

平面二層モデルによる複断面開水路流れの水平渦運動解析

Numerical Simulation of Horizontal Vortices in a Compound Open Channel Flow

木村 一郎*・細田 尚**・村本 嘉雄***・安永 良****

By Ichiro KIMURA, Takashi HOSODA, Yoshio MURAMOTO and Ryo YASUNAGA

It is well known that large scale horizontal vortices occur between the flood plain and the main channel in a compound open channel flow. The momentum transport in the transverse direction by the vortices affects the resistance to flow in rivers during flood. The numerical method based on the plane two-layer model is proposed in order to simulate the flow in a compound open channel with a rectangular main channel. The horizontal and vertical structure of the flow due to the horizontal vortices is examined through the comparison of numerical results to the laboratory tests by Ikeda et al.

Key Words : compound open-channel flow, two-layered flow model,
shear instability, flow resistance

1. 結 言

複断面開水路流れの高水敷・低水路境界面付近においては、せん断不安定に起因する水平面内の大規模組織渦が発生し、洪水時の河川の抵抗則等へ影響を与えることが指摘されており、従来から主に実験的な方法により研究が進められている^{1),2),3)}。一方、複断面流れの数値解析については、主に横断面内の定常二次流について乱流モデルを用いた検討が行われてきた^{4),5)}。平面渦運動に着目した数値解析例としては、緩傾斜低水路護岸を有する河川を対象とした平面2次元モデルによる計算が報告されているが⁶⁾、鉛直な低水路護岸を有する複断面流れの非定常解析は行われていない。これは、開水路流れ急拡部^{7),8)}、植生境界付近⁹⁾等の水平渦の平面2次元モデルによる再現に関しては多くの研究があるものの、流れ場のなかで水深が不連続に変化する場合には、平面一層モデルの適用が困難であることが一因と思われる。また、低水路護岸付近では水平渦の発生に伴う局所的な強い上昇・下降流の存在が指摘されており^{1),2)}、このような3次元性の強い流れ場に対して平面2次元モデルを用いることは不適切と考えられる。一般に、流れの3次元構造を考慮した解析を行うためには3次元モデルを用いなければならないが、膨大な計算時間と計算容量を必要とし、実用的とはいえない。

* 正会員 工修 和歌山工業高等専門学校助手 環境都市工学科
(〒644 御坊市名田町野島77)

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

*** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

**** 学生員 京都大学大学院 工学研究科土木工学専攻

本研究では、これらの点を改善するため、高水敷河床面を境に流れを上下二層に分割した平面二層モデルによる数値解析法を提案する。このモデルは鉛直な低水路護岸を有する水路にも適用できるとともに、比較的少ない計算量で流れの3次元性についてもある程度の予測が可能と思われる。本モデルを用いて、池田らの実験と同条件で水平渦運動の再現計算を試み、実験結果と計算結果を比較することにより、モデルの有用性を評価する。さらに、高水敷・低水路境界面における抵抗係数についても若干の検討を行う。

2. 基礎式および数値解析手法

本研究で用いた平面二層モデルの基礎式は、Liu が蛇行複断面開水路流れの定常流解析に用いた TL-DAM 法¹⁰⁾を参考に、3次元流れの基礎式を上層、および下層のコントロールボリュームで積分することによって得られる。圧力には静水圧分布を仮定した。上・下層間のせん断応力について、Liu らは高水敷・低水路間のせん断応力と同様な考えから上・下層間の流速差の2乗に比例する形でおいたが、ここでは、移流項の z 方向成分、およびレイノルズ応力 $(-\overline{u'w'}, -\overline{v'w'})$ を積分した項をそのまま用いた。図-1に示した座標系のもとで用いた基礎式を示せば以下ようになる。

[上層の連続式]

$$\frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\partial M_s}{\partial x} + \frac{\partial N_s}{\partial y} - w_s = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

[下層の連続式]

$$\frac{\partial M_b}{\partial x} + \frac{\partial N_b}{\partial y} + w_s = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

