算上の最大流速 $v_{max,c}$ は以下の式で求められる。

$$v_{max,c} = a \ln(y_{max}) + b \quad (3)$$

以上より水深 $y_0 \sim y_{max}$ での計算上の平均流速は以下の式で求められる。

$$\bar{v} = \frac{v_{max,c} y_{max}}{y_{max} - y_0} - a \quad (4)$$

計算上の平均流速 $\bar{v}$ と実測の最大流速 v_{max} より、氷板面と河床面の *Darcy - Weisbach* の摩擦係数 f は以下の式より求められる。

$$f = 1.28 \left(\frac{v_{max}}{\bar{v}} - 1 \right)^2 \quad (5)$$

本研究では平成4年から平成7年かけて天塩川及び石狩川で行った冬期の精密流量観測成果より代表的な結氷河川の流速分布に *Majewski* の方法を用いて河床面の摩擦係数 f_b 及び氷板下面の摩擦係数 f_c を算出して解析を行っている。

3. Two-Power Law の概念

Tsai 等が提案した *Two-Power LAW* は以下の式である。

$$u = K_a (z/D)^{1/m_b} (1 - z/D)^{1/m_c} \quad (6)$$

ここで、 z : 河床からの距離, D : 水深, m_b : 主として河床の摩擦抵抗に関わる係数, m_c : 主として氷板下面の摩擦抵抗に関わる係数である。

摩擦係数が小さくなると係数 m は大きくなる。また、係数 m_c が ∞ になると $1/m_c \Rightarrow 0$ となり、開水路での指数則となる。

流速が最大流速 u_{max} となる z を D_{max} とすると以下の通りとなる。

$$\frac{D_{max}}{D} = \frac{m_c}{m_b + m_c} \quad (7)$$

平均流速は以下の通りとなる。

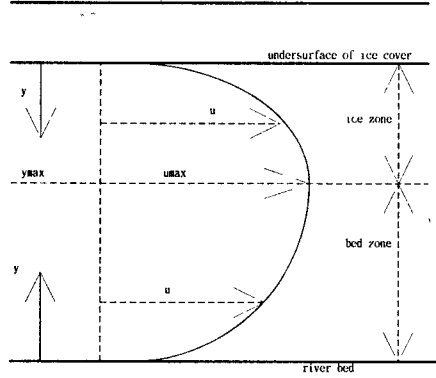


Fig. 1 Concept of Flow under Ice Cover

$$U = K_a K_1 \quad (8)$$

$$K_1 = \frac{\Gamma(1 + 1/m_b)\Gamma(1 + 1/m_c)}{\Gamma(2 + 1/m_b + 1/m_c)} \quad (9)$$

また、結氷下の流れを最大流速の発生する $z = D_{max}$ 面で区切り、河床面寄りを河床影響域とし、氷板寄りを氷板影響域として、*Two-Power LAW* を積分してそれぞれの影響域の平均流速を求めると以下の通りとなる。

$$U_b = K_a K_2 \quad (10)$$

$$K_2 = \frac{1}{D_{max}} \int_0^{D_{max}} K_a \left(\frac{z}{D}\right)^{1/m_b} \left(1 - \frac{z}{D}\right)^{1/m_c} dz \quad (11)$$

$$= \left(\frac{D_{max}}{D}\right)^{1/m_b} K_a \frac{m_b}{1 + m_b} {}_2F_1(1 + 1/m_b, -1/m_c, 2 + 1/m_b, m_c/(m_b + m_c)) \quad (12)$$

$$U_c = K_a K_3 \quad (13)$$

$$K_3 = \frac{m_b + m_c}{m_b} \left(K_1 - \frac{m_c}{m_b + m_c} K_2\right) \quad (14)$$

ここで、 ${}_2F_1(\alpha, \beta, \gamma, z)$ は *GAUSS* の超幾何関数である。

一方、開水路での指数則の係数 m と摩擦係数 f とは以下の関係がある。

$$\frac{u_{max}}{U} = \frac{m + 1}{m} = \frac{\sqrt{8/f} + 1/\kappa}{\sqrt{8/f}} \quad (15)$$

$$m = \kappa \sqrt{\frac{8}{f}} \quad (16)$$

上の関係を *Two-Power LAW* を用いて、河床の影響域と氷板の影響域にそれぞれ適用すると以下の通りとなる。

$$\frac{u_{max}}{U_b} = \frac{1 + m_b}{m_b} \frac{(m_b/(m_b + m_c))^{1/m_c}}{{}_2F_1(1 + 1/m_b, -1/m_c, 2 + 1/m_b, m_c/(m_b + m_c))} \quad (17)$$