[低水路上層の運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_s}{\partial t} + \frac{\partial \beta u_s M_s}{\partial x} + \frac{\partial \beta v_s M_s}{\partial y} - (wu)_s + gh_s \frac{\partial h_s}{\partial x} \\ = gh_s \sin \theta + \frac{\partial (-\overline{u'^2})_s h_s}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{u'v'})_s h_s}{\partial y} - (-\overline{u'w'})_s + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\tau(\nu)_{xxs} h_s}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\tau(\nu)_{xys} h_s}{\rho} \right] \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_s}{\partial t} + \frac{\partial \beta u_s N_s}{\partial x} + \frac{\partial \beta v_s N_s}{\partial y} - (wv)_s + gh_s \frac{\partial h_s}{\partial y} \\ = \frac{\partial (-\overline{u'v'})_s h_s}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{v'^2})_s h_s}{\partial y} - (-\overline{v'w'})_s + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\tau(\nu)_{yxs} h_s}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\tau(\nu)_{yys} h_s}{\rho} \right] \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

[低水路下層の運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_b}{\partial t} + \frac{\partial \beta u_b M_b}{\partial x} + \frac{\partial \beta v_b M_b}{\partial y} + (wu)_s + gh_b \frac{\partial h_s}{\partial x} = gh_b \sin \theta - \frac{gn_b^2}{(h_b + h_s)^{1/3}} u_b \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \\ + \frac{\partial (-\overline{u'^2})_b h_b}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{u'v'})_b h_b}{\partial y} + (-\overline{u'w'})_s + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\tau(\nu)_{xxb} h_b}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\tau(\nu)_{xyb} h_b}{\rho} \right] \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_b}{\partial t} + \frac{\partial \beta u_b N_b}{\partial x} + \frac{\partial \beta v_b N_b}{\partial y} + (wv)_s + gh_b \frac{\partial h_s}{\partial y} = -\frac{gn_b^2}{(h_b + h_s)^{1/3}} v_b \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \\ + \frac{\partial (-\overline{u'v'})_b h_b}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{v'^2})_b h_b}{\partial y} + (-\overline{v'w'})_s + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\tau(\nu)_{yxb} h_b}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\tau(\nu)_{yyb} h_b}{\rho} \right] \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

[高水敷の運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_s}{\partial t} + \frac{\partial \beta u_s M_s}{\partial x} + \frac{\partial \beta v_s M_s}{\partial y} + gh_s \frac{\partial h_s}{\partial x} \\ = gh_s \sin \theta - \frac{gn_s^2}{(h_s)^{1/3}} u_s \sqrt{u_s^2 + v_s^2} + \frac{\partial (-\overline{u'^2})_s h_s}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{u'v'})_s h_s}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\tau(\nu)_{xxs} h_s}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\tau(\nu)_{xys} h_s}{\rho} \right] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_s}{\partial t} + \frac{\partial \beta u_s N_s}{\partial x} + \frac{\partial \beta v_s N_s}{\partial y} + gh_s \frac{\partial h_s}{\partial y} \\ = -\frac{gn_s^2}{(h_s)^{1/3}} v_s \sqrt{u_s^2 + v_s^2} + \frac{\partial (-\overline{u'v'})_s h_s}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{v'^2})_s h_s}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\tau(\nu)_{yxs} h_s}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\tau(\nu)_{yys} h_s}{\rho} \right] \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここで、添字 s, b, i は、図-1に示すように、それぞれ上層、下層、上下境界面における値であることを表す。また、 h : 水深、 (u, v) : 水深平均流速ベクトルの (x, y) 方向成分、 w : 鉛直方向流速（鉛直上向きを正）、 (M, N) : 各々 $M = hu$, $N = hv$ で定義される (x, y) 方向の流量フラックス、 $-\overline{u'_i u'_j}$: 水深平均されたレ

イノルズ応力テンソル (i, j はともに 1, 2 の値をとり、1 は x 方向、2 は y 方向を意味する。)、 $\tau(\nu)_{ij}$: 分子粘性応力テンソル、 $n_b(n_s)$: 低水路 (高水敷) の Manning の粗度係数、 ν : 動粘性係数、 θ : 水路床勾配、 β : 運動量補正係数で層流の場合 1.2、乱流で 1.0、 (x, y) : 空間座標 (x : 主流方向、 y : 水路横断方向)、 t : 時間を表す。

レイノルズ応力テンソルの評価は次のように行った。

$$-\overline{u'_i u'_j} = D_h \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad D_h = \alpha h u_* B \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 u_* : 摩擦速度 $\left(\equiv \sqrt{\frac{g n^2 (u^2 + v^2)}{h^{1/3}}} \right)$ 、 k : 水深平均乱れエネルギー、 α : 定数である。乱れエネルギー k については、禰津による実験式、

$$\frac{k}{u_*^2} = 4.78 \exp \left(-2 \cdot \frac{z}{h} \right) \dots\dots\dots (10)$$