ここで、定数 Cmb を以下のようにする。

$$Cmb = \frac{(m_b/(m_b + m_c))^{1/m_c}}{{}_2F_1(1 + 1/m_b, -1/m_c, 2 + 1/m_b, m_c/(m_b + m_c))} \quad (18)$$

したがって、

$$\frac{1 + m_b}{m_b} Cmb = \frac{\sqrt{8/f_b} + 1/\kappa}{\sqrt{8/f_b}} \quad (19)$$

$$m_b = \frac{Cmb \sqrt{8/f_b}}{\sqrt{8/f_b} - Cmb \sqrt{8/f_b} + 1/\kappa} \quad (20)$$

同様に氷板域では以下の通りとなる。

$$m_c = \frac{Cmc \sqrt{8/f_c}}{\sqrt{8/f_c} - Cmc \sqrt{8/f_c} + 1/\kappa} \quad (21)$$

$$Cmc = \frac{(m_c/(m_b + m_c))^{1/m_b}}{{}_2F_1(1 + 1/m_c, -1/m_b, 2 + 1/m_c, m_b/(m_b + m_c))} \quad (22)$$

Cmb 及び Cmc は m_b 及び m_c の関数になり、それは Fig-2,3 の様になる。

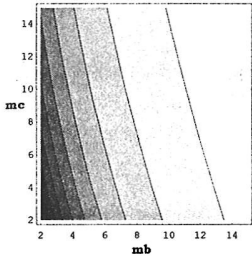


Fig. 2 Configuration of $Cmb(m_b, m_c)$

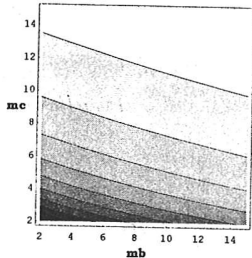


Fig. 3 Configuration of $Cmc(m_b, m_c)$

3. 実測値との比較

Fig.4, 5, 6 はそれぞれ実測の流速分布測定の結果と *Two- Power LAW* を用いた流速分布の推定線を描いたものである。

図中で f_b, f_c はそれぞれ河床面と氷板下面の摩擦係数であり、 Ka, MB, MC はそれぞれ *Two-Power LAW* で流れ固有の係数である。また、破線は開水路での摩擦係数 f と係数 m の関係式 (16) を用いたもの、実線は *Two-Power LAW* に適合するように修正した摩擦係数 f と係数 m の関係式 (20), (21) を用いて算出した m_b, m_c を用いて描いた図である。

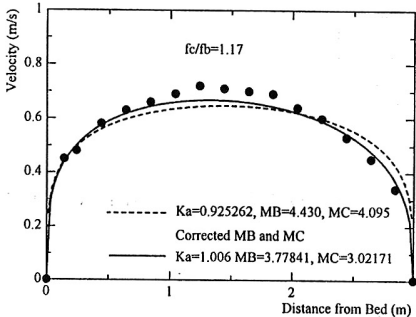


Fig.4 Velocity Profile $f_c/f_b = 1.17$

氷板と河床面の摩擦係数の比が 1.0 に近くほぼ対称な流れの Fig.4 では m_b, m_c の修正前も修正後も推定曲線はほぼ実測値に適合している。しかし、Fig. 5, 6 の様に河床面と氷板下面の摩擦抵抗の差が大きい非対称性の強い流れでは修正前の m_b, m_c を用いた推定曲線よりは修正後の推定曲線の方が実測値により適合している。しかし、修正後の推定曲線も最大流速が発生する面が摩擦抵抗の小さい方に偏っている。この原因は、セン断力 $\epsilon \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ となる箇所を最大流速が発生する箇所としたため、*Hanjalic and Launder* ⁴⁾ が非対称性流れの風洞実験で明らかにしたセン断力 $\epsilon \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ となる箇所が最大流速発生部 $u = u_{max}$ となる箇所より摩擦抵抗が小さい方に偏っている現象を考慮していないからであると思われる。この点は今後の課題である。