を水深積分して得られる $2.07 \cdot u_*^2$ で評価した。 B は壁面付近の流速分布を再現するために導入された減衰関数であり、富永¹²⁾にならい次のような関数形を用いた。

$$B = \begin{cases} 4.0 \cdot \frac{h'}{h_w} \left(1.0 - \frac{h'}{h_w} \right) & , \quad h' \leq h_w/2 \\ 1.0 & , \quad h' > h_w/2 \end{cases} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、上層の計算では、 h' : 河岸からの距離、 h_w : 河岸での水深 (h_s) を表し、下層では、 h' : 低水路護岸からの距離、 h_w : 高水敷高さ (h_b) をそれぞれ表す。さらに、低水路上層では高水敷の影響を考慮して次のような渦動粘性係数を用いた。

$$D_h|_{y=y'} = \begin{cases} \alpha [(h_s + h_b) u_*]_{y=y'} \cdot B \cdot \left(\frac{h'}{3 h_b} \right) + \alpha [h_s u_*]_{y=+0} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{h'}{3 h_b} \right) \right\} & , \quad -3 h_b \leq y' \leq 0 \\ \alpha [(h_s + h_b) u_*]_{y=y'} & , \quad y' < -3 h_b \end{cases} \dots\dots (12)$$

ここで、 $y = +0$ は、高水敷上で $y = 0$ (高水敷・低水路界面) に最も近い格子上の定義点を意味する。(12) 式では、高水敷の影響範囲を高水敷高さ h_b の 3 倍までの距離と仮定している。

表-1 数値計算における諸条件

n_s	n_b	$\nu (m^2/s)$	α	$\Delta t (sec)$	bed slope	Re	Fr
0.011	0.011	0.1×10^{-6}	0.1	0.0005	1/1000	14500	0.517

Re : Reynolds number in main channel , Fr : Froude number in main channel , Δt : time increment

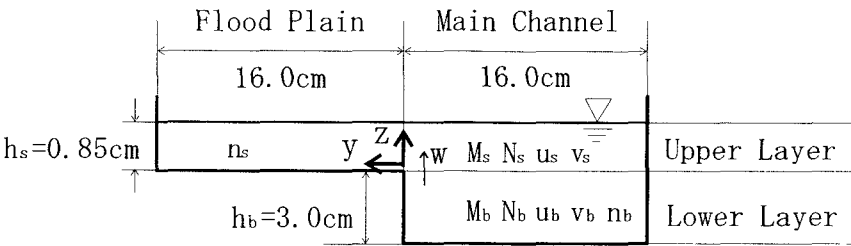


図-1 対象とした複断面開水路

計算の初期条件、境界条件については、次のように定めた。

- 初期条件: 高水敷、低水路それぞれにおいて、Manning の公式を用いて初期流速を与えた。
- 境界条件: 計算領域の主流方向の長さを 8.0 (m) とし、上下流端では周期境界条件を用いた。側岸の摩擦は、対数則を用いて評価した。

計算法としては有限体積法を用い、移流項の離散化には可変格子系における QUICK スキームを、時間積分には 2 次のアダムス・バッシュフォース法を採用し、陽解法で計算を進めた。計算格子としては、主流

方向(x -方向)は幅 $10.0(mm)$ の等幅格子とし、水路横断方向には、高水敷・低水路境界面付近を細かくした可変格子(最小格子幅は $1.0(mm)$)を用いた。

計算の条件は池田らによって行われた実験(CaseA)¹⁾と同条件とし、図-1に示すような片側高水敷の開水路を対象とした。計算で用いた水力条件、定数等を表-1に示す。

3. 数値解析結果の考察

(1) 時間平均流速： 図-2は水路横断面における時間平均流速分布を実験結果と数値計算結果で比較したものである。数値計算は、実験結果の流速分布をほぼ再現しているものと思われる。

(2) 水平渦の特性： 図-3は数値計算結果の高水敷・低水路境界面における水深変動の時系列を、図-4は同様に横断方向(y -方向)の流速変動の時系列を示した。これらの時系列には周期約 $5(sec)$ の周期的な振動がみられ、水平渦の発生に対応しているものと思われる。図-5は上層の流速ベクトルを示したものであり、図-6はこの図を渦の進行速度($16.0(cm/s)$)で進む移動座標系からみている。また、図-7は、上層の水位変動を濃淡図で示したものである。これらの流速ベクトル図、水深分布図より、数値計算により界面付近に大規模水平渦が再現されており、渦の中心間隔は約 $0.9(m)$ 、周期は上述のように約 $5.0(sec)$ であることがわかる。一方、池田らの実験結果では渦の中心間隔は $0.73(m)$ 、周期は $3.9(sec)$ となっており、計算結果は実験と比較して渦の中心間隔が大きく、周期も長くなっている。

図-8は、高水敷に初期体積濃度 $1(%)$ で一様に瞬間的に投入された物質の濃度輸送の様子を示したもので、物質投入後 $14.0(sec)$ 経過したときの濃度分布図である。界面付近の水平方向の混合が主に大規模渦による移流によって支配されていることがわかる。

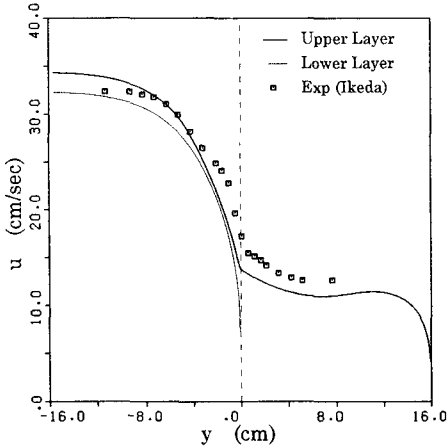


図-2 時間平均流速分布

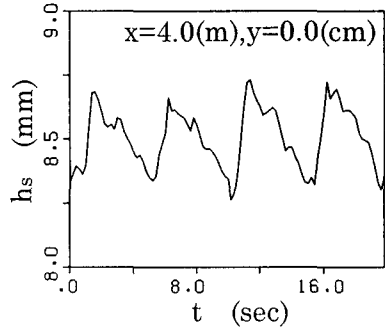


図-3 水深変動の時系列

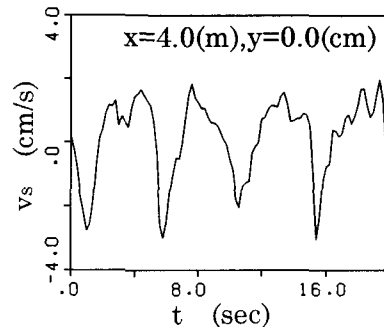


図-4 横断方向流速変動の時系列

(3) 流れの3次元構造： 図-5,6には鉛直方向流速(w)の分布に関する濃淡図を流速ベクトルに重ねて示している。これより渦中心付近の低水路内で上昇流、渦の上流側で下降流となっていることがわかり、3次元的な流れ構造がみられる。福岡ら²⁾は、大規模渦に伴い低水路底面付近の流体が高水敷へのり上げ(湧昇流)、高水敷上の流体が低水路へ下降する(沈降流)流れの存在を指摘している。池田ら¹⁾は、同様な現象について詳細な3次元計測によってその構造を明らかにしている。すなわち、高水敷上では2次元性の強い流れが卓越しているが、低水路内では渦中心付近の上昇・下降流を伴う組織的な3次元構造が存在する。図-9(池田¹⁾より引用。福岡²⁾にも同様な図が示されている。)は模式的にこの3次元構造を示し