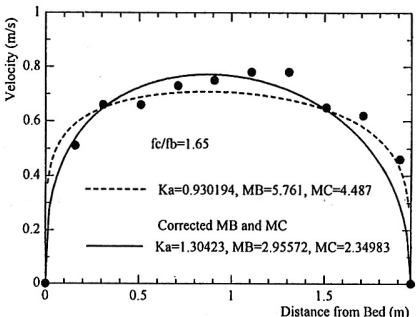


Fig.5 Velocity Profile $f_c/f_b = 1.65$

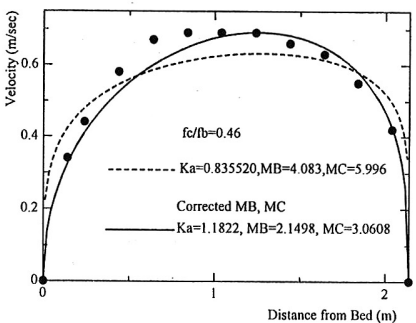


Fig. 6 Velocity Profile $f_c/f_b = 0.46$

4. 平均流速推定法の精度

河川計画や水資源計画の基礎データとなる流量観測資料は水位を自記記録計で継続的に測定し、定期的に河川流量を観測して水位-流量関係を定めて毎時の流量を決定している。定期的河川流量の観測では河川を横断方向に分割し、各区分毎に水深方向に 1 点及び 2 点の流速を計測し平均流速を算定して流量を算出している。水面を氷板が覆わない夏期には 2 割水深流速と 8 割水深流速の平均を平均流速とする 2

点法を用い、水深が浅いところでは6割水深流速を平均流速とする1点法を用いている。しかし、氷板が水面を覆う結氷河川では氷板下の流速分布は前節のように夏期のものとは大きく異なっている。山下等⁵⁾は平成4年から7年にかけて行った結氷下の詳細な流速分布データを用いて、従来の2点法が結氷河川でも適用できること、また、1点法では4割水深に係数0.86を乗じたものを平均流速とすることが最も精度がよいことを統計的解析より明らかにした。その中で河床面の摩擦抵抗と氷板下面の摩擦抵抗の相互作用が平均流速推定に与える影響も明らかにしている。以下に2割水深流速と8割水深流速を用いた平均流速推定法(0.2D & 0.8D method)と4割水深流速を用いる方法(0.4D method)と5割水深流速を用いる方法(0.5D method)及び6割水深流速を用いる方法(0.6D method)についてTwo-Power LAWを用いて算定した測定誤差(Velocity Bias)の比較を示す。

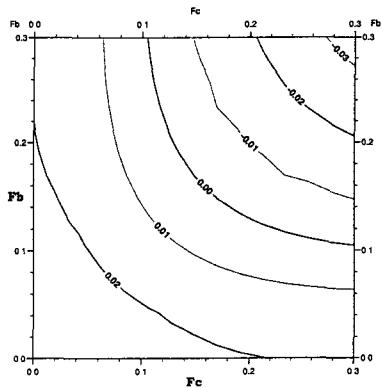


Fig.7 Velocity Bias
for 0.2D & 0.8D method
($\hat{U} = \frac{U_{0.2D} + U_{0.8D}}{2}$)

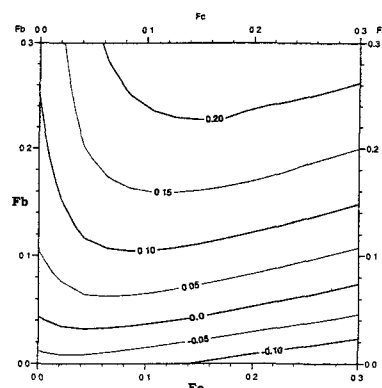


Fig.8 Velocity Bias
for 0.4D method
($\hat{U} = U_{0.4D} \times 0.86$)

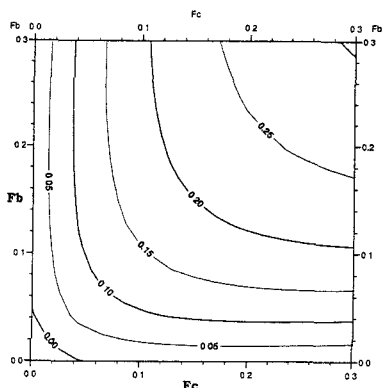


Fig.9 Velocity Bias
for 0.5D method
($\hat{U} = U_{0.5D} \times 0.88$)

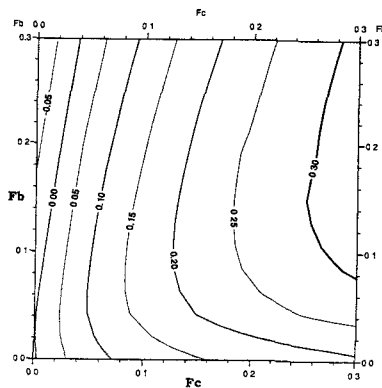


Fig.10 Velocity Bias
for 0.6D method
($\hat{U} = U_{0.6D} \times 0.92$)