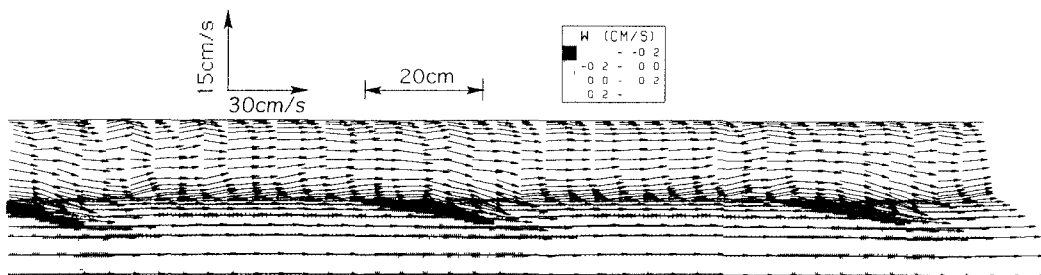


図-5 流速ベクトルと鉛直流速分布

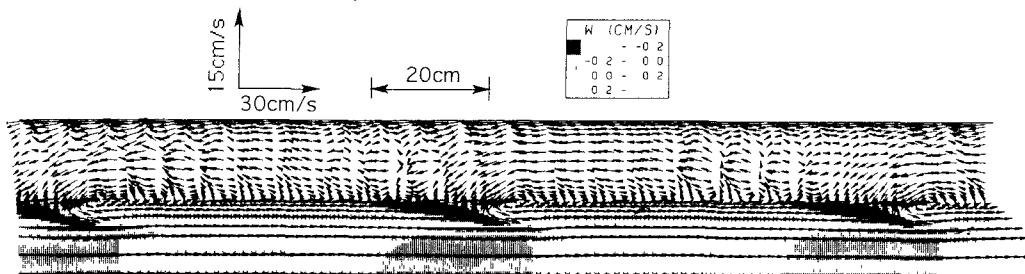


図-6 流速ベクトル（渦の進行速度で進む移動座標からみたもの）と鉛直流速分布

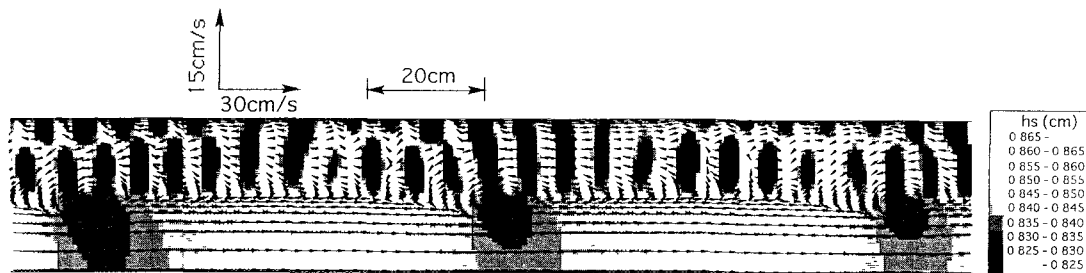


図-7 水深分布

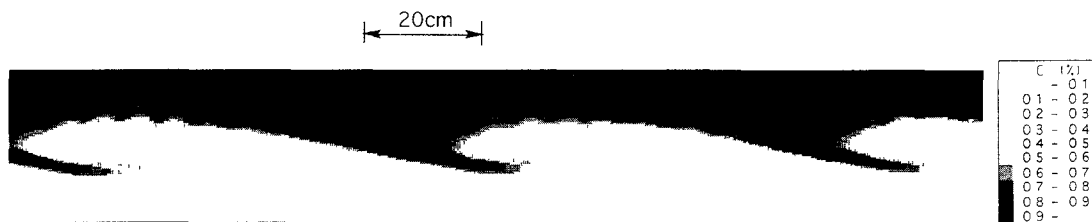


図-8 濃度分布

たものである。数値計算により再現された鉛直方向の流れ特性は、実験結果より得られたこれらの特性と定性的に一致している。

(4) 高水敷・低水路界面の境界混合係数：複断面開水路流れの抵抗予測に関する研究は古くから行われており、その代表的なものとして断面分割法に基づいた井田の方法¹³⁾がある。この手法は任意の複断面形状の水路に簡単に適用できる実用的な方法であるが、高水敷と低水路界面における運動量交換による影響を考慮していないという欠点がある。この点を改善するため、運動量交換に起因する「見かけのせん断力」を考慮する方法が提案されている。福岡ら²⁾は石川ら¹⁴⁾の考えに基づき、見かけのせん断力 τ_{as} は流速差の2乗と流体の密度の積に比例すると仮定し、次のように表現した。

$$\tau_{as} = \rho f (u_{mc} - u_{fp})^2 \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 ρ ：水の密度、 f ：運動量交換の強さを表す係数である。次に、見かけのせん断力を $\tau_{as} = -\overline{u_i u_i}$ 、

(u_i, v_i : 界面の x, y 方向流速, 上線は界面上の空間平均) とおけば、混合係数 f は、

$$f = \frac{-\bar{u}_i \bar{v}_i}{\rho(u_{mc} - u_{fp})^2} \dots\dots\dots (14)$$

となる。(14) 式により、数値計算結果の f 値について評価すると、 $f = 3.1 \times 10^{-3}$ となった。この値は福岡らの指摘する f の値と比較してかなり小さい値となっている。この原因としては、本研究で対象とした滑面高水敷の複断面水路では、高水敷が粗面の場合と比較して低水路と高水敷の流速差が小さく、混合の影響が小さいためと考えられる。

4. 結 語

本研究は、鉛直な低水路護岸を有する複断面開水路流れに対して、平面二層モデルによる数値計算手法の適用を試みたものである。数値計算結果と池田らによる実験結果を比較することにより、高水敷・低水路境界付近の大規模水平渦の発生を再現できることが確認された。また、渦の発生に伴う 3 次元の流れ構造についても、ある程度予測できることが示された。しかしながら、渦の発生周期については良好な一致が得られず、計算法の改良の必要性が指摘された。特に、高水敷・低水路界面付近の渦動粘性係数は水平渦の特性に大きく影響すると考えられるため、今後十分な検討を行う必要がある。

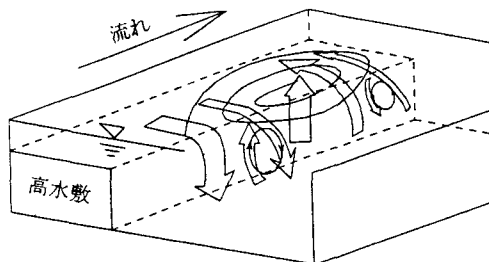


図-9 流れの 3 次元構造 (池田¹⁾より)

今回提案する計算手法はこのような流れ場を対象に、3 次元モデルと比較してはるかに少ない計算量で水平渦運動、およびそれに伴う流れの 3 次元構造を検討でき、経済的な手法といえる。今後、モデルの改良を進めるとともに、抵抗則に関する詳細な検討を行っていきたい。

参考文献

- 1) 池田駿介・村山宣義・空閑健：複断面開水路水平渦の安定性とその 3 次元構造，土木学会論文集，No.509/II-30, pp.131-142, 1995.
- 2) 福岡捷二・藤田光一：複断面河道の抵抗予測と河道計画への応用，土木学会論文集，No.411/II-12, pp.63-72, 1989.
- 3) 石垣泰輔：複断面開水路流れの三次元構造に関する研究，京都大学博士論文，1993.
- 4) Naot, D., Nezu, I., and Nakagawa, H.: Hydrodynamic behavior of compound rectangular open channels, J. Hydr. Engng., ASCE, Vol.119, No.3, pp.390-408, 1993.
- 5) 河原能久・玉井信行：複断面開水路乱流の三次元数値解析，第33回水理講演会論文集，pp.425-249, 1987.
- 6) 福岡捷二・渡辺明英・上阪恒雄・津森貴行：低水路河岸に樹木群のある河道の洪水流の構造－利根川新川通昭和56年8月洪水－，土木学会論文集，No.509/II-30, pp.79-88, 1995.
- 7) Hosoda, T. and Kimura, I.: Vortex formation with free surface variation in shear layer of plane-2D open channel flows, Proc. 9th Symp. on TURBULENT SHEAR FLOW, Vol.1, P112, 1-4, 1993.
- 8) 木村一郎・細田尚・友近文志：開水路流れ混合層におけるせん断不安定波動の空間的増幅特性，土木学会論文集，No.509/II-30, pp.99-109, 1995.
- 9) 灘岡和夫・八木宏：SDS & 2DH モデルを用いた開水路水平せん断乱流の数値シミュレーション，土木学会論文集，No.475/II-24, pp.35-44, 1993.
- 10) Liu, B. Y.: Study on sediment transport and bed evolution in compound channels, Ph.D. Thesis, Kyoto University, 1991.
- 11) 禰津家久・中川博次：修正 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる開水路乱流の数値計算，土木学会論文集，No.387, pp.125-134, 1997.
- 12) 富永晃宏：直線開水路の三次元乱流構造に関する研究，京都大学博士論文，1987.
- 13) 井田至春：広巾員水路の定常流－断面形の影響について－，土木学会論文集，第69号，別冊(3-2)，1960.
- 14) 石川忠晴・山崎真一・金丸督司：開水路平面せん断流に関する実験的研究，第39回年次学術講演会概要集，第2部，pp.473-474, 1984.