Fig. 中 f_c : 氷板下面の摩擦係数、 f_b : 河床面の摩擦係数である。
Velocity Bias (相対誤差) は以下の式で算出した。

$$\epsilon = \frac{\hat{U} - \bar{U}}{\bar{U}} \tag{23}$$

$\hat{U}$ は平均流速推定法から算出した値、 $\bar{U}$ は流速分布を積分して求めた真の平均流速値である。また、 $U_{0.+D}$ は0.*割水深における流速である。

Fig.7 ~ 10 を比較すると Fig.7 の 0.2D & 0.8D method が最も相対誤差が0.02 ~ -0.03 と小さかった。相対誤差の変化傾向は氷板下面の摩擦抵抗及び河床面の摩擦抵抗両者の影響を受けており、摩擦係

数が大きくなるにしたがって推定値は過小に評価される傾向がある。Fig.9 に示すように**0.5D method**は**0.2D & 0.8D method**と同様に氷板下面と河床面両方の影響を受けているが相対誤差そのものは0.00 ~ 0.30 と大きく、摩擦係数が大きくなるにつれて推定値は過大に評価される傾向がある。Fig.8 に示されるように**0.4D method**は氷板下面よりは河床面の摩擦抵抗を強く受ける傾向があり河床面の摩擦係数が大きくなるにつれて過大に評価される傾向にある。Fig.10 に示されるように**0.6D method**は**0.4D method**とは逆に河床面よりは氷板下面の摩擦抵抗の影響を強く受ける傾向にあり、氷板下面の摩擦抵抗が大きくなるにつれて推定値は過大になる傾向にある。

5. おわりに

本研究では結氷河川における実測の流速分布データを用いて *Two-Power LAW* の適合性を検証するとともに *Two-Power LAW* を用いて従来の平均流速算定手法である**0.2D & 0.8D method**の妥当性と**0.4D method**をはじめとする流速点1点で平均流速を推定する3種類の平均流速推定法について検証した。

*Two-Power LAW*の適合性についてはFig.4 ~ 6に示すように概ねよく適合し河床面と氷板下面の摩擦係数と平均流速値が既知であれば *Two-Power LAW* を用いて、氷板下の流速分布を推定することが可能かと思われる。

ただし、Fig.5,6に若干見られるように氷板下面の摩擦抵抗が極端に異なるような極めて非対称性の強い流れでは *Hanjalic and Launder* が指摘したようにセン断力が0となる箇所が最大流速が発生する箇所と異なり摩擦抵抗の小さい方に偏倚するため *Two-Power LAW* を用いた流速分布の推定曲線も実測の流速分布での最大流速発生部より摩擦抵抗の小さな方に偏倚している。これが今後の課題である。

また、4節では *Two-Power LAW* を用いた流速分布で平均流速推定法の検証を行ったが、**2D & 8D method**は相対誤差が-0.03 ~ 0.02程度と小さく精度がよいことが分かる。

1点法の比較では実河川における氷板下面及び河床面の摩擦係数の大部分のデータが0.00 ~ 0.15の小さい領域に集中していることから**0.4D method**と**0.6D method**がよい推定法の様に思われる。特に河床面の摩擦係数データのばらつきが氷板下面の摩擦係数のばらつきより小さいこと⁶⁾から、氷板下面の摩擦抵抗の影響をあまり受けない**0.4D method**の方が適しているように思われ、実測データを統計的に解析して検討した結果でも1点法の中では**0.4D method**が最も適合していたことの裏付けにもなる。

以上より *Two-Power LAW* を用いて氷板下の流れの解析を行っても流れの特性は概ね表現できることが分かった。しかし、さらに適合性を高めるには最大流速が発生する箇所を詳細な乱流解析を行って決定する必要がある。

参考文献

- 1) Whey-Fone Tsai and Robert Ettema; *Modified Eddy Viscosity Model Fully Developed Asymmetric Channel Flows*, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 120, No.4, pp720-732, 1994
- 2) Martin J. Teal and Robert Ettema; *Estimation of Mean Flow Velocity in Ice-Covered Channels*, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 120, No.12, pp1385-1400, 1994
- 3) Wojciech Majewski, Maria Baginska and Pawet Walczak; *Determination of Roughness Coefficient of the underside of Ice Cover*, *IAHR Ice Symposium 1988 Sapporo*, pp122-130, 1988
- 4) K. Hanjalic and B. E. Launder; *Fully developed asymmetric flow in a plane channel*, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 51, part 2, pp301-335, 1972
- 5) 山下彰司, 福田正一, 石田享平; 寒冷地河川における平均流速推定手法について, 寒地技術論文・報告集 Vol. 11, 1995
- 6) 山下彰司, 福田正一, 石田享平; 結氷下の鉛直流速分布についての一考察, 土木学会北海道支部論文報告集第52号, 1996.